



Методи математичної фізики для рівнянь гіперболічного та параболічного типів

СИЛАБУС

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>13 Механічна інженерія</i>
Спеціальність	<i>131 Прикладна механіка</i>
Освітня програма	<i>Динаміка і міцність машин</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>3 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредити ЕКТС (120 годин), з них лекції 36 годин, практичні заняття 36 годин, самостійна робота 48 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Модульна контрольна робота Залік</i>
Розклад занять	<i>Згідно з розкладом</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна Практичні: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна annzhuravsky@ukr.net</i>
Розміщення курсу	<i>Визначається лектором та доводиться до відома студентів на першому занятті</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Опис навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна відноситься до вибіркового компонента професійної підготовки факультетського каталогу.

1.2. Мета навчальної дисципліни

Метою навчальної дисципліни є підготовка фахівця, який має базові компетенції з побудови математичних моделей, які описуються диференціальними рівняннями з частинними похідними; знання основних математичних методів розв'язування та дослідження початково-крайових задач для рівнянь математичної фізики; аналіз результатів.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів **компетентностей**:

- до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- виявляти, ставити та вирішувати проблеми;
- застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

1.3. Предмет вивчення дисципліни

Предмет навчальної дисципліни – крайові задачі для рівнянь гіперболічного та параболічного типів, методи розв'язування крайових задач, аналіз отриманих результатів.

1.4. Результати навчання

ЗНАННЯ:

- класифікації ДРЧП другого порядку;

- постановки задачі Коші та основних крайових задач для ДРЧП другого порядку гіперболічного та параболічного типу;
- фізичного змісту основних задач математичної фізики та розв'язків цих задач;
- умови існування та єдиності розв'язків задачі Коші та крайових задач для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу;
- основних методів розв'язування задач Коші та крайових задач для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу (методи характеристик, інтегральних перетворень та відокремлення змінних);

УМІННЯ:

- складати математичну модель фізичної задачі у формі відповідної задачі для ДРЧП;
- зводити до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку;
- розв'язувати основні задачі для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу методами характеристик, інтегральних перетворень та відокремлення змінних;
- робити фізичний аналіз результатів розв'язування основних задач для ДРЧП гіперболічного та параболічного типу.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Перелік дисциплін або знань та умінь, володіння якими необхідні здобувачу вищої освіти для успішного засвоєння дисципліни	Перелік дисциплін, які базуються на результатах навчання з даної дисципліни
Для успішного засвоєння дисципліни необхідні знання набуті в процесі вивчення таких курсів: «Лінійна алгебра і аналітична геометрія», «Вища математика» та «Фізика».	<ul style="list-style-type: none"> • Спеціальні дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей «Теорія пружності» «Теорія коливань та стійкості руху» «Теорія пластичності та повзучості» • Дипломне проектування • Курсові проекти з дисципліни, які передбачають побудову математичних моделей • Науково-дослідна практика

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Класифікація ДРЧП. Зведення до канонічного вигляду

Тема 1.1. Основні поняття та означення теорії ДРЧП

Тема 2.1. Класифікація ДРЧП другого порядку

Розділ 2. Гіперболічні та параболічні рівняння

Тема 2.1. Задачі фізики, які приводять до рівнянь гіперболічного та параболічного типу

Тема 2.2. Вивчення малих коливань струн (стержнів) методом характеристик

Тема 2.3. Мішані задачі для однорідних гіперболічних та параболічних рівнянь на відрізку. Метод відокремлення змінних (метод Ейлера-Фур'є)

Тема 2.4. Задача Коші для рівняння теплопровідності

Тема 2.5. Метод інтегральних перетворень для задач математичної фізики

Розділ 3. Гіперболічні та параболічні рівняння на площині та у просторі

Тема 3.1. Коливання прямокутної мембрани.

Тема 3.2. Спеціальні функції та їх застосування до розв'язування мішаних задач.

Тема 3.3. Задача Коші для хвильового рівняння у просторі та на площині

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Перестюк М.О. Теорія рівнянь математичної фізики. / Перестюк М.О., Маринець В.В. – Київ: Либідь, 2001. – 333 с.
2. Журавська Г.В. Класичні методи розв'язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей. / Журавська Г.В., Качаєнко О.Б., Кузьма О.В., Рева Н.В., Стогній В.І. – Київ: КПІ, 2017. – 258 с. <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19879>

3. Вірченко Н.О. Основні методи розв'язання задач математичної фізики: Навчальний посібник. / Вірченко Н.О. – Київ: Інрес: Воля, 2006. – 332 с.
4. Лавренчук В.П. Диференціальні рівняння математичної фізики: Навчальний посібник./ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готичан Т.І. – Чернівці: Рута, 2008. – 192 с.

Допоміжна література

5. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики. / Тихонов А.Н., Самарский А.А. – Москва: Наука, 1977. – 735 с.
6. Араманович И.Г. Уравнения математической физики. / Араманович И.Г., Левин В.И. – Москва: Наука, 1969. – 288 с.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики./ Владимиров В.С. – Москва: Наука, 1988. – 512 с.
8. Будак Б.М. Сборник задач по математической физике. / Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. – Москва: Физматлит, 2003. – 688 с.
9. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики./ Смирнов М.М. – Москва, ГИТТЛ, 1953. – 72 с.
10. Положий Г.М. Рівняння математичної фізики./ Положий Г.М. – Київ: Рад. школа, 1959. – 478 с.
11. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних: Курс лекцій./ Іванчов М.І. – Львів: Тріада плюс, 2004. –178 с.
12. Бицадзе А.В. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. – Москва: Наука, 1985. – 310 с.
13. Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики./ Владимиров В.С., Михайлов В.В. и др. – Москва: Наука, 1982. – 256 с.

Навчальний контент

1. Методика опанування навчальної дисципліни

Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який виклад Вивчення даної дисципліни складається з теоретичного матеріалу, який викладається на лекціях, та засвоєння методів розв'язування задач на практичних заняттях. Кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції.

1.1. Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<u>Основні поняття та означення теорії ДРЧП.</u> Поняття ДРЧП. Основні рівняння математичної фізики. Поняття розв'язку ДРЧП. ДРЧП першого порядку та методи їх розв'язання. <u>Класифікація ДРЧП другого порядку.</u> Канонічний вигляд ДРЧП у випадку двох незалежних змінних. Зведення до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку.
2	<u>Задачі фізики, які приводять до рівнянь гіперболічного та параболічного типу.</u> Рівняння коливання струни. Крайові та початкові умови. Мішані та крайові задачі. Задача Коші. Постановки основних задач для рівнянь гіперболічного типу. Рівняння теплопровідності та дифузії. Постановка основних крайових задач.
3	<u>Коливання необмеженої струни.</u> Задача Коші для однорідного хвильового рівняння. Формула Даламбера та її фізичний зміст. Метод характеристик. Задача Коші для неоднорідного рівняння. Поняття про узагальнений розв'язок задачі Коші.
4	<u>Мішані задачі в обмежених та напівобмежених областях.</u> Застосування методу характеристик до розв'язування мішаних задач в обмежених та напівобмежених областях. Теореми про коректну розв'язність задачі Коші.
5	<u>Вільні коливання обмеженої струни.</u> Вільні коливання струни. Метод відокремлення змінних. Застосування методу відокремлення змінних до вивчення коливаний струни. Інтерпретація розв'язку.
6	<u>Метод відокремлення змінних для неоднорідних початково-крайових задач для гіперболічних рівнянь.</u> Вимушені коливання струни. Мішані задачі з неоднорідними крайовими умовами. Приклади.

7	<u>Метод Ейлера-Фур'є для розв'язування мішаних задач для рівняння теплопровідності на відрізку.</u> Метод відокремлення змінних для однорідних задач для рівняння теплопровідності на відрізку. Інтерпретація розв'язку.
8	<u>Метод відокремлення змінних для неоднорідних початково-крайових задач для параболічних рівнянь.</u> Мішані задачі з неоднорідними крайовими умовами. Приклади.
9	<u>Задача Штурма-Ліувілля.</u> Задача Штурма-Ліувілля. Властивості власних чисел та власних функцій оператора Штурма-Ліувілля. Обґрунтування методу Ейлера-Фур'є.
10	<u>Задача Коші для рівняння теплопровідності.</u> Розповсюдження тепла в необмежених областях. Розв'язування задачі Коші для рівняння теплопровідності. Поняття функції джерела. Формула Пуассона.
11	<u>Задача Коші для рівняння теплопровідності (продовження).</u> Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності та його фізичний зміст. Розповсюдження тепла в напівобмежених областях.
12	<u>Метод інтегральних перетворень для задач математичної фізики</u> Застосування перетворення Лапласа до розв'язування задач математичної фізики.
13	<u>Метод інтегральних перетворень для задач математичної фізики(продовження)</u> Застосування перетворення Фур'є до розв'язування задач математичної фізики.
14	<u>Коливання прямокутної мембрани.</u> Застосування методу відокремлення змінних в багатовимірному випадку. Вільні коливання прямокутної мембрани. Метод Ейлера-Фур'є.
15	<u>Спеціальні функції.</u> Спеціальні функції та їх властивості. Застосування до розв'язування мішаних задач.
16	<u>Вільні коливання круглої мембрани.</u> Вільні коливання круглої мембрани. Метод Ейлера-Фур'є.
17	<u>Задача Коші для хвильового рівняння в просторі.</u> Формула Пуассона, її фізичний зміст.
18	<u>Задача Коші для хвильового рівняння на площині.</u> Формули Кірхгофа, її фізичний зміст.

1.2. Практичні заняття

№	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Зведення до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
2	Зведення до канонічного вигляду ДРЧП другого порядку зі змінними коефіцієнтами.
3	Задачі фізики, які приводять до рівнянь гіперболічного типу. Задачі фізики, які приводять до рівнянь параболічного типу. Крайові та початкові умови. Постановка задач.
4	Задача Коші для хвильового рівняння. Метод характеристик. Формула Даламбера.
5	Метод характеристик для мішаних задач в напівобмежених та обмежених областях. Побудова профілю струни.
6	Контрольна робота 1.
7	Застосування методу відокремлення змінних до вивчення вільних коливань струни.
8	Метод відокремлення змінних для неоднорідних задач для рівнянь гіперболічного типу.
9	Метод відокремлення змінних для однорідних та неоднорідних задач для рівняння теплопровідності на відрізку.
10	Метод відокремлення змінних для задач з неоднорідними крайовими умовами для рівнянь гіперболічного та параболічного типу.
11	Задача Коші для рівняння теплопровідності на прямій та на напівпрямій.
12	Контрольна робота 2.
13	Застосування перетворення Лапласа до розв'язування задач математичної фізики.
14	Вільні та вимушені коливання прямокутної мембрани.
15	Спеціальні функції.
16	Коливання круглої мембрани. Поширення тепла у нескінченному циліндрі.
17	Задача Коші для хвильового рівняння у просторі та на площині.
18	Залік

2. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів передбачає опрацювання лекцій, виконання домашніх завдань та розрахункової роботи, підготовка до заліку. Перевірку рівня вивчення матеріалу доцільно проводити через контрольні роботи, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів.

Політика та контроль

1. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

1.1. Форми роботи

Лекції проводяться з використанням наочних засобів представлення матеріалу та з використанням методичних матеріалів, доступ до яких наявний у здобувачів вищої освіти. Студенти отримують всі матеріали через e-mail, кампус чи telegram-групу.

Студенти залучаються до обговорення лекційного матеріалу та задають питання, щодо його сутності.

На практичних заняттях застосовуються форми індивідуальної та колективної роботи для реалізації завдань викладача на набуття навичок самостійної практичної роботи.

1.2. Правила відвідування занять

Заняття можуть проводитись в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн в синхронному режимі з використанням засобів відеозв'язку (Zoom або Skype). Проведення занять онлайн повинне бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про причини можливого пропуску контрольного заходу.

Якщо завчасно повідомити не вдалось, здобувач вищої освіти протягом одного тижня має зв'язатись із викладачем для погодження форми і порядку усунення заборгованості.

2. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

2.1. Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- роботу на практичних заняттях (15 занять);
- дві контрольні роботи (тривалістю 90 хвилин);
- розрахункову роботу.

2.2. Критерії нарахування балів

2.2.1. Робота на практичних заняттях — 3.

- впевнена відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи — 3 балів;
- відповідь на запитання, чіткий запис формул, знання та вміння застосувати необхідні методи, але можлива допомога викладача — 2 бали;
- відповідь на запитання, знання необхідних методів та формул, але невпевнене використання — 1,5-0,5 бали;
- незнання формул та методів — 0 балів.

Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 3 бали × 5 занять = 15 балів.

У випадку дистанційного навчання бали за роботу на практичних заняттях нараховуються за виконання студентами протягом семестру додаткових завдань.

2.2.2. Контрольна робота — 20 балів.

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) — 18-20 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 15-17 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки — 12-14 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 12 балів) — 0 балів.

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює:

$$(20 \text{ балів} \times 2) = 40 \text{ балів.}$$

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала писатися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom або Skype (або іншої, в залежності від домовленості з викладачем).

Студентам висилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати написаний розв'язок задач. Якщо розв'язок від студента не надіслано вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів.

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

2.2.3. Розрахункова робота — 45 балів.

- виконані всі вимоги до роботи – 40-45 балів;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки – 32-44 бали;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки – 27-31 бал;
- завдання не виконане або є грубі помилки – 0 балів.

Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше останнього заняття семестру. У разі порушення цього дедлайну студент вважається не допущеним до заліку основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до заліку додаткової сесії повинен здати та захистити свою розрахункову роботу.

У випадку дистанційного навчання виконання розрахункової роботи перевіряється за висланими фотографіями написаної роботи на електронну пошту викладача (або іншу платформу, в залежності від домовленості з викладачем).

2.2.4. Штрафні та заохочувальні бали

- виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з дисципліни надається від 5 до 10 заохочувальних балів.
- за кожний тиждень запізнення з поданням розрахункової роботи на перевірку надаються штрафні (-5) балів.

2.3. Умовою першої атестації є отримання не менш ніж 17 балів та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації). Умовою другої атестації є отримання не менш ніж 34 бали та виконання відповідної частини розрахункової роботи (на час атестації).

2.4. Сума рейтингових балів, отриманих студентом протягом семестру переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею. Необхідною умовою допуску до заліку є зарахування розрахункової роботи. Якщо сума балів менш ніж 60, студент виконує залікову контрольну роботу. У цьому разі бали за залікову контрольну роботу переводиться до підсумкової оцінки згідно з таблицею.

Залікова робота представляє собою контрольну роботу тривалістю 90 хвилин, чотири завдання якої оцінюються в 25 балів кожне відповідно до системи оцінювання:

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 23-25 балів;
- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 18-22 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 15-17 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на 15 балів) – 0 балів.

Під час заліку забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

Після залікової роботи за рішенням викладача може бути проведене співбесіда з деякими студентами.

2.5. Студент, який у семестрі отримав не менш ніж 60 балів, може прийняти участь у заліковій контрольній роботі. У цьому разі, бали отримані ним на контрольній роботі є остаточними.

2.6. Таблиця переведення рейтингових балів до оцінок.

Бали	Оцінка
95-100	Відмінно
85-94	Дуже добре
75-84	Добре
65-74	Задовільно
60-64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу	Не допущено

Силабус:

Складено кандидатом фіз.-мат.наук, доцентом Журавською Ганною Вікторівною

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь
(протокол №11 від 29.08.22)

Погоджено Методичною комісією MMI (протокол №9 від 7.07.22)