

ККР1 "Елементи лінійної алгебри".

Типи прикладів, які виносяться на контрольну роботу ККР1:

- Побудувати криву на комплексній площині:

$$1) |z - 2| = |1 - 2\bar{z}|; \quad 2) \operatorname{Im} z^2 = 2; \quad 3) \operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) = 1;$$

$$4) \operatorname{Re} z(z^2 - z) = 0; \quad 5) \operatorname{Re}(1 + z) = |z|.$$

- На комплексній площині зобразити область, що задовольняє:

$$1) |z - 3 - 2i| \leq 3, \quad |z - 6 + i| \geq 3;$$

$$2) |z - 1 - 3i| \leq 4, \quad -1 \leq \operatorname{Re} z < 4, \quad \operatorname{Im} z \leq 5;$$

$$3) |z + 2 - 3i| > 2, \quad 1 \leq \operatorname{Im} z < 6.$$

- Арифметичні дії з комплексними числами, дійсна ($\operatorname{Re} z$) та уявна ($\operatorname{Im} z$) частини комплексного числа. Записати комплексне число в алгебричній формі, знайти дійсну та уявну частини даного комплексного числа:

$$1) z = \frac{5 + 15i}{-1 + 2i} + (1 - i)^3 - i^5; \quad 2) z = \frac{2 - 6i}{1 - i} + (2 + 3i)^2 - i^4.$$

- Тригонометрична форма комплексного числа, модуль та аргумент, Формула Муавра. Підвести до n -го степеня комплексне число z :

$$1) (5 + i5\sqrt{3})^{15}; \quad 2) (1 + i\sqrt{3})^{10}; \quad 3) (5 + 5i)^8; \quad 4) (-1 + i\sqrt{3})^7.$$

- Корінь n -го степеня з комплексного числа z . Знайти всі значення $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{a + ib}$ та зобразити всі ці значення на комплексній площині:

$$1) \sqrt[4]{-3 + i\sqrt{3}}; \quad 2) \sqrt[6]{2i}; \quad 3) \sqrt[4]{-3 + 3i}; \quad 4) \sqrt[5]{1 - i}.$$

➤ Розв'язати рівняння над полем комплексних чисел:

1) $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$; 2) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; 3) $x^5 + 4x^3 + 16x = 0$;
4) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x - 15 = 0$; 5) $x^3 + 4x^3 + 10x^2 + 7x = 0$;
6) $x^3 + 2x^2 - 12 = 0$; 7) $x^4 - 81 = 0$; 8) $x^6 - 27 = 0$.

➤ Розкласти раціональний дріб:

1) $\frac{3x^3 + 9x^2 + 16x + 6}{(x^2 + x + 1)(x + 3)(x + 1)}$; 2) $\frac{4x^3 - 9x^2 - 135}{(x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)}$;

3) $\frac{12}{x^4 + x^3 - x - 1}$; 4) $\frac{x^2}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}$.