

Варіант 1

1. Обчислити визначений інтеграл $\int_0^1 \ln(x+1) dx$.

2. Дослідити на збіжність невластні інтеграли та знайти їх значення у випадку збіжності:

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 11}; \quad \text{б) } \int_{-3}^0 \frac{dx}{(x+3)^2}.$$

3. Обчислити площу фігури, обмеженої заданими лініями. Зробити схематичний рисунок: а) $y = x^2 + 7x$, $y = 4x + 4$; б) $\rho = 3(2 + \cos \varphi)$.

4. Обчислити довжину дуги кривої, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

5. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням фігури, обмеженої лініями $y = e^x$, $y = 1$, $x = \ln 2$, навколо осі Ox . Зробити схематичний рисунок.

6. Знайти координати центра мас однорідної плоскої кривої l , якщо l – дуга кардіоїди $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ ($0 \leq \varphi \leq \pi$).

Варіант 2

1. Обчислити визначений інтеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx$.

2. Дослідити на збіжність невластні інтеграли та знайти їх значення у випадку збіжності:

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}; \quad \text{б) } \int_3^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-4}}.$$

3. Обчислити площу фігури, обмеженої заданими лініями. Зробити схематичний рисунок: а) $xy = 7$, $x + y = 8$; б) $\rho = 3 - \cos \varphi$.

4. Обчислити довжину дуги кривої, заданої параметрично:

$$\begin{cases} x = e^t \sin t, \\ y = e^t \cos t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

5. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням фігури, обмеженої лініями $x = \sqrt{y}$, $y = 2$, $x = 0$, навколо осі Oy . Зробити схематичний рисунок.

6. Знайти координати центра мас однорідної плоскої кривої l , якщо l – дуга логарифмічної спіралі $\rho = ae^\varphi$ ($0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$).