

Контрольне завдання 1

1. Сформулювати та довести теорему Абеля, показати на прикладі її практичне застосування.

2. Обчислити інтеграл $\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx$ з точністю до $\alpha = 0,001$.

3. Розкласти в ряд Фур'є періодичну (з періодом $\omega = 2\pi$) функцію

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x-1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

4. Визначити тип рівняння з частинними похідними другого порядку і звести його до канонічного вигляду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + 6 \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

5. Розв'язати першу мішану задачу для рівняння коливань обмеженої струни. Навести приклад використання рівнянь коливань в технологічних процесах.

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < \infty, \\ u(x, 0) &= x(x-1), \quad u_t(x, 0) = 0, \\ u(0, t) &= 0, \quad u(1, t) = 0. \end{aligned}$$