

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"**

Кафедра математичної фізики

"Затверджую"
Декан фізико-математичного
факультету
В.В.Ванін
"_____" "_____" 2012 р.

**РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
КРЕДИТНОГО МОДУЛЯ НФ-01**

"Кратні інтеграли. Векторний аналіз. Ряди", НФ-01/3

**для напряму підготовки
6.050503 - машинобудування**

денна форма навчання

**Програму рекомендовано кафедрою
математичної фізики
Протокол № 9 від 23 травня 2012 р.
В.о.завідувача кафедри
_____ С.Д.Івасишен**

I. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Загальний курс вищої математики є фундаментом математичної та інженерної освіти спеціаліста. Дійсно, математичні методи дослідження проникають у всі області людської діяльності, а тому зростає інтерес до загального курсу вищої математики зі сторони суміжних наук, які використовують різний об'єм математичних знань.

Після того, як геніальним М.В.Ломоносовим було введено в хімічну практику ваги, знання математики стало необхідним для кожного хіміка. Ще у 1741 році М.В.Ломоносов у своєму творі "Элементы математической химии" писав: "... если математики из сопоставления немногих линий выводят очень многие истины, то и для химиков я не вижу никакой иной причины, вследствие которой они не могли бы вывести больше закономерностей из такого обилия имеющихся опытов, кроме незнания математики. "

Роль математики посилилась з розвитком фізичної хімії, хімічної термодинаміки і кінетики, теорії розрахунків хімічної апаратури, тощо.

Здобуті знання з математики допоможуть майбутньому фахівцю у вирішенні найважливіших задач, з якими він буде стикатися, незалежно від того, де працюватиме на заводі, в лабораторії, науково-дослідному чи проектному інституті.

Математична освіта сучасного спеціаліста включає вивчення загального курсу математики та спеціальних математичних курсів (відповідно до спеціальності). Викладання спеціальних розділів орієнтовано, головним чином, на використання математичних методів при розв'язуванні прикладних задач. Особливість навчання студентів на цьому стані полягає в тому, що передбачається значна доля самостійної роботи студентів.

II. РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

<i>Семестр / код кредитного модуля</i>	<i>Всього годин</i>	Розподіл годин за видами занять				<i>Кількість МКР</i>	<i>Вид індивідуального завдання</i>	<i>Семестрова атестація</i>
		<i>Лекції</i>	<i>Практичні заняття</i>	СРС				
				<i>Всього</i>	<i>У тому числі на виконання індивідуального завдань</i>			
3/нф-03	216	54	54	108	20	2	РР	екзамен

III. МЕТА І ЗАВДАННЯ КРЕДИТНОГО МОДУЛЯ

Викладання вищої математики має своєю метою:

- формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей до логічного мислення;
- виховання у студентів прикладної математичної культури, необхідної інтуїції і ерудиції у питаннях застосування математики;
- повідомлення студентам основних теоретичних відомостей, необхідних для вивчення загальнонаукових, загальнотехнічних і спеціальних дисциплін, і для наступного застосування математики;
- навчання основним математичним методам, які необхідні для аналізу та моделювання процесів і явищ фахових дисциплін;
- набуття навичок доведення розв'язку задач до практично прийнятого результату - числа, графіка, точного якісного висновку із застосуванням для цього адекватних обчислювальних засобів, таблиць і довідників;
- виробити у студентів уміння аналізувати одержані результати, самостійно використовувати і вивчати літературу з математики.

Завдання викладання математики полягає в тому, щоб на прикладах математичних понять і методів продемонструвати студентам дію фундаментальних законів довкілля, сутність наукового підходу, специфіку математики та її роль у здійсненні науково-технічного прогресу.

Після вивчення кредитного модуля студент повинен знати:

1. Представлення степеневими рядами основних елементарних функцій.
2. Поняття інтеграла (визначеного, криволінійного, кратного, поверхневого) та його властивості.
3. Диференціальні операції теорії поля (градієнт, дивергенція, вихор), їх властивості.
4. Інтегральні теореми теорії поля (теорема Остроградського, теорема Гріна, теорема Стокса).
5. Поняття ряду Фур'є по ортогональній системі функцій, характер збіжності.
6. Основні рівняння математичної фізики, що застосовуються в області майбутньої професійної діяльності студента, властивості їх розв'язків.

Після вивчення кредитного модуля студент повинен вміти:

1. Обчислювати середнє значення функцій, площі плоских фігур, довжини дуг, криволінійні інтеграли.
2. Розкласти функції в степеневі ряди.
3. Застосовувати степеневі ряди в наближених обчисленнях і для розв'язання диференціальних рівнянь.
4. Розкласти функції в ряди Фур'є по заданій повній ортогональній системі.

5. Обчислювати кратні інтеграли в декартових, полярних, циліндричних та сферичних координатах.
6. Знаходити градієнт, дивергенцію і вихор класичних полів теорії електромагнетизму, гідромеханіки, теорії теплопередачі, тощо (згідно з фахом студентів).
7. Застосовувати ряди Фур'є, степеневі ряди для розв'язання задач математичної фізики.

IV. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН.

IV. 1. РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ ЗА ТЕМАМИ

<i>Назви розділів, тем</i>	<i>Розподіл за видами занять</i>			
	<i>Всього</i>	<i>Лекції</i>	<i>Практичні заняття (контрольні роботи)</i>	<i>СРС</i>
<u>Розділ 1.</u> Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли.	68	18	22	28
<u>Тема 1.1.</u> Подвійний інтеграл.	20	6	6	6
<u>Тема 1.2.</u> Потрійний інтеграл.	20	6	6	8
ККР-1 (короткочасна контрольна робота) з розділу 1	3		1	2
<u>Тема 1.3.</u> Криволінійний інтеграл по довжині дуги.	14	4	3	6
<u>Тема 1.4.</u> Поверхневий інтеграл по площі поверхні.	12	2	4	6
<u>Розділ 2.</u> Векторний аналіз.	64	14	8	42
<u>Тема 2.1</u> Інтеграли від векторних функцій.	24	10	4	10
<u>Тема 2.2.</u> Теорія поля.	18	4	5	10
ККР-2 (короткочасна контрольна робота) з розділу 2	3		1	2
РР з розділів 1,2	20			20
<u>Розділ 3.</u> Теорія рядів.	66	16	22	28
<u>Тема 3.1.</u> Числові ряди.	30	8	10	12
ККР-3 (короткочасна контрольна робота) з розділу 3	3		1	2
<u>Тема 3.2.</u> Функціональні ряди.	30	8	10	12
ККР-4 (короткочасна контрольна робота) з розділу 3	3		1	2
<u>Розділ 4.</u> Елементи математичної фізики.	18	6	2	10
Підготовка до екзамену	36			36
Всього	216	54	54	108

IV. 2. ЛЕКЦІЇ

Розділ 1. Кратні і поверхневий інтеграли.

Тема 1.1. Подвійний інтеграл.

Лекція 1. Поняття подвійного інтеграла, умови його існування, властивості.

Обчислення подвійного інтеграла. [5], с.113-126, [1], Т.2, с.152-166.

Завдання на СРС. Зміна порядку інтегрування в подвійному інтегралі. [1], Т.2, с.168-172.

Лекція 2. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Випадок полярних координат Якобіан. [1], Т.2, с.166-168.

Завдання на СРС. Подвійний інтеграл в узагальнених полярних координатах. Якобіан перетворення. [3], с.168.

Лекція 3. Застосування подвійного інтеграла до розв'язання задач з геометрії та фізики. [1], Т.2, с.169-190.

Тема 1.2. Потрійний інтеграл.

Лекція 4. Поняття потрійного інтеграла, умови його існування, властивості. Обчислення потрійного інтеграла. [1], Т.2, с.190-195.

Завдання на СРС. Встановлення порядку інтегрування при обчисленні потрійного інтеграла. [6], с. 587-588.

Лекція 5. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Потрійний інтеграл в циліндричних координатах. Застосування потрійних інтегралів. [1], Т.2, с.196-200.

Завдання на СРС. Потрійний інтеграл у сферичних координатах. Якобіани перетворень. [3], с.171-173.

Лекція 6. Застосування потрійних інтегралів до розв'язання задач з геометрії та фізики. [1], Т.2, с.196-200.

Завдання на СРС. Потрійний інтеграл в узагальнених циліндричних та узагальнених сферичних координатах. Якобіани перетворень. [3], с.171-173.

Тема 1.3. Криволінійний інтеграл по довжині дуги.

Лекція 7. Поняття криволінійного інтеграла I роду, умови його існування, властивості, обчислення. [1], Т.2, с.190-195.

Завдання на СРС. Доведення властивостей криволінійних інтегралів. [1], Т.2, с.190-195.

Лекція 8. Застосування криволінійних інтегралів до розв'язання задач з геометрії. [1], Т.2, с.196-200.

Завдання на СРС. Застосування криволінійних інтегралів до розв'язання задач з фізики. [1], Т.2, с.196-200.

Тема 1.4. Поверхневий інтеграл по площі поверхні.

Лекція 9. Поняття поверхневих інтегралів по площі поверхні (I-го роду). Умови існування, властивості, обчислення. [3], с. 234-236.

Завдання на СРС. Застосування поверхневих інтегралів I-го роду до задач геометрії та фізики. [6], с. 618-621.

Розділ 2. Векторний аналіз.

Тема 2.1. Інтеграли від векторних функцій.

Лекція 10. Задача про обчислення роботи сили. Поняття криволінійного інтеграла по координатах (II роду), умови його існування, основні властивості та обчислення. [1], Т.2, с.208-219.

Лекція 11. Криволінійний інтеграл II-го роду по замкненому контуру. Формула Гріна.

Завдання на СРС. Обчислення криволінійного інтеграла II-го роду вздовж просторової кривої. [6], с. 604, [1], Т.2, с.222.

Лекція 12. Застосування криволінійного інтеграла II-го роду. Умови незалежності криволінійного інтеграла II-го роду від форми шляху інтегрування.

Завдання на СРС. Умови незалежності криволінійного інтеграла II-го роду від форми шляху інтегрування (випадок просторових кривих). Інтегрування повних диференціалів. [6], с. 610-617, [1], Т.2, с.240-241.

Лекція 13. Поняття сторони поверхні. Поняття поверхневого інтегралу II роду, умови існування та основні властивості. [1], Т.2, с.219-226.

Лекція 14. Обчислення поверхневого інтегралу II роду. Формула Остроградського -- Гаусса. Формула Стокса. [1], Т.2, с.226-236.

Завдання на СРС. Зв'язок між поверхневими інтегралами I і II роду. Обчислення об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла II роду. [6], с.623-624.

Тема 2.2. Теорія поля.

Лекція 15. Поняття векторного поля. Потенціал, робота, циркуляція. [1], Т.2, с.236-239.

Завдання на СРС. Векторна форма формул Остроградського-Гаусса і Стокса.

Лекція 16. Дивергенція і ротор векторного поля. Потік векторного поля через поверхню. [1], Т.2, с.245-248.

Завдання на СРС. Оператор Гамільтона та його застосування. [1], Т.2, с.245-248.

Розділ 3. Теорія рядів.

Тема 3.1. Числові ряди.

Лекція 17. Числові ряди. Збіжність і сума ряду, основні властивості. Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний і геометричний ряди. [1], Т.2, с.245-248.

Лекція 18. Ряди з додатними членами. Ознаки порівняння. Ознаки Д'Аламбера, радикальна ознака Коші. [1], Т.2, с.249-256.

Завдання на СРС. Доведення ознаки Д'Аламбера та радикальної ознаки Коші. [1], Т.2, с.251-256.

Лекція 19. Інтегральна ознака Коші. Дослідження на збіжність узагальненого гармонічного ряду. [6], с.504-505.

Лекція 20. Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди. Теорема Лейбніца. [1], Т.2, с.256-266.

Завдання на СРС. Використання теореми Лейбніца у наближених обчисленнях. Знаходження суми ряду із заданою точністю. [6], с.506-507.

Тема 3.1. Функціональні ряди.

Лекція 21. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Властивості степеневих рядів. [1], Т.2, с.266-282.

Завдання на СРС. Поняття рівномірної збіжності функціональних рядів. Ознака Вейерштрасса. [6], с.512-514.

Лекція 22. Розклад елементарних функцій в ряд Маклорена. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень. [1], Т.2, с.282-295.

Завдання на СРС. Знаходження наближеного розв'язку диференціального рівняння з початковими умовами. [6], с.530, [1], Т.2, с.301-304.

Лекція 23. Періодичні функції. Ортогональна система функцій. Тригонометрична система функцій. Визначення коефіцієнтів ряду за формулами Фур'є. Теорема Дирихле. Розклад 2π -періодичної функції в ряд Фур'є. [1], Т.2, с.318-327.

Лекція 24. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій. Ряд Фур'є для функції з періодом $2l$. Розклад неперіодичної функції в ряд Фур'є. [1], Т.2, с.331-334. [1], Т.2, с.327-334.

Завдання на СРС. Ряд Фур'є для функцій, заданих на відрізок $[0, l]$ та на відрізок $[a, b]$. [1], Т.2, с.343, [6], с.549-551.

Розділ 4. Елементи математичної фізики.

Лекція 25. Основні рівняння математичної фізики. Задача Коші. Крайові задачі. Поняття коректної постановки задачі. [1], Т.2, с.364-368.

Лекція 26. Метод Фур'є. Загальна схема його застосування. Приклади. [1], Т.2, с. 368-374.

Завдання на СРС. Рівняння теплопровідності, ускладнене джерелом тепла. [1], Т.2, с. 383-385.

Лекція 27. Оглядова лекція.

IV. 3. ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ.

Розділ 1. Кратні і поверхневий інтеграли.

Тема 1.1. Подвійний інтеграл.

П-1. Обчислення подвійних інтегралів. Зміна порядку інтегрування.

А. [4] № 3478, 3488, 3490, 3498, 3502, 3504 (1), 3510.

Д.3. [4] № 3479, 3489, 3493, 3499, 3503, 3504 (2), 3509, 3506.

П-2. Заміна змінних у подвійному інтегралі.

А. [4] № 3526, 3529, 3533, 3536, 3545.

Д.3. [4] № 3525, 3532, 3540, 3542, 3546.

П-3. Застосування подвійних інтегралів.

А. [4] № 3598, 3604, 3559, 3565, 3588, 3593.
Д.3. [4] № 3597, 3601, 3563, 3565, 3567, 3587.

Тема 1.2. Потрійний інтеграл.

П-4. Обчислення потрійного інтегралу в декартових координатах.

А. [4] № 3519, 3524, 3517, 3521.
Д.3. [4] № 3520, 3522, 3518, 3523.

П-5. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтегралу у циліндричних та сферичних координатах.

А. [4] № 3552, 3554, 3556.
Д.3. [4] № 3553, 3555, 3557.

П-6. Застосування потрійних інтегралів.

А. [4] № 3610, 3614, 3625, 3665.
Д.3. [4] № 3609, 3611, 3615, 3667.

П-7. ККР-1. Тема: "Кратні інтеграли."

Тема 1.3. Криволінійний інтеграл по довжині дуги (I роду).

Обчислення криволінійного інтеграла I роду у випадку, коли лінія описується явно або параметрично заданою функцією.

А. [4] № 3770, 3773, 3775, 3780.
Д.3. [4] № 3772, 3774, 3775, 3782.

П-8. Обчислення криволінійного інтеграла I роду у випадку, коли лінія задана у полярній системі координат. Застосування криволінійних інтегралів до розв'язання задач з геометрії та фізики.

А. [4] № 3777, 3779, 3786, 3789.
Д.3. [4] № 3778, 3784, 3788.

Тема 1.4. Поверхневий інтеграл по площі поверхні (I роду).

П-9. Обчислення поверхневих інтегралів I роду.

А. [4] № 3876, 3878, 3880, 3882.
Д.3. [4] № 3877, 3879, 3881, 3884.

П-10. Застосування поверхневих інтегралів I роду.

А. [4] № 3885, 3886, 3792.
Д.3. [4] № 3881, 3799, 3795.

Розділ 2. Векторний аналіз.

Тема 2.1. Інтегралі від векторних функцій.

П-11. Обчислення криволінійних інтегралів II роду. Обчислення роботи сили.

А. [4] № 3806, 3809, 3811, 3815, 3817, 3818, 3871.
Д.3. [4] № 3808, 3810, 3812, 3816, 3820, 3870.

П-12. Криволінійний інтеграл по замкненому контуру. Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтегралу II роду від шляху інтегрування.

А. [4] № 3822, 3825 (1), 3838, 3842.

Д.3. [4] № 3823, 3829, 3839, 3843.

Тема 2.2. Теорія поля.

П-13. Поняття векторного поля. Потенціал, циркуляція векторного поля.

А. [4] № 4402, 4404, 4406, 4409.

Д.3. [4] № 4403, 4405, 4407, 4408.

П-14. Дивергенція та ротор векторного поля. Потік векторного поля через замкнену поверхню. Формула Остроградського-Гаусса.

А. [4] № 4405, 4427, 4451, 4458, 4462.

Д.3. [4] № 4406, 4408, 4428, 4453, 4457, 4463.

П-15. Потік векторного поля через незамкнену поверхню.

ККР. Тема: «Криволінійні інтеграли I та II роду та елементи векторного поля»

Розділ 3. Теорія рядів.

Тема 3.1. Числові ряди.

П-16. Числові ряди. Сума ряду.

А. [4] № 2727- 2735 (непарні).

Д.3. [4] № 2728-2736 (парні).

П-17. Ознаки порівняння для рядів з додатними членами.

А. [4] № 2737-2753 (непарні)..

Д.3. [4] № 2738-2752 (парні).

П-18. Ознака Даламбера та радикальна ознака Коші для дослідження числових знакододатних рядів на збіжність.

А. [4] № 2755-2765 (непарні).

Д.3. [4] № 2754-2766 (парні).

П-19. Інтегральна ознака Коші. Необхідна умова збіжності.

А. [4] № 2767-2781 (непарні).

Д.3. [4] № 2768-2762 (парні).

П-20. Знакозмінні ряди. Теорема Лейбніца.

А. [4] № 2791-2799 (непарні).

Д.3. [4] № 2790-2798 (парні).

Тема 3.2. Функціональні ряди.

П-21. Функціональні ряди, область збіжності функціонального ряду.

А. [4] № 2803, 2804, 2810, 2812, 2813.

Д.3. [4] № 2802, 2808, 2811, 2814.

П-22. Степеневі ряди, інтервал і область збіжності степеневого ряду.

А. [4] № 2878, 2879, 2881, 2885, 2887.

Д.3. [4] № 2880, 2882, 2888, 2889.

П-23. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

А. [4] № 2855, 2860, 2867, 2874, 2894, 2936, 2938, 2899.

Д.3. [4] № 2864, 2866, 2870(3), 2877, 2935, 2937, 2903.

П-24. Розклад функції, заданої на $[-\pi, \pi]$, $[0, 2\pi]$ в ряд Фур'є.

А. [4] № 4379, 4383.

Д.З. [4] № 4376.

П-25. Ряди Фур'є парних і непарних функцій. Ряди Фур'є для функції з періодом 2l.

А. [4] № 4372, 4373, 4380, 4382.

Д.З. [4] № 4375, 4377, 4378, 4384.

П-26. Підсумкове заняття. **ККР.** Тема: "Ряди "

Розділ 4. Елементи математичної фізики.

П-27. Розв'язання рівняння теплопровідності методом Фур'є.

А. [2] № 996, 1004.

Д.З. [3] № 997, 1006.

IV.6. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Основна **мета** індивідуальних завдань полягає в тому, щоб навчити студентів:

— застосовувати набуті знання для самостійного розв'язання запропонованих задач;

— користуватися додатковою літературою.

Пропонується розрахункова робота :

РР: "Кратні інтеграли" ([5], стор.104-124).

"Векторний аналіз" ([5], стор.126-137).

Самостійна робота студентів є визначальною для засвоєння апарату вищої математики. Ця робота складається з неперервної аудиторної та позааудиторної роботи по виконанню поточних (на протязі тижня) завдань і роботи по виконанню індивідуальних типових розрахунків по цілим розділам (темам) курсу. Крім того, програмою передбачено самостійне вивчення студентами окремих тем курсу.

Студентам ХТФ запропоновано для самостійного опрацювання і вивчення наступні теми:

Узагальнена полярна, узагальнена циліндрична та узагальнена сферична системи координат, застосування кратних та поверхневих інтегралів при розв'язанні фахових задач, обчислення криволінійного інтеграла II роду вздовж просторової кривої, умови незалежності криволінійного інтеграла II роду від форми шляху інтегрування(випадок просторових кривих), умова потенціальності поля, відшукування функції по її диференціалу, оператор Гамільтона та його застосування, виконання розрахункової роботи "Кратні інтеграли", "Векторний аналіз", поняття рівномірної збіжності функціональних рядів, вивчення рівняння теплопровідності, ускладненого джерелом тепла .

VI.7 КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ

Основна мета проведення контрольної роботи - перевірити рівень знань студентів по відповідних темах, виявити типові помилки. Передбачено проведення двох короткочасних контрольних робіт (одна МКР поділяється на дві контрольні роботи тривалістю по одній академічній годині):

ККР "Кратні інтеграли",

ККР "Ряди".

V. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Методика вивчення курсу традиційна:

- слухати і конспектувати лекції,
- готувати необхідний теоретичний матеріал до практичного заняття,
- брати участь в практичних заняттях, виконувати домашні завдання,
- аналізувати помилки, допущені при виконанні домашньої роботи,
- самостійно працювати з літературою.

Виконуючи розрахункову роботу, студенти, в першу чергу, повинні опанувати відповідними темами кредитного модуля, опрацювавши матеріал за конспектом лекцій та за підручниками. Особливу увагу слід приділяти основним поняттям, визначенням, формулам, висновкам. Дуже важливим є навчитися користуватися довідниковою літературою.

VI. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

Основна література

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т.2 - М.: Наука, 1987. – 576 с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч.II: Учеб. пособ. для втузов. - М.: Высш.шк.- 1999.- 416 с.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды.- М.: Наука, 1989.-464с.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. М.: Наука, 1985.
5. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты), М., Высшая школа, 1983.
6. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посіб. – К.:Видавництво А.С.К., 2003. – 648 с.

Додаткова література

1. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М., Наука, 1989.
2. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. М., Наука, 1986.
3. Батунер Л.М., Позин М.Е. Математические методы в химической технике. Л., ГНТИХЛ, 1953.

Робоча навчальна програма складена на основі навчальної програми дисципліни “Вища математика”, затвердженої деканом ФБТ Дуганом О. М. 30.08.2012р.

Розробник програми:
Ст. викладач Коваль О.О.

Коваль О.О.