

Варіант 1

1. Обчислити:

а) $\int \sin^5 x \cos x dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 4x dx$; в) $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 4}$.

2. Перевірити для функції $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ виконання тотожності

$$x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = 0.$$

3. Розв'язати диференціальне рівняння:

а) $(y-1)^2 dx + (1-x)^3 dy = 0$; б) $y'' + 2y' + 4y = 0$;

в) $y'' + 3y' + 2y = 0$.

4. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням кривої $y = \sqrt{3x}$, $0 \leq x \leq 1$ навколо осі OX .

5. Обчислити потрійний інтеграл

$$\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz,$$

$$V : 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4.$$

Варіант 2

1. Обчислити:

а) $\int 2^{x^2} x dx$; б) $\int_1^e x \ln x dx$; в) $\int \frac{dx}{x^2(x-4)}$.

2. Знайти повний диференціал функції $z = e^{y^2 - xy}$.

3. Розв'язати диференціальне рівняння:

а) $y' = 2 + \frac{y}{x}$; б) $y'' - 4y' + 4y = 0$;

в) $y'' - 24y' = 0$.

4. Обчислити площу фігури, обмежену кривими

$$y = x^2, x = 1, x = 2, y = 0.$$

5. Обчислити потрійний інтеграл

$$\iiint_V x^2 y z dx dy dz, \quad V : -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 2 \leq z \leq 3.$$