

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Фізико-математичний факультет

**Затверджую**

Декан фізико-математичного  
факультету

\_\_\_\_\_ В.В.Ванін  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 р.

\_\_\_\_\_ В.В.Ванін  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 р.

**ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ ППН.02**

(назва та код кредитного модуля)

**РОБОЧА ПРОГРАМА**  
**кредитного модуля**

**підготовки бакалаврів**  
**напряму 6.040201 «Математика»**  
**форма навчання денна**

Ухвалено методичною комісією  
фізико-математичного факультету  
Протокол від 18.06 2014 р. № 7  
Голова методичної комісії  
\_\_\_\_\_ Клесов \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 р.

Київ – 2014

Робоча програма кредитного модуля «Теорія чисел» для студентів за напрямом підготовки 6.040201 «Математика» освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр, за денною формою навчання складена відповідно до програми навчальної дисципліни «Теорія чисел».

Розробник робочої програми:

Старший викладач Авдєєва Тетяна Василівна

\_\_\_\_\_ (підпис)

Робочу програму затверджено на засіданні кафедри математичної фізики

Протокол від « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 року № \_\_\_\_\_

Завідувач кафедри

С.Д.Івасишен

\_\_\_\_\_ (підпис)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 р.

© НТУУ «КПІ», 2014 рік

© НТУУ «КПІ», 2014 рік

## 1. Опис кредитного модуля

Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Загальні показники	Характеристика кредитного модуля
Галузь знань 0402 «Фізико-математичні науки»	Назва дисципліни, до якої належить кредитний модуль Теорія чисел	Форма навчання денна
Напрямок підготовки 6.040201 «Математика»	Кількість кредитів ECTS 2,25	Статус кредитного модуля нормативний
Спеціальність «Математика»	Кількість розділів 2	Цикл до якого належить кредитний модуль професійної та практичної підготовки
Спеціалізація	Індивідуальне завдання	Рік підготовки 1
		Семестр 2
Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр	Загальна кількість годин 18	Лекції 18 год.
		Практичні 18 год.
	Тижневих годин: 4,5 Аудиторних – 2 СРС – 2,5	Самостійна робота 45 год.
	Вид та форма семестрового контролю Диф. залік	

Кредитний модуль «Теорія чисел» входить до циклу професійної та практичної підготовки, відноситься до фундаментальних дисциплін. У структурно-логічній схемі програми підготовки з даного напрямку «Теорія чисел» (шифр за ОПП ППН.02) передує та забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: Теорія ймовірності (ППН.05), Комплексний аналіз (ППН.03), Методика викладання математики (ФПН.01), Чисельні методи оптимізації (ППВ.02), Теоретична фізика (ФПН.07).

Вивчення курсу «Теорія чисел» передбачає попереднє знайомство студентів зі шкільним курсом математики.

Кредитний модуль «Теорія чисел» має найтісніший зв'язок з кредитними модулями «Основи математичного аналізу» (ФПН–01), «Лінійна алгебра» (ФПН–02), «Аналітична геометрія» (ФПН–06), які входять до базових навчальних дисциплін згідно робочого навчального плану для напрямку підготовки 6.040201 «Математика» (6.08.01 Математика).

Загальний курс теорії чисел є фундаментом математичної освіти спеціаліста. Дійсно, математичні методи дослідження проникають в усі області людської діяльності, а тому зростає інтерес до курсу теорії чисел зі сторони суміжних наук, які використовують різний об'єм математичних знань. Необхідність знайомства з основами теорії чисел викликана не лише потребами формування загальної математичної культури, а й тим широким практичним застосуванням, який теорія чисел отримала останнім часом (наприклад, у криптографії, дискретної геометрії та геометрії чисел, діофантових наближеннях тощо).

## **1. Мета та завдання навчальної дисципліни**

### **1.1. Мета навчальної дисципліни „Теорія чисел”.**

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей:

- до логічного та аналітичного мислення, формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей;
- оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями абстрактної математики в різних задачах, підготовка студентів до творчого використання набутих знань у подальших навчальних курсах;
- до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у студентів прикладної математичної культури;
- доводити розв'язок задачі до практично прийнятого результату – числа, графіка, точного якісного висновку із застосуванням для цього адекватних обчислювальних засобів, таблиць і довідників;

- уміння аналізувати одержані результати, самостійно використовувати і вивчати літературу з математики.

### 1.2. Основні завдання навчальної дисципліни.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння навчальної дисципліни мають продемонструвати такі результати навчання:

- **знання:** основні поняття теорії чисел, зокрема такі як натуральні числа, прості та складені числа, цілі числа, раціональні, дійсні числа. Канонічний розклад складеного числа, найбільший спільний дільник натуральних чисел, найменше спільне кратне натуральних чисел. Знати основну теорему арифметики, ознаки подільності на числа в межах першої півсотні. Студенти зобов'язані знати:

- методи розкладення чисел на прості множники;
- основні теореми теорії порівнянь;
- основні мультиплікативні функції.

**Уміння.** Студенти зобов'язані вміти:

- шукати канонічний розклад цілого числа;
- шукати кількість дільників та суму всіх дільників цілого числа;
- розкладати раціональне число у ланцюговий дріб;
- розкладати квадратичну ірраціональність у нескінченний періодичний ланцюговий дріб;
- розв'язувати лінійні рівняння за натуральним модулем;
- розв'язувати лінійні та рівняння вищих степенів у певному кільці;
- розв'язувати діофантові рівняння.

**Досвід:** навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками і т. п.; навчитися проводити повний аналіз поставленої задачі та будувати алгоритм розв'язування поставленої задачі; вміти застосовувати набуті знання з теорії чисел.

### 1.3. Вимоги до компетенції

*академічні:*

- засвоїти основні поняття та теореми курсу теорії чисел;
- оволодіти базовими прийомами та алгоритмами теорії чисел;
- засвоїти основні поняття та теореми теорії порівнянь, теорії ланцюгових дробів;
- засвоїти основні алгоритми для розв'язування прикладних задач математики;

*соціально- особистісні:*

- виховувати інтерес до використання методів теорії чисел при розв'язуванні актуальних практичних задач;
- зміцнювати навички взаємодії із членами малих груп, об'єднаних загальною ціллю колективного розв'язування науково-практичних задач;

*професійні:*

- на базі отриманих знань вміти застосовувати основні теоретичні відомості до розв'язування певних практичних задач;

- оволодіти технікою реферування, систематизації наукової літератури;
- отримати уявлення про сучасні напрямки розвитку математики.

- Структура кредитного модуля

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 81 година / 2,25 кредитів\_ECTS.

#### РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ ЗА ТЕМАМИ

Назва розділів, тем	Розподіл за семестрами та видами занять			
	Всього	Лекцій	Практичні (контр. роботи)	СРС
<b>2 Семестр</b>				
Теорія подільності цілих чисел	21	4	4	13
Числові функції	9	2	2	5
Системи числення	13	4	2	7
Ланцюгові дроби	16	4	3	9
Теорія конгруенцій	12	4	3	5
МКР	5	0	2	3
Диф. залік	5	0	2	3
<b>Всього за семестр</b>	<b>81</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>45</b>

## 2. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
Тема 1. Теорія подільності цілих чисел	
1-2	<p><b>Лекція 1-2.</b> Ділення з остачею, теорема про ділення з остачею. Подільність чисел. Прості та складені числа. Найбільший спільний дільник, алгоритм Евкліда. Теорема Евкліда. Основна теорема арифметики. Найменше спільне кратне. Розв'язування лінійних діофантових рівнянь від двох змінних.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [3], Гл 1–3, стр. 7–47, [4], Гл.1, §§1–5, [8], Гл 1. [2], Гл 1, [9] , §§1–3, [13].</p>

Тема 2. Числові функції.	
3	<p><b>Лекція 3.</b> Числові функції. Мультиплікативні функції. Функції <math>[x]</math> та <math>\{x\}</math>. Функція Ойлера <math>\varphi(n)</math>. Функція Мебіуса <math>\mu(n)</math>. Кількість всіх дільників натурального числа та сума всіх дільників натурального числа.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [3], Гл 4, 33,34, стр. 48–57, 315–331, [4], Гл.2 §§1–4, [2], Гл 2.</p>
Тема 3. Системи числення.	
4-5	<p><b>Лекція 4-5.</b> Системи числення, операції над системними числами, перехід від однієї системи числення до іншої. Нестандартні системи числення. Ознаки подільності.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [2], Гл 3, [12].</p>
Тема 4. Ланцюгові дроби.	
6-7	<p><b>Лекція 6-7.</b> Ланцюгові дроби. Скінченні та нескінченні ланцюгові дроби. Запис раціонального числа за допомогою ланцюгового дроби. Теорема Лагранжа про квадратичну ірраціональність. Підхідні дроби та їх властивості. Збіжність нескінченних і ланцюгових дробів, формули утворення підхідних дробів. Деякі застосування ланцюгових та підхідних дробів.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [3], Гл 5–6, 24–26, стр. 58–71, 210–242, [2], Гл 4–6.</p>
Тема 5. Теорія Конгруенції.	
8-9	<p>Лекція 8-9. Конгруенції та їх застосування. Арифметика конгруенцій. Теорема Вільсона про конгруенції. Лінійні конгруенції з однією та декількома змінними.</p> <p><i>Рекомендована література:</i> [3], Гл 7–16, стр. 72–138, [4], Гл.3–4. [2], Гл 5, [9], §4.</p>

## 5. Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	<p><b>Теорія подільності, алгоритм Евкліда. Ознаки подільності.</b> [1,2,4,6,12].</p> <p>АЗ: [6]: 1.1 (а-г), 1.2 (а, д), 1.4, 1.8 (а-в), 2.1, 2.2 (б,д,є).</p> <p>ДЗ: [6]: 1.1 (д-ж), 1.3, 1.5, 1.8 (г-є), 2.2 (а,г,ж).</p>
2	<p><b>НСК, НСД, канонічний розклад.</b> [1,2,4,6].</p> <p>АЗ: [6]: 2.3 (II ст.), 3.1 (II ст.), 3.2 (а,в,е), 3.3 (II ст.), 3.5 (I ст.), 3.7 (а,в,з).</p> <p>ДЗ: [6]: 2.3 (I ст.), 3.1 (I ст.), 3.2 (б,г,є), 3.4 (I ст.), 3.5 (II ст.), 3.7 (б,г,к).</p>
3	<p><b>Числові функції. Функція Ойлера. Число и сума всіх натуральних дільників цілого числа. Ціла та дробова частина дійсного числа.</b> [1,2,4,6].</p> <p>АЗ: [6]: 4.1 (є-м), 4.2 (а-в), 4.3 (а,б,в), 4.9, 4.15 (а,в,г), 4.16 (а,в,д), 4.19 (а), 4.22 (I ст.).</p> <p>ДЗ: [6]: 4.1 (а-е), 4.2 (г,д), 4.15 (є,є,ж), 4.16 (г,е,ж), 4.21, 4.22 (II ст.).</p>
4	<p><b>Системні числа, операції над ними. Переведення числа з однієї системи в іншу.</b></p>

	[1,2,4,6]. АЗ: [6]: 6.1, 6.4 (а-д), 6.5 (а,б), 6.7 (а,д,е,ж), 6.11 (а,в) (доп. завд: 6.16, 7 стор 78) . ДЗ: [6]: 6.2, 6.3, 6.4 (е,є,ж,л), 6.5 (в,г,д), 6.6 (к), 6.9 (а,б,г).
5	<b>Ланцюгові дроби, підхідні дроби, властивості підхідних дробів.</b> [1,2,4,6]. АЗ: [6]: 5.1 (а,г,ж,л), 5.3 (а,в,е), 5.7 (а), 5.20 (к,л,м), 5.23 (г,д), 5.12 (а,б,к), 5.14. ДЗ: [6]: 5.1 (б,д,е,к), 5.3 (б,г,ж), 5.7 (б), 5.20 (ж,н), 5.23 (а,е,є), 5.28 (а,б), 5.12 (г,ж,з).
6	<b>Конгруенції.</b> [1,2,4,6]. АЗ: [6]: 11.1 (а), 11.2 (б), 11.6 (а-г), 11.7 (а,б), 11.9 (а,г,к), 11.15 (а), 11.16 (б,ж). ДЗ: [6]: 11.1 (б), 11.2 (в), 11.6 (д-л), 11.9 (в,л).
7	<b>Теорема Ойлера, Ферма та їх застосування.</b> [1,2,4,6]. АЗ: [6]: 13.3 (а,б,в), 13.4 (д,е,ж), 13.7 (а,в,е), 14.1 (е), 14.2 (е), 14.3 (е), 14.4 (з), 14.10 (а), 14.11 (а). (доп. пр. 14.23–14.26). ДЗ: [6]: 13.3 (г,д,з), 13.4 (а,б,г), 13.7 (б,г), 14.1 (е), 14.2 (е), 14.4 (е), 14.4 (е), 14.10 (б), 14.11 (б).
8	<b>Розв'язування діофантових рівнянь.</b> [1,2,4,6]. АЗ: [6]: 5.18, [2], стор. 33 № 26, 27, стор. 113 № 4. ДЗ: [6]: 4.25, 5.16, 5.19.
9	Контрольна робота за семестр. Підготовка до заліку.

## 6. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання
1	Первісні корені: означення, обчислення, застосування. <i>Рекомендована література:</i> [1,2,4,6,12].
2	Символ Лежандра та символ Якобі: означення, властивості та деякі застосування. <i>Рекомендована література:</i> [1,2,4,6,12].

## 7. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання складаються з конспектування окремих питань, розв'язування додаткових задач підвищеної складності.

Розрахункова робота не передбачається.

## 8. Контрольні роботи



Модульна контрольна робота виконуються на останньому практичному занятті. Вона включає 6 практичних завдань.

Мета контрольної роботи – виявити рівень засвоєння відповідних тем модуля, підрахування балів за кредитно-модульною системою.

Контрольні завдання контрольної роботи додаються до робочої навчальної програми.

## 9. Методичні рекомендації

На початку викладання лекційного матеріалу з нової теми слід навести приклади відповідних практичних застосувань, бажано у фаховій діяльності. Кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції.

## 10. Рекомендована література

### 10.1. Основна література:

1. *Авдєєва Т.В, Горбачук В.М.* Загальна алгебра і теорія чисел. Навчально-методичний посібник. – К. «Політехніка», 2001. –84 с.
2. *Безуцак О.О., Ганюшкін О.Г.* Елементи теорії чисел. Навчальний посібник. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський Університет», 2003. – 202 с.
3. *Бухштаб А.А.* Теория чисел. М., Просвещение Учпедгиз, 1966.–386
4. *Виноградов И.М.* Основы теории чисел. М., Наука, 1972.
5. *Завало С. Т., Костарчук В. Н., Хацет Б. І.* Алгебра і теорія чисел в 2-х ч. – К: Вища шк., 1974, 1977, 1980.
6. *Завало С. Т., Левіценко С.С., Пилаєв В.В., Рокицький І.О.* Алгебра і теорія чисел. Практикум: в 2-х ч. частина 2. – К: Вища шк., 1986.
7. *Мишина А. П., Проскуряков И. В.* Высшая алгебра. – М.: Наука, 1965. – 300 с.
8. *Нестеренко Ю.В.* Теория чисел. – М., 2008.
9. *Хассе Г.* Лекции по теории чисел. –М.: Издательство иностранной литературы, 1953. –520 с.

### 10.2 Додаткова література :

10. *Александров В. А., Горшенин С. М.* Задачник-практикум по теории чисел. -М.: Учпедгиз, 1963.
11. *Грибанов В. У., Титов П. И.,* Сборник упражнений по теории чисел. -М.: Просвещение, 1964.
12. *Воробьев Н. Н.* Признаки делимости. -М.: Физматгиз, 1963
13. *Калужнин Л.А.* Основная теорема арифметики. –М.: Наука, 1969. – 36 с.
14. *Серпинский В.* 250 задач по элементарной теории чисел.
15. *Гельфонд А.О.* Решение уравнений в целых числах. –

