

## Екзаменаційні питання для 2-го семестру

1. Поняття первісної від функції та невизначений інтеграл. Геометричний зміст.
2. Властивості невизначеного інтеграла.
3. Таблиця основних невизначених інтегралів.
4. Основні методи інтегрування: внесення під знак диференціала, формула інтегрування частинами, метод заміни змінної.
5. Інтегрування виразів, що містять квадратний тричлен у знаменнику.
6. Дробово-раціональна функція. Теорема про розклад правильного раціонального дроби на елементарні дроби.
7. Інтегрування елементарних раціональних дробів ( чотири типи).
8. Інтегрування дробово-раціональних функцій.
9. Інтегрування ірраціональних функцій. Дробово-лінійна підстановка.
10. Квадратичні ірраціональності. Методи розв'язування .
11. Тригонометричні підстановки в інтегралах від ірраціональних функцій.
12. Підстановки Ейлера в інтегралах від ірраціональних функцій.
13. Інтегрування диференціальних біномів. Теорема Чебишова.
14. Інтеграли, що "не беруться".
15. Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка; інтеграли залежні від  $tgx$ ,  $ctgx$  або  $\sin x$ ,  $\cos x$  в парних степенях ; інтеграли від добутку  $\sin x$  та  $\cos x$  в різних степенях; інтеграли від добутку  $\sin x$  та  $\cos x$  різних аргументів.
16. Визначений інтеграл як границя інтегральної суми. Визначення, властивості, геометричний та фізичний зміст визначеного інтеграла.
17. Формула Ньютона-Лейбніца. Основні властивості визначеного інтеграла: властивість адитивності, теорема про середнє значення функції, оцінкам інтеграла по області.
18. Методи обчислення визначеного інтеграла: інтегрування підстановкою (заміна змінної), інтегрування частинами, інтегрування парних та непарних функцій по симетричному проміжку інтегрування.
19. Невласні інтеграли 1-го роду.
20. Ознаки збіжності невластних інтегралів 1-го роду: порівняльна та гранична ознаки збіжності.
21. Абсолютна та умовна збіжність.
22. Невласні інтеграли 2-го роду.
23. Ознаки збіжності невластних інтегралів 2-го роду: порівняльна та гранична ознаки збіжності.
24. Геометричне та фізичне застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур: в декартових координатах; коли криву задано параметрично; в полярних координатах.
25. Обчислення довжини дуги плоскої кривої: в декартових координатах; коли криву задано параметрично; в полярних координатах.
26. Обчислення об'єму тіла: по відомим площам паралельних перерізів. Обчислення об'єму тіла обертання.
27. Обчислення площі поверхні обертання.
28. Застосування визначеного інтеграла до деяких задач механіки. Обчислення статичних моментів та координат центра ваги плоскої кривої. Перша теорема Паппа-Гульдена.

29. Обчислення статичних моментів та координат центра ваги плоскої фігури (пластинки). Друга теорема Паппа-Гульдена.
30. Диференціальні рівняння 1-го порядку. Основні поняття. Геометричний зміст.
31. Задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші.
32. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Метод розв'язування.
33. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних. Метод розв'язування.
34. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. Метод Бернуллі. Метод Лагранжа (метод варіації довільної сталої).
35. Диференціальні рівняння Бернуллі.
36. Диференціальні рівняння вищих порядків. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші.
37. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку (три типи рівнянь). Способи їх розв'язування.
38. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші.
39. Лінійні однорідні диференціальні рівняння 2-го порядку.
40. Визначення лінійно залежних та лінійно незалежних функцій.
41. Визначник Вронського. Теорема про визначник Вронського для лінійно залежних функцій (з доведенням), для лінійно незалежних функцій. Наслідок з цих теорем.
42. Визначення фундаментальної системи розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку.
43. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
44. Лінійні однорідні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку. Визначення лінійно залежних та лінійно незалежних систем  $n$  функцій. Визначник Вронського  $n$ -го порядку. Визначення фундаментальної системи розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь  $n$ -го порядку. Структура загального розв'язку.
45. Інтегрування лінійних однорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку з постійними коефіцієнтами. Характеристичне рівняння для лінійних однорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
46. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку у випадку **дійсних різних коренів** характеристичного рівняння .
47. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку у випадку **дійсних кратних коренів** характеристичного рівняння .
48. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку у випадку **комплексних коренів** характеристичного рівняння .
49. Інтегрування лінійних однорідних диференціальних рівнянь  $n$ -го порядку з постійними коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку у випадку:
  - 1) **дійсних різних коренів** характеристичного рівняння;
  - 2) **дійсних, деяких кратних коренів** характеристичного рівняння;
  - 3) **комплексно-спряжених коренів** характеристичного рівняння.

50. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку ( з доведенням).
51. Метод варіації довільних сталих для знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
52. Теорема про накладання розв'язків.
53. Інтегрування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку з постійними коефіцієнтами та спеціальною правою частиною 1-го типу.
54. Інтегрування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку з постійними коефіцієнтами та спеціальною правою частиною 2-го типу.
55. Інтегрування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь  $n$ -го порядку ( $n > 2$ ) з постійними коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння  $n$ -го порядку.
56. Системи диференціальних рівнянь. Основні поняття: визначення системи диференціальних рівнянь 1-го порядку; нормальна система; розв'язок системи; задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для систем.
57. Інтегрування нормальних систем диференціальних рівнянь. Метод виключення змінних.
58. Системи лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами.
59. Подвійний інтеграл. Основні поняття та визначення. Теорема про достатню умову інтегрованості функції.
60. Геометричний та фізичний зміст подвійного інтеграла.
61. Основні властивості подвійного інтеграла.
62. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах.
63. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах.
64. Застосування подвійного інтеграла до деяких задач геометрії та механіки: об'єм тіла; площа плоскої фігури; площа поверхні; маса плоскої фігури; статичні моменти і координати центра ваги плоскої фігури; моменти інерції плоскої фігури.
65. Потрійний інтеграл. Основні поняття та визначення. Теорема про існування потрійного інтеграла. Властивості.
66. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах.
67. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних координатах.
68. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в сферичних координатах.
69. Застосування потрійного інтеграла: об'єм тіла; маса тіла; статичні моменти; центр ваги; моменти інерції тіла.
70. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Основні поняття та визначення. Теорема про існування криволінійного інтеграла 1-го роду. Властивості.
71. Обчислення криволінійного інтеграла 1-го роду, якщо криву задано параметрично.
72. Обчислення криволінійного інтеграла 1-го роду, якщо криву задано явно.
73. Обчислення криволінійного інтеграла 1-го роду, якщо криву задано в полярній системі координат.
74. Криволінійний інтеграл 2-го роду. Основні поняття та визначення. Теорема про існування криволінійного інтеграла 2-го роду. Властивості.

75. Обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду, якщо криву задано параметрично.
76. Обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду, якщо криву задано явно.
77. Формула Остроградського-Гріна. (Теорема з доведенням).
78. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від форми шляху інтегрування (теорема з доведенням).
79. Наслідки з теореми про умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від форми шляху інтегрування.
80. Деякі застосування криволінійного інтеграла 2-го роду: площа плоскої фігури, робота змінної сили.
81. Поверхневий інтеграл 1-го роду. Основні поняття та визначення. Теорема про існування поверхневого інтеграла 1-го роду. Властивості.
82. Обчислення поверхневого інтеграла 1-го роду.
83. Деякі застосування поверхневого інтеграла 1-го роду: площа поверхні, маса поверхні, моменти, центр ваги поверхні, моменти інерції.
84. Поверхневий інтеграл 2-го роду. Основні поняття та визначення. Двостороння та одностороння поверхня. Властивості.
85. Обчислення поверхневого інтеграла 2-го роду. Зв'язок поверхневого інтеграла 1-го і 2-го роду.
86. Формула Остроградського-Гауса.
87. Формула Стокса.
88. Деякі застосування поверхневого інтеграла 2-го роду.
89. Основні поняття теорії поля: визначення скалярного, векторного поля, стаціонарного, нестаціонарного, однорідного, плоского поля.
90. Скалярне поле та його основні характеристики. Поверхні та лінії рівня.
91. Похідна за напрямком скалярного поля.
92. Градієнт скалярного поля та його властивості.
93. Векторне поле та його характеристики. Векторні лінії поля.
94. Потік векторного поля. Різні форми запису потоку вектора поля.
95. Дивергенція поля. Властивості дивергенції.
96. Формула Остроградського-Гауса в векторній формі.
97. Фізичний зміст дивергенції. Означення соленоїдального поля.
98. Циркуляція векторного поля. Різні форми запису циркуляції. Фізичний зміст.
99. Ротор векторного поля. Властивості ротора.
100. Формула Стокса у векторній формі.
101. Оператор Гамільтона. Векторні диференціальні операції першого порядку.
102. Векторні диференціальні операції другого порядку.
103. Визначення та властивості соленоїдального поля.
104. Визначення та властивості потенціального поля.
105. Гармонічне поле.