

ККР1. Диференціальне числення функції багатьох змінних.

Структура кожного варіанту модульної контрольної роботи.

1. Знайти область визначення функції $z = z(x, y)$ і зобразити на площині.
2. Задано скалярне поле $u = (x, y, z)$ і точки $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$.

Знайти:

- a) $\overrightarrow{gradu}(x, y, z)$ в точці A ;
 - b) похідну функції $u = (x, y, z)$ в точці A за напрямком \overrightarrow{AB} .
3. Знайти диференціали dz, d^2z функції $z = z(x, y)$.

Основні формули, які використовуються при розв'язуванні задач:

1. Задано скалярне поле $u = (x, y, z)$, тоді

$$\overrightarrow{gradu}(x, y, z) = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}.$$

Похідна за напрямком:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{s}} = \overrightarrow{gradu}(A) \cdot \vec{s} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos \gamma,$$

де \vec{s} – одиничний вектор напрямку \overrightarrow{AB} і $\vec{s} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$.

2. Задана функція $z = z(x, y)$.

Повний диференціал функції обчислюється за формулою:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy.$$

Повний другий диференціал функції обчислюється за формулою:

$$d^2z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} dy^2.$$