



Методи математичної фізики для рівнянь для рівнянь еліптичного типу

СИЛАБУС

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>13 Механічна інженерія</i>
Спеціальність	<i>131 Прикладна механіка</i>
Освітня програма	<i>Динаміка і міцність машин</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЕКТС (120 годин), з них лекції 36 годин, практичні заняття 36 годин, самостійна робота 48 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Модульна контрольна робота Залік</i>
Розклад занять	<i>Згідно з розкладом</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна Практичні: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна annzhuravsky@ukr.net</i>
Розміщення курсу	<i>Визначається лектором та доводиться до відома студентів на першому занятті</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Опис навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна відноситься до вибіркового компонента професійної підготовки факультетського каталогу.

1.2. Мета навчальної дисципліни

Метою навчальної дисципліни є підготовка фахівця, який має базові компетенції з побудови математичних моделей, які описуються диференціальними рівняннями з частинними похідними; знання основних математичних методів розв'язування та дослідження початково-крайових задач для рівнянь математичної фізики; аналіз результатів.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів **компетентностей**:

- до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- виявляти, ставити та вирішувати проблеми;
- застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

1.3. Предмет вивчення дисципліни

Предмет навчальної дисципліни – крайові задачі для рівнянь еліптичного типу, методи розв'язування крайових задач, інтегральні рівняння та методи розв'язування, аналіз отриманих результатів.

1.4. Результати навчання

ЗНАННЯ:

- постановки задачі Коші та основних крайових задач для ДРЧП еліптичного типу;

- фізичного змісту основних задач математичної фізики та розв’язків цих задач;
- умови існування та єдиності розв’язків крайових задач для ДРЧП еліптичного типу;
- основних методів розв’язування задач Коші та крайових задач для ДРЧП другого порядку всіх типів (методи характеристик, інтегральних перетворень, відокремлення змінних і за допомогою функції Гріна);

УМІННЯ:

- складати математичну модель фізичної задачі у формі відповідної задачі для ДРЧП;
- розв’язувати основні задачі для рівнянь еліптичного типу методами відокремлення змінних і за допомогою функції Гріна;
- робити фізичний аналіз результатів розв’язування основних задач для рівнянь еліптичного типу.
- розв’язувати інтегральні рівняння;
- застосовувати методи теорії потенціалів до розв’язування задач для рівнянь еліптичного типу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Перелік дисциплін або знань та умінь, володіння якими необхідні здобувачу вищої освіти для успішного засвоєння дисципліни	Перелік дисциплін, які базуються на результатах навчання з даної дисципліни
Для успішного засвоєння дисципліни необхідні знання набуті в процесі вивчення таких курсів: «Лінійна алгебра і аналітична геометрія», «Вища математика», «Фізика» та «Методи математичної фізики для рівнянь гіперболічного та параболічного типів».	<ul style="list-style-type: none"> • Спеціальні дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей «Теорія пружності» «Теорія коливань та стійкості руху» «Теорія пластичності та повзучості» • Дипломне проектування • Курсові проекти з дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей • Науково-дослідна практика

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Еліптичні рівняння

Тема 1.1. Задачі фізики, які приводять до рівнянь еліптичного типу

Тема 1.2 Гармонічні функції та їх властивості.

Тема 1.3. Метод функції Гріна для еліптичних рівнянь

Тема 1.4. Застосування методу Ейлера-Фур’є до розв’язування крайових задач для еліптичних рівнянь

Тема 1.5. Рівняння Гельмгольца

Розділ 2. Інтегральні рівняння

Тема 2.1. Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма

Розділ 3. Теорія потенціалу

Тема 3.1. Потенціали: властивості та застосування

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Перестюк М.О. Теорія рівнянь математичної фізики. / Перестюк М.О., Маринець В.В. – Київ: Либідь, 2001. – 333 с.
2. Журавська Г.В. Класичні методи розв’язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей./ Журавська Г.В., Качаєнко О.Б., Кузьма О.В., Рева Н.В., Стогній В.І. – Київ: КПІ, 2017. – 258 с. <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19879>
3. Вірченко Н.О. Основні методи розв’язання задач математичної фізики: Навчальний посібник. / Вірченко Н.О. – Київ: Інрес: Воля, 2006. – 332 с.
4. Лавренчук В.П. Диференціальні рівняння математичної фізики: Навчальний посібник./ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готичан Т.І. – Чернівці: Рута, 2008. – 192 с.

Допоміжна література

5. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики. / Тихонов А.Н., Самарский А.А. – Москва: Наука, 1977. – 735 с.
6. Араманович И.Г. Уравнения математической физики. / Араманович И.Г., Левин В.И. – Москва: Наука, 1969. – 288 с.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики./ Владимиров В.С. – Москва: Наука, 1988. – 512 с.
8. Будак Б.М. Сборник задач по математической физике. / Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. – Москва: Физматлит, 2003. – 688 с.
9. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики./ Смирнов М.М. – Москва, ГИТТЛ, 1953. – 72 с.
10. Положий Г.М. Рівняння математичної фізики./ Положий Г.М. – Київ: Рад. школа, 1959. – 478 с.
11. Иванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних: Курс лекцій./ Иванчов М.І. – Львів: Тріада плюс, 2004. –178 с.
12. Бицадзе А.В. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Бицадзе А.В., Калининченко Д.Ф. – Москва: Наука, 1985. – 310 с.
13. Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Владимиров В.С., Михайлов В.В. и др. – Москва: Наука, 1982. – 256 с.

Навчальний контент

1. Методика опанування навчальної дисципліни

Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який виклад вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який викладається на лекціях, та засвоєння методів розв'язування задач на практичних заняттях. Кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції.

1.1. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<u>Задачі фізики, які приводять до рівнянь еліптичного типу</u> Рівняння потенціалу тяжіння. Потенціальний потік нестискуючої рідини. Стационарне теплове поле. Постановка задач для рівнянь еліптичного типу.
2	<u>Гармонічні функції</u> Гармонічні функції та їх властивості. Принцип максимуму та наслідки з нього. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа. Властивості.
3	<u>Функція Гріна задач Діріхле та Неймана</u> Перша та друга формули Гріна. Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа на площині.
4	<u>Функція Гріна задач Діріхле та Неймана (продовження)</u> Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа у просторі.
5	<u>Функція Гріна задач Діріхле та Неймана (продовження)</u> Функція Гріна задачі Неймана на площині та у просторі.
6	<u>Функція Гріна задач Діріхле та Неймана (продовження)</u> Інтеграл Пуассона та його застосування. Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа для круга.
7	<u>Функція Гріна задач Діріхле та Неймана (продовження)</u> Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа для кулі.
8	<u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь</u> Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в прямокутнику.
9	<u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь (продовження)</u> Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в паралелепіпеді.
10	<u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь (продовження)</u> Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в крузі та кільці.

11	<u>Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь (продовження)</u> Застосування методу Ейлера-Фур'є до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в кулі. Застосування поліномів Лежандра.
12	<u>Рівняння Гельмгольца</u> Крайові задачі для рівняння Гельмгольца. Фізичний зміст. Поняття власних коливань.
13	<u>Рівняння Гельмгольца (продовження)</u> Застосування спеціальних функцій до розв'язування крайових задач для рівняння Гельмгольца.
14	<u>Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма</u> Класифікація інтегральних рівнянь. Зв'язок інтегральних та диференціальних рівнянь.
15	<u>Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма (продовження)</u> Методи розв'язування інтегральних рівнянь.
16	<u>Потенціали: властивості та застосування</u> Потенціали об'єму, простого та подвійного шарів.
17	<u>Потенціали: властивості та застосування (продовження)</u> Застосування потенціалів.
18	<u>Потенціали: властивості та застосування (продовження)</u> Зведення крайових задач до інтегральних рівнянь. Умови існування розв'язків крайових задач для рівняння Лапласа.

1.2. Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Задачі фізики, які приводять до рівнянь еліптичного типу. Побудова математичних моделей
2	Гармонічні функції та їх властивості.
3	Метод функції Гріна для задачі Діріхле на площині
4	Метод функції Гріна для задачі Діріхле у просторі
5	Метод функції Гріна для задачі Неймана на площині та у просторі
6	Метод функції Гріна для задачі Діріхле в крузі та кулі
7	Контрольна робота 1.
8	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа та Пуассона в прямокутнику
9	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа в крузі, в кільці та зовні круга.
10	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Пуассона в крузі.
11	Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для еліптичних рівнянь в кулі та зовні кулі
12	Крайові задачі для рівняння Гельмгольца
13	Застосування спеціальних функцій до рівняння Гельмгольца
14	Контрольна робота 2.
15	Інтегральні рівняння Вольтерра
16	Інтегральні рівняння Фредгольма
17	Потенціали простого та подвійного шару. Потенціали об'єму
18	Залік

2. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи, підготовка до заліку. Перевірку рівня вивчення матеріалу доцільно проводити через контрольні роботи, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів.

1. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

1.1. Форми роботи

Лекції проводяться з використанням наочних засобів представлення матеріалу та з використанням методичних матеріалів, доступ до яких наявний у здобувачів вищої освіти. Студенти отримують всі матеріали через e-mail, кампус чи telegram-групу.

Студенти залучаються до обговорення лекційного матеріалу та задають питання, щодо його сутності.

На практичних заняттях застосовуються форми індивідуальної та колективної роботи для реалізації завдань викладача на набуття навичок самостійної практичної роботи.

1.2. Правила відвідування занять

Заняття можуть проводитись в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн в синхронному режимі з використанням засобів відеозв'язку (Zoom або Skype). Проведення занять онлайн повинне бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про причини можливого пропуску контрольного заходу.

Якщо завчасно повідомити не вдалось, здобувач вищої освіти протягом одного тижня має зв'язатись із викладачем для погодження форми і порядку усунення заборгованості.

2. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

2.1. Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- роботу на практичних заняттях (15 занять);
- дві контрольні роботи (тривалістю 90 хвилин);
- розрахункову роботу.

2.2. Критерії нарахування балів

2.2.1. Робота на практичних заняттях — 3.

- впевнена відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи — 3 балів;
- відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи, але можлива допомога викладача — 2 бали;
- відповідь на запитання, знання необхідних методів та формул, але невпевнене використання — 1,5-0,5 бали;
- незнання формул та методів — 0 балів.

Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 3 бали × 5 занять = 15 балів.

У випадку дистанційного навчання бали за роботу на практичних заняттях нараховуються за виконання студентами протягом семестру додаткових завдань.

2.2.2. Контрольна робота — 20 балів.

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) — 18- 20 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 15-17 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки — 12-14 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 12 балів) — 0 балів.

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює:

$$(20 \text{ балів} \times 2) = 40 \text{ балів.}$$

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала писатися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom або Skype (або іншої, в залежності від домовленості з викладачем).

Студентам висилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати написаний розв'язок задач. Якщо розв'язок від студента не надіслано вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів.

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

2.2.3. Розрахункова робота — 45 балів.

- виконані всі вимоги до роботи — 40-45 балів;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки — 32-44 бали;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки — 27-31 бал;
- завдання не виконане або є грубі помилки — 0 балів.

Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше останнього заняття семестру. У разі порушення цього дедлайну студент вважається не допущеним до заліку основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до заліку додаткової сесії повинен здати та захистити свою розрахункову роботу. У випадку дистанційного навчання виконання розрахункової роботи перевіряється за висланими фотографіями написаної роботи на електронну пошту викладача (або іншу платформу, в залежності від домовленості з викладачем).

2.2.4. Штрафні та заохочувальні бали

- виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни надається від 5 до 10 заохочувальних балів.
- за кожний тиждень запізнення з поданням розрахункової роботи на перевірку надаються штрафні (-5) балів.

2.3. Умовою першої атестації є отримання не менш ніж 17 балів та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації). Умовою другої атестації є отримання не менш ніж 34 бали та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації).

2.4. Сума рейтингових балів, отриманих студентом протягом семестру переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею. Необхідною умовою допуску до заліку є зарахування розрахункової роботи. Якщо сума балів менш ніж 60, студент виконує залікову контрольну роботу. У цьому разі бали за залікову контрольну роботу переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею.

Залікова робота представляє собою контрольну роботу тривалістю 90 хвилин, чотири завдання якої оцінюються в 25 балів кожне відповідно до системи оцінювання:

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 23-25 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 18-22 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 15-17 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 15 балів) – 0 балів.

Під час заліку забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

Після залікової роботи за рішенням викладача може бути проведене співбесіда з деякими студентами.

2.5. Студент, який у семестрі отримав не менш ніж 60 балів, може прийняти участь у заліковій контрольній роботі. У цьому разі, бали отримані ним на контрольній роботі є остаточними.

2.6. Таблиця переведення рейтингових балів до оцінок.

Бали	Оцінка
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу	Не допущено

Силабус:

Складено кандидатом фіз.-мат.наук, доцентом Журавською Ганною Вікторівною

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь

(протокол №11 від 29.08.22)

Погоджено Методичною комісією MMI (протокол №9 від 7.07.22)