

Залікова робота

Варіант 1

1. Фізична задача, яка приводить до криволінійного інтеграла 1-го роду.

2. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^n}{2n+1}$.

3. Визначити потенціальність та соленоїдальність векторного поля $\vec{a}(M) = (x, y, z)$, якщо $\vec{a}(M) = (yz - 2x)\vec{i} + (xz + zy)\vec{j} + xy\vec{k}$.

4. Обчислити криволінійний інтеграл 2-го роду

$$\int_L ydx - xdy, \text{ де } L - \text{ дуга еліпса } x = 6 \cos t, y = 4 \sin t$$

в додатному напрямку обходу контура.

5. Розкласти в ряд Фур'є періодичну (з періодом $\omega = 2\pi$) функцію $f(x) = \begin{cases} 2, & -\pi \leq x < 0, \\ 2x + 3, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases}$ яка задана на відрізку $[-\pi, \pi]$.

Варіант 2

1. Фізична задача, яка приводить до криволінійного інтеграла 2-го роду.

2. Задана функція $u(M) = u(x, y, z)$ і точки M_1, M_2 . Обчислити похідну цієї функції в точці M_1 за напрямком вектора $\overrightarrow{M_1 M_2}$ та $\text{grad } u(M_1)$, якщо

$$u(M) = x^2 y + y^2 z + z^2 x, \quad M_1(1, -1, 2), M_2(3, 4, -1).$$

3. Обчислити криволінійний інтеграл 1-го роду

$$\oint_L (x^2 + y^2) dl, \text{ де } L - \text{ коло } x^2 + y^2 = 4.$$

4. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 8^n}$.

5. Розкласти в ряд Фур'є періодичну (з періодом $\omega = 2\pi$) функцію

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x, & -\pi \leq x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} \quad \text{яка задана на відрізку } [-\pi, \pi].$$