

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
”КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”  
Фізико-математичний факультет

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Декан факультету біотехнології та  
біотехніки

\_\_\_\_\_ О.М. Дуган  
« 27 » червня 2014 р.

**ВИЩА МАТЕМАТИКА**

(назва навчальної дисципліни)

**ПРОГРАМА**  
**навчальної дисципліни**

підготовки бакалаврів

напряму 6.051401 ”Біотехнологія ”

(шифр за ОПП 2.01)

Ухвалено методичною комісією  
факультету біотехнології та біотехніки  
Протокол від 20.06.2014 р. № 10  
Голова методичної комісії  
\_\_\_\_\_ І.Р.Клечак  
« 21 » червня 2014 р.

Київ – 2014

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Кандидат фіз.-мат.наук Качаєнко Ольга Борисівна

\_\_\_\_\_  
(підпис)

Програму затверджено на засіданні кафедри математичної фізики

Протокол від 29 травня 2014 р. № 8

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_  
(підпис) С.Д.Івасишен

« 29 » травня 2014 р.

## **Вступ**

Програму навчальної дисципліни ВИЩА МАТЕМАТИКА складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів всіх спеціальностей напрямку 6.051401 “Біотехнологія”.

Навчальна дисципліна належить до циклу природничо-наукової підготовки.

Предмет навчальної дисципліни – основні поняття вищої математики: лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне та інтегральне числення, диференціальні рівняння.

Міждисциплінарні зв'язки: навчальна дисципліна ВИЩА МАТЕМАТИКА має передувати та забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: Фізика (2.02), Обчислювальна математика та програмування (2.05), Екологія (2.07), Інтегрування диференціальних рівнянь (2.1.3), Фізика елементарних часток (4.1.7), Біофізика (1.1.8).

Загальний курс вищої математики є фундаментом математичної та інженерної освіти спеціаліста. Дійсно, математичні методи дослідження проникають в усі області людської діяльності, а тому зростає інтерес до загального курсу вищої математики зі сторони суміжних наук, які використовують різний об'єм математичних знань.

### **1. Мета та завдання навчальної дисципліни**

#### **1.1. Мета навчальної дисципліни.**

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:

- до логічного мислення, формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей;
- до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у студентів прикладної математичної культури;
- використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках;
- доводити розв'язок задачі до практично прийнятого результату – числа, графіка, точного якісного висновку із застосуванням для цього адекватних обчислювальних засобів, таблиць і довідників;
- уміння аналізувати одержані результати, самостійно використовувати і вивчати літературу з математики.

## 1.2. Основні завдання навчальної дисципліни.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі результати навчання:

### **знання:**

- основні поняття аналітичної геометрії на площині і в просторі: декартові, полярні, циліндричні та сферичні координати; відстань між точками в декартових координатах; способи задання лінії на площині, поверхонь та ліній у просторі;
- означення вектора з геометричної точки зору; лінійні операції над векторами; скалярний, векторний і мішаний добутки векторів та їх властивості;
- поняття матриці, поняття масиву заданої розмірності; поняття визначника квадратної матриці, його властивості; методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- основні елементарні функції, їх властивості і графіки; похідні і первісні основних елементарних функцій;
- поняття границі, неперервності, екстремуму функції однієї та багатьох змінних;
- поняття визначеного інтеграла та його властивості;
- диференціальні операції теорії поля (градієнт, дивергенція, вихор), їх властивості;

### **уміння:**

- виконувати дії з дійсними та комплексними числами;
- знаходити скалярний, векторний та мішаний добутки векторів;
- застосовувати вектори для розв'язання таких задач аналітичної геометрії: знаходження кутів, проєкцій, відстаней, площ трикутників та паралелограмів, знаходження рівнянь прямої на площині, площини і прямої в просторі;
- визначати тип кривої або поверхні другого порядку, заданої канонічним рівнянням і зображувати графічно; зводити рівняння кривих і поверхонь

другого порядку до канонічного вигляду; досліджувати форму поверхонь методом перерізів;

- розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- виконувати дії з матрицями, знаходити матрицю, обернену заданій; обчислювати визначники;
- визначати границі відношення нескінченно малих або нескінченно великих функцій;
- знаходити похідні елементарних функцій, виконувати локальне дослідження функції, розв'язувати задачі на оптимальні параметри;
- виконувати локальне дослідження функцій багатьох змінних: знаходити похідні за напрямком, знаходити напрямок найшвидшого зростання і спадання функції, визначати стаціонарні точки і з'ясовувати їх характер, знаходити рівняння дотичної площини і нормалі до поверхні;
- знаходити первісні, використовуючи таблицю невизначених інтегралів;
- обчислювати середнє значення функцій, площі плоских фігур, довжини дуг, об'єми тіл;
- знаходити градієнт, дивергенцію і вихор класичних полів теорії електромагнетизму, гідромеханіки, тощо (згідно з фахом студента);

**досвід:** навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками і т. п.; навчитися проводити повний аналіз функцій та будувати їх графіки; виконувати локальне дослідження функцій багатьох змінних; знаходити первісні функцій; вміти застосовувати набуті знання з вищої математики.

## **2. Структура навчальної дисципліни**

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 270 годин / 7.5 кредитів ECTS.

Навчальна дисципліна містить кредитні модулі:

- 1) Вища математика

## Рекомендований розподіл навчального часу

Форма навчання	Кредитні модулі	Всього		Розподіл навчального часу за видами занять			Семестрова атестація
		кредитів	годин	Лекції	Практичні заняття	СРС	
<i>Денна</i>	<i>1</i>	<i>7.5</i>	<i>270</i>	<i>54</i>	<i>90</i>	<i>126</i>	екзамен
<i>Заочна</i>	<i>1</i>	<i>7.5</i>	<i>270</i>	<i>10</i>	<i>8</i>	<i>252</i>	екзамен

### 3. Зміст навчальної дисципліни

#### Кредитний модуль 1.

##### Розділ 1. Елементи лінійної алгебри.

Визначники і їх властивості. Формули Крамера. Матриці, дії з ними. Обернена матриця. Ранг матриці. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь та методи їх розв'язання: матричний метод, метод Гауса.

##### Розділ 2. Елементи векторної алгебри.

Вектори, лінійні операції з векторами. Проекція вектора на вісь. Скалярний добуток векторів і його властивості, механічний зміст. Векторний і мішаний добуток векторів, їх властивості, вираз через координати, застосування.

##### Розділ 3. Аналітична геометрія

Пряма на площині. Різні види рівнянь прямої на площині. Умови паралельності, перпендикулярності двох прямих, кут між двома прямими. Лінії 2-го порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Канонічні рівняння, властивості. Полярна система координат. Рівняння площини і прямої в просторі. Різні види рівнянь

площини і прямої в просторі. Взаємне розташування двох площин, двох прямих, прямої і площини в просторі.

#### **Розділ 4. Теорія границь.**

Числові послідовності та їх границі. Властивості послідовностей, що мають границі. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Біном Ньютона. Число  $e$ . Функції, способи задання, область існування функції. Основні елементарні функції. Гіперболічні функції. Границя функції в точці та на нескінченності. Нескінченно малі і нескінченно великі функції. Основні теореми про границі. Неперервність функції в точці. Неперервність елементарних функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Точки розриву функції та їх класифікація. Дві важливі границі. Порівняння нескінченно малих.

#### **Розділ 5. Диференціальне числення функції однієї змінної.**

##### **Тема 5.1. Похідні і диференціали функції однієї змінної.**

Похідна, її геометричний і механічний зміст. Рівняння дотичної і нормалі до графіка функції. Правила обчислення похідних. Похідна складеної і оберненої функцій. Таблиця похідних. Логарифмічне диференціювання. Диференціювання функцій, заданих неявно та параметрично. Диференціал функції, його геометричний зміст. Застосування диференціалу в наближених обчисленнях. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення: теореми Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопіталя. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора із залишковим членом у формі Лагранжа.

##### **Тема 5.2. Застосування диференціального числення для дослідження функцій та побудова їх графіків.**

Ознаки зростання, спадання функції. Екстремуми функції. Необхідна і достатні умови екстремуму. Найбільше, найменше значення функції на відрізку. Розв'язок інженерних задач на оптимальні параметри. Ознаки випуклості, ввігнутості графіка функції. Точки перегину. Необхідна умова існування точки перегину. Достатні умови існування точки перегину. Асимптоти графіка функції. Схема повного дослідження функції та побудова графіків.

## **Розділ 6. Функції багатьох змінних.**

Функції двох та багатьох змінних, основні означення. Границя та неперервність функції двох змінних. Частинні похідні та їх геометричний зміст. Частинні диференціали. Повний диференціал функції двох та багатьох змінних, застосування в наближених обчисленнях. Диференціювання складених і неявно заданих функцій. Частинні похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків функції двох змінних. Похідна за напрямком. Градієнт скалярного поля і його властивості. Дотична площина і нормаль до поверхні. Екстремуми функції двох змінних. Необхідна і достатня умови екстремуму функції двох змінних.

## **Розділ 7. Елементи вищої алгебри.**

### **Тема 7.1. Комплексні числа.**

Комплексні числа. Зображення комплексних чисел на площині. Алгебраїчна, тригонометрична і показникова форми комплексного числа. Формула Ейлера. Дії над комплексними числами.

### **Тема 7.2. Многочлени.**

Многочлени. Теорема Безу. Розклад многочлена на множники. Дробово-раціональні функції та їх розклад на суму найпростіших дробів.

## **Розділ 8. Інтегральне числення**

### **Тема 8.1. Невизначений інтеграл.**

Первісна функції. Невизначений інтеграл і його властивості. Таблиця інтегралів. Безпосереднє інтегрування. Основні методи інтегрування: метод заміни змінної, метод інтегрування за частинами. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних виразів. Інтегрування деяких ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки.

### **Тема 8.2. Визначений інтеграл.**

Задачі, що призводять до поняття визначеного інтеграла. Означення визначеного інтеграла та його геометричний зміст. Основні властивості визначеного інтеграла. Оцінка визначеного інтеграла. Теорема про середнє. Теорема про похідну від інтеграла із змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Метод інтегрування за частинами. Невласні інтеграли I-го та II-го роду. Ознаки збіжності інтегралів. Застосування визначеного



інтеграла: обчислення площ плоских фігур, обчислення об'єму тіла через площі паралельних перерізів та об'ємів тіл обертання. Обчислення довжини дуги кривої і площі поверхні обертання. Застосування визначеного інтеграла до задач фізики.

#### **4. Рекомендована тематика практичних занять**

##### **Кредитний модуль 1.**

##### **Розділ 1. Елементи лінійної алгебри.**

*Мета практичних занять – навчитися розв'язувати та досліджувати системи лінійних рівнянь.*

Визначники та їх властивості. Формули Крамера.

Матриці, дії з ними. Обернена матриця. Ранг матриці.

Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

##### **Розділ 2. Векторна алгебра.**

*Мета практичних занять – вивчити лінійні операції над векторами, розглянути їх застосування.*

Вектори. Скалярний добуток векторів, його застосування.

Векторний і мішаний добуток векторів та їх застосування.

##### **Розділ 3. Аналітична геометрія.**

*Мета практичних занять – вивчити лінії першого та другого порядків на площині та в просторі.*

Пряма на площині.

Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола.

Рівняння площини. Рівняння прямої в просторі. Взаємні розміщення прямої і площини.

##### **Розділ 4. Теорія границь.**

*Мета практичних занять – навчитися обчислювати границі числових послідовностей, функцій, досліджувати функції на неперервність.*

Границя послідовності. Границя функції.

Неперервність функції. Точки розриву та їх класифікація.

Перша і друга визначні границі.

Порівняння нескінченно малих.

##### **Розділ 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної.**

*Мета практичних занять – освоїти техніку диференціювання, навчитися досліджувати функції та будувати їх графіки.*

**Тема 5.1. Похідні і диференціали функцій однієї змінної.**

Правила диференціювання. Похідна складеної функції.

Логарифмічне диференціювання. Похідні від функцій, заданих неявно і параметрично.

Диференціал та його застосування. Дотична та нормаль до кривої.

Похідні та диференціали вищих порядків. Правило Лопіталя.

**Тема 5.2.** Застосування диференціального числення для дослідження функції

Екстремуми. Опуклість кривих. Точки перегину. Асимптоти. Дослідження функції та побудова графіку.

**Розділ 6. Функції багатьох змінних.**

*Мета практичних занять – овоїти техніку диференціювання функції багатьох змінних.*

Область визначення функції багатьох змінних. Частинні похідні. Частинні диференціали, повний диференціал. Частинні похідні вищих порядків.

**Розділ 7. Елементи вищої алгебри.**

*Мета практичних занять – навчитися розкладати многочлени на множники та раціональні дроби на елементарні.*

**Тема 7.1.** Комплексні числа.

Форми комплексного числа. Дії над комплексними числами.

**Тема 7.2.** Многочлени.

Розклад многочлена на множники. Розклад раціонального дроби на найпростіші.

**Розділ 8. Інтегральне числення**

*Мета практичних занять – овоїти техніку інтегрування.*

**Тема 8.1.** Невизначений інтеграл.

Безпосереднє інтегрування. Метод підведення під знак диференціалу.

Метод інтегрування частинами.

Інтегрування раціональних дробів.

Інтегрування дробово-раціональних функцій.

Інтегрування тригонометричних виразів. Універсальна тригонометрична підстановка.

Інтегрування ірраціональних функцій. Тригонометричні підстановки.

**Тема 8.2.** Визначений інтеграл.

Формула Ньютона-Лейбніца.

Інтегрування за частинами. Заміна змінної у визначеному інтегралі.

Невласні інтеграли I роду.

Невласні інтеграли II роду.

## **5. Рекомендовані індивідуальні завдання**

Індивідуальні завдання складаються з розрахункової роботи «Повне дослідження функції та побудова графіка».

Розрахункова робота сприяє поглибленому засвоєнню методів розв'язку типових математичних задач, що мають прикладне значення.

## **6. Рекомендована література**

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. - М.: Наука, 1985, т. 1, 2.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. - М.: Наука, 1988. - с. 489.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы, ряды. - М.: Наука, 1988. – с. 467.
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. - М.: Наука, 1989. – с.435.
5. Ефимов В.Н. Краткий курс аналитической геометрии. - М.: Наука, 1976.
6. Петренко М.П., Бойчук О.П., Авраменко Л.Г., Ясінський В.В. Курс лінійної алгебри та аналітичної геометрії: Учб. посібник. - К.: ІЗМН, 2000.
7. Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. - М.: Наука, 1985. – с.408,
8. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. - М.: Наука, 1986. – с. 254.
9. Кузнецов Л.А., Сборник задач по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие. 10-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. -240с.
10. Данко П.Е. Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах, ч.І, ІІ. - М.: Высшая школа, 1986.

## **7. Засоби діагностики успішності навчання**

Поточними засобами діагностики у семестрі є модульні контрольні роботи на такі теми:

1. МКР1 "Лінійна та векторна алгебра", "Диференціальне числення функції однієї змінної".
2. МКР2 "Невизначений інтеграл", "Визначений інтеграл".

Мета модульних контрольних робіт – виявити рівень засвоєння відповідних модулів, підрахування балів за кредитно-модульною системою.

Підсумковим контролем є екзамен з навчальної дисципліни. Екзаменаційні білети складаються з теоретичних та практичних завдань.

## **8. Методичні рекомендації**

На основі цієї навчальної програми складається робоча навчальна програма кредитного модуля «Вища математика» для напрямку підготовки 6.051401 «Біотехнологія» для денної (або заочної за наявністю) формами навчання.

Бакалаври даного напрямку підготовки об'єднуються у лекційний потік та становлять три навчальні групи на практичних заняттях.

За денною формою навчання пропонується впровадження рейтингової системи оцінки успішності засвоєння студентами навчального матеріалу з дисципліни. Рейтинг студента з дисципліни «Вища математика» складається з балів, що отримуються за відповіді на практичних заняттях, балів за дві модульні контрольні роботи та розрахункову роботу.