

ККР1 "Лінійна та векторна алгебра"

Векторна алгебра

Задачі на скалярний добуток векторів:

- знайти кут між векторами;
- знайти проекцію вектора на інший вектор;
- довести що вектори перпендикулярні,
- довести що вектори колінеарні.

Задачі на векторний добуток векторів:

- знайти площу трикутника або паралелограма;
- знайти векторний добуток векторів

Задачі на мішаний добуток векторів:

- знайти об'єм паралелепіпеда або піраміди;
- довести що вектори компланарні;
- довести що 4 точки лежать в одній площині.

Задачі:

1. Знайти:

- довжину відрізка АВ: $|\overrightarrow{AB}| = AB$;
- кут при вершині А в трикутнику АВС;
- площу трикутника АВС;
- об'єм піраміди АВСD;
- проекцію вектора \overrightarrow{BC} на вектор \overrightarrow{CA}

якщо задані точки А(1,3,6), В(2,2,1), С(-1,0,1), D(-4,6,-3).

2. Знайти площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$; $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 2$, $(\widehat{\vec{p}\vec{q}}) = \pi/6$.

Лінійна алгебра

- 1) Розв'язати систему лінійних алгебричних рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса.
- 2) Знайти обернену матрицю та зробити перевірку.
- 3) Знайти ранг матриці.
- 4) Обчислити визначник 4-го порядку.
- 5) Розв'язати матричне рівняння.

Розв'язати систему лінійних алгебричних рівнянь методом Крамера та матричним методом.

Приклади для розв'язування:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + y + 4z = 16, \\ 3x + 2y + z = 10, \\ x + 3y + 3z = 16, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y + 2z = 1, \\ 2x + y - z = 3, \\ 4x - y + 3z = 5 \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x + y + z = 3, \\ x + y - z = 1, \\ 2x + y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x - 5y + 3z = -5, \\ x + y - z = 2, \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Розв'язати систему лінійних алгебричних рівнянь методом Гауса.

Приклади для розв'язування:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 13, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 16, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7 \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Знайти визначник

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Розв'язати матричне рівняння

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Знайти ранг матриці A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 14 & 32 \\ 4 & 5 & 6 & 32 & 77 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 14 & 2 & 6 & 8 & 12 \\ 6 & 17 & 21 & 9 & 104 \\ 7 & 1 & 3 & 4 & 6 \\ 35 & 5 & 15 & 20 & 30 \end{pmatrix}.$$