

МКР-2 «Елементи теорії поля»

Варіант 1.

1. Фізична задача, яка приводить до криволінійного інтеграла 1-го роду.

2. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду по поверхні S , де S – частина площини (p) , яка відтинається координатними площинами:

$$\iint_S (2x + 3y + 2z) dS, \quad (p): x + 3y + z = 3.$$

3. Визначити потенціальність та соленоїдальність векторного поля $\vec{a}(M) = (x, y, z)$, якщо

$$\vec{a}(M) = (yz - 2x)\vec{i} + (xz + zy)\vec{j} + xy\vec{k}.$$

4. Обчислити потік вказаного векторного поля $\vec{a}(M)$ через зовнішню сторону піраміди, яка утворена заданою площиною та координатними площинами за допомогою формули Остроградського-Гаусса, якщо

$$\vec{a}(M) = 3x\vec{i} + (y + z)\vec{j} + (x - z)\vec{k}, \quad (p): x + 3y + z = 3.$$

Варіант 2.

1. Фізична задача, яка приводить до криволінійного інтеграла 2-го роду.

2. Задана функція $u(M) = u(x, y, z)$ і точки M_1, M_2 . Обчислити похідну цієї функції в точці M_1 за напрямком вектора $\overline{M_1M_2}$ та $\text{grad } u(M_1)$, якщо

$$u(M) = x^2 y + y^2 z + z^2 x, \quad M_1(1, -1, 2), M_2(3, 4, -1).$$

3. Обчислити криволінійний інтеграл 1-го роду

$$\oint_L (x^2 + y^2) dl, \quad \text{де } L - \text{коло } x^2 + y^2 = 4.$$

4. Обчислити потік вказаного векторного поля $\vec{a}(M)$ через зовнішню сторону піраміди, яка утворена заданою площиною та координатними площинами за допомогою формули Остроградського-Гаусса, якщо

$$\vec{a}(M) = (3x - 1)\vec{i} + (y - x + z)\vec{j} + 4z\vec{k}, \quad (p): 2x - y - 2z = 2.$$