



ВИЩА МАТЕМАТИКА-3: МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>G Інженерія, виробництво та будівництво</i>
Спеціальність	<i>G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка</i>
Освітня програма	<i>Комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>заочна</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр (3)</i>
Обсяг дисципліни	<i>150 годин/ 5 кредитів (лекції – 6 год., практичні заняття – 6 год., самостійна робота – 138 год.)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен/ розрахункова робота</i>
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к. ф.-м. н., доцент, Савчук Марина Володимирівна, http://intellect.kpi.ua/profile/smv319 maryna.savchuk@gmail.com , моб. +38 (097) -247-62-96 Практичні: к. ф.-м. н., доцент, Савчук Марина Володимирівна, http://intellect.kpi.ua/profile/smv319 maryna.savchuk@gmail.com , моб. +38 (097) -247-62-96
Розміщення курсу	Інформаційні ресурси в бібліотеці

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Кредитний модуль «Вища математика-3», що належить до навчальної дисципліни «Вища математика» з циклу професійної підготовки студентів за спеціальністю G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка, дає можливість отримати ґрунтовну підготовку з математики для подальшого використання математичного апарату при розв'язуванні практичних, прикладних і наукових завдань, сформувати у студентів здатність застосовувати базові знання в області фундаментальної математики, розв'язувати математичні задачі шляхом створення відповідних застосувань.

Метою вивчення навчальної дисципліни є формування у студентів: системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату; аналітичного мислення; навичок застосування основних законів; базових математичних знань для вивчення спеціальних дисциплін та вирішення прикладних завдань, які виникають в професійній діяльності.

Програмні компетентності (згідно з матрицею відповідності програмних компетентностей компонентам освітньої програми).

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

ЗК 04. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

Фахові компетентності (ФК)

ФК 01. Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

ФК 03. Здатність виконувати аналіз об'єктів автоматизації на основі знань про процеси, що в них відбуваються та застосовувати методи теорії автоматичного керування для дослідження, аналізу та синтезу систем автоматичного керування.

ФК 04. Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій.

Програмні результати навчання (згідно з матрицею забезпечення програмних результатів навчання відповідними компонентами освітньої програми).

ПРН 01. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Кредитний модуль «Вища математика-3. Математичний аналіз» ґрунтується на знаннях, отриманих при вивченні кредитних модулів «Вища математика 1. Аналітична геометрія та лінійна алгебра» та «Вища математика 2. Диференціальне числення» і є базовим при подальшому вивченні більшості навчальних дисциплін з циклу професійної підготовки студентів за спеціальністю G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Числові та функціональні ряди. Інтеграл і перетворення Фур'є.

Тема 1.1. Числові ряди.

Тема 1.2. Функціональні ряди. Степеневі ряди.

Тема 1.3. Ряди Фур'є.

Тема 1.4. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є

Розділ 2. Інтегральне числення функції багатьох змінних.

Тема 2.1. Подвійні інтеграли.

Тема 2.2. Потрійні інтеграли. Застосування кратних інтегралів.

Тема 2.3. Криволінійні інтеграли та їх застосування.

Тема 2.4. Поверхневі інтеграли та їх застосування.

Розділ 3. Елементи теорії поля.

Тема 3.1. Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт.

Тема 3.2. Векторне поле. Потік, циркуляція, дивергенція, ротор векторного поля. Оператор Гамільтона. Застосування елементів теорії поля.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
2. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2006. – 648 с.
3. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.

4. Кузьма О. В., Яцюк В. Т. Кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли. Основи теорії поля: навчально-методичний посібник / О. В. Кузьма, В. Т. Яцюк – К: НТУУ “КПІ”, 2016. – 113 с. /Електронне видання, затверджене Радою ФМФ 24.06.16, протокол № 6. – Електронний ресурс, об’єм файла 1,20 Мб;
<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/16675>.
5. Савчук М.В. Вища математика. Числові та функціональні ряди. Практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. М. В. Савчук. – Електронні текстові дані (1 файл: 736 Кбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 46 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41853>

Додаткова література

1. Денисюк В. П. Вища математика: навч. посіб. У 4 ч. / В. П. Денисюк, В. К. Репета – К. : Вид-во НАУ, 2009. – Ч. 1. – 293 с.
2. Вища математика. Елементи теорії поля і теорія рядів. Розрахункова робота [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 186 «Видавництво та поліграфія» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,27 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 110 с.
3. Кузьма О. В., Яцюк В. Т. Застосування деяких спеціальних функцій при викладанні курсу вищої математики/Альманах науки. - 2019, № 27 (6) - С. 23-29.
4. Пилипенко В.А. Вища математика: Ряди: Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. В.А. Пилипенко, Є.В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,303 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 36 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46039>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекції

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<i>Числові ряди.</i> Поняття числового ряду, частинні суми. Збіжність і розбіжність числових рядів. Властивості рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Гармонічний ряд. Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами: ознака порівняння, ознака порівняння в граничній формі. Інтегральна ознака Коші збіжності ряду.
2	<i>Функціональні ряди.</i> Області збіжності та розбіжності функціональних рядів. Рівномірна збіжність функціональних рядів. Критерій Коші рівномірної збіжності ряду. Ознака рівномірної збіжності Вейерштрасса. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів: неперервність, диференціювання і інтегрування.
3	<i>Подвійний інтеграл.</i> Означення подвійного інтеграла. Задача про об’єм циліндричного бруса. Умови існування подвійного інтеграла. Критерій інтегровності. Властивості подвійних інтегралів. Обчислення подвійних інтегралів. Область D – прямокутник; область D – криволінійна область. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл у полярних координатах та узагальнених полярних координатах.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<i>Степеневі ряди.</i> Інтервал збіжності степеневому ряду. Теорема Абеля. Радіус збіжності степеневому ряду. Теорема Коші-Адамара. Властивості степенів рядів. Диференціювання і інтегрування степеневих рядів. <i>Ряди Тейлора та Маклорена.</i> Основні поняття. Критерій збіжності ряду Тейлора. Біноміальний ряд. Розкладання в ряд Маклорена елементарних функцій.
2	<i>Потрійний інтеграл.</i> Задача про масу тіла. Означення потрійного інтеграла та його властивості. Умови існування потрійних інтегралів. Критерій інтегровності. Обчислення потрійних інтегралів. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Потрійний інтеграл у циліндричних, сферичних і узагальнених сферичних координатах. Обчислення об'єму тіла. Застосування потрійного інтеграла до задач механіки.

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента належать: опрацювання лекцій, підготовка до аудиторних занять, самостійне опрацювання деяких тем навчальної дисципліни, робота з математичною літературою, виконання завдань індивідуальної домашньої роботи, виконання завдань розрахункової роботи, підготовка до екзамену.

Самостійна робота

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	<i>Достатні ознаки збіжності рядів. Знакопереміжні та знакозмінні ряди.</i> Ознака Даламбера. Радикальна ознака Коші. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбніца. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.
2	<i>Застосування степеневих рядів.</i> Інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів. Поняття про деякі спеціальні функції, функції Бесселя. Наближене обчислення логарифмів. Наближене обчислення значень функцій. Наближене обчислення інтегралів
3	<i>Ряди Фур'є.</i> Тригонометричні ряди. Властивості тригонометричних рядів. Ряди Фур'є. Коефіцієнти Фур'є. Теорема Діріхле про достатню умову розкладання функції з періодом 2π у ряд Фур'є. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій з періодом 2π.
4	<i>Тригонометричні ряди Фур'є для функцій будь-якого періоду.</i> Ряди Фур'є для функцій з періодом $2l$. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій з періодом $2l$. Розкладання в ряд Фур'є за косинусами ф-ції, заданої на $[0;l]$. Розкладання в ряд Фур'є за синусами ф-ції, заданої на $[0;l]$. Ряд Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0;l]$. Комплексна форма ряду Фур'є.
5	<i>Інтеграл та перетворення Фур'є.</i> Інтеграл Фур'є. Інтеграл Фур'є для парних і непарних функцій. Інтеграл Фур'є в комплексній формі. Перетворення Фур'є. Поняття про перетворення Лапласа.
6	<i>Застосування подвійного інтеграла.</i> Обчислення площі плоскої фігури. Обчислення об'єму тіла. Обчислення площі поверхні. Застосування подвійних інтегралів до задач механіки.

7	<i>Криволінійні інтеграли 1-го роду та їх застосування.</i> Означення криволінійного інтегралу 1-го роду. Властивості криволінійного інтегралу по довжині дуги. Обчислення криволінійного інтегралу 1-го роду для різних способів задання кривої. Застосування криволінійних інтегралів 1-го роду.
8	<i>Криволінійні інтеграли 2-го роду та їх застосування.</i> Задача про роботу змінної сили при переміщенні матеріальної точки вздовж деякої кривої. Означення криволінійного інтегралу 2-го роду. Основні властивості криволінійних інтегралів 2-го роду. Достатні умови існування криволінійних інтегралів 2-го роду. Обчислення криволінійного інтегралу 2-го роду для різних способів задання кривої. Зв'язок між криволінійними інтегралами 1-го та 2-го роду.
9	<i>Умови незалежності криволінійного інтегралу 2-го роду від шляху інтегрування.</i> Формула Гріна-Остроградського та її застосування до обчислення площі плоскої фігури. Умови незалежності криволінійного інтегралу 2-го роду від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Застосування криволінійних інтегралів 2-го роду.
10	<i>Поверхневі інтеграли 1-го роду та їх застосування.</i> Означення поверхневого інтегралу 1-го роду. Умови існування та обчислення поверхневих інтегралів 1-го роду. Застосування поверхневих інтегралів 1-го роду до задач геометрії та механіки.
11	<i>Поверхневі інтеграли 2-го роду та їх застосування.</i> Орієнтація поверхні. Означення поверхневих інтегралів 2-го роду та їх властивості. Умови існування та обчислення поверхневих інтегралів 2-го роду. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го та 2-го роду. Формула Гаусса-Остроградського. Формула Стокса.
12	<i>Елементи теорії поля.</i> Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості. Векторне поле. Векторні лінії. Потік векторного поля через поверхню та його обчислення різними методами. Дивергенція векторного поля. Формула Гаусса-Остроградського у векторному вигляді. Циркуляція векторного поля. Ротор векторного поля. Формула Стокса у векторному вигляді. Спеціальні поля: потенціальне, соленоїдальне, гармонічне. Оператор Гамільтона. Оператор Лапласа.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Правила відвідування занять.

Відвідування лекцій та практичних занять є обов'язковим (за винятком випадків, коли існує поважна причина) та необхідним для успішного виконання практичних завдань.

Політика виставлення оцінок.

Кожна оцінка виставляється відповідно до розроблених викладачем та заздалегідь оголошених студентам критеріїв.

Політика дедлайнів та перескладання.

Роботи, які здаються із порушенням термінів виконання без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (75% від максимально можливої кількості балів). Перескладання певних видів робіт поточного контролю здійснюється відповідно до узгодженого з викладачем терміну виконання та визначеного розрахунку максимального балу при повторному складанні.

Політика щодо академічної доброчесності.

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль (максимальна оцінка – 50 балів):

- написання індивідуальної домашньої роботи (ІДР частини 1, 2);
- написання та захист завдань розрахункової роботи (РР частини 1, 2);

Таблиця відповідності рейтингових балів видам поточного контролю.

<i>Вид поточного контролю</i>	<i>Максимально можлива кількість балів</i>
ІДР (частини 1, 2)	10 балів (5+5)
РР (частини 1, 2)	40 балів (20+20)

Критерії нарахування балів:

1. Виконання індивідуальної домашньої роботи.

Індивідуальні домашні роботи проводяться за темами розділів «Інтегральне числення функції багатьох змінних» та «Елементи теорії поля».

Рівень результатів навчання	Кількість балів	Опис критеріїв оцінювання
«відмінно»	5 балів	Завдання виконані правильно, містять всі необхідні розрахунки, пояснення.
«добре»	4–4,5 балів	Завдання виконані правильно, але є недоліки. Зокрема, використані правильні підходи до розв'язання, але повністю відсутні пояснення, є помилки в розрахунках тощо. Однак, наявні недоліки свідчать не про відсутність знань та умінь, а про недостатню уважність та відповідальність під час виконання завдання. Отже, виконання завдань є недостатньо повним, але наведено не менше 75% змістовної інформації.
«задовільно»	3–3,5 балів	Завдання виконані частково або з деякими помилками. Зокрема, неправильно записана формула, що призвело до неправильної відповіді, є суттєві помилки в перетвореннях аналітичних виразів. Однак, відображено загальний правильний підхід при розв'язанні завдань. Повнота відповіді становить не менше 60 % змістовної інформації.
«незадовільно»	0 –2,5 балів	Завдання виконані неправильно або зі значними помилками (правильно виконано менше 60% смислових дій).

2. Виконання розрахункової роботи.

Розрахункова робота (РР) виконується за темами розділів «Числові та функціональні ряди. Інтеграл і перетворення Фур'є», «Інтегральне числення функції багатьох змінних».

Рівень результатів навчання	Кількість балів	Опис критеріїв оцінювання
«відмінно»	19–20 балів	Завдання виконані правильно, містять всі необхідні розрахунки, пояснення.
«добре»	15–18 балів	Завдання виконані правильно, використані правильні підходи до розв’язання, але повністю відсутні пояснення, є помилки в розрахунках тощо. Отже, виконання завдань є недостатньо повним, але наведено не менше 75% змістовної інформації.
«задовільно»	12–14 балів	Завдання виконані частково або з деякими помилками. Зокрема, невірно записана формула, що призвело до неправильної відповіді, є суттєві помилки в перетвореннях аналітичних виразів. Однак, відображено загальний правильний підхід при розв’язанні завдань. Повнота відповіді становить не менше 60 % змістовної інформації.
«незадовільно»	0 – 11 балів	Завдання виконані неправильно або зі значними помилками (правильно виконано менше 60% смислових дій).

Семестровий контроль: екзамен (максимальна оцінка – 50 балів).

Екзаменаційна робота складається з двох теоретичних питань та трьох практичних завдань.

Оцінювання теоретичних питань здійснюється таким чином:

Рівень результатів навчання	Кількість балів	Опис критеріїв оцінювання
«відмінно»	9,5–10 балів	Відповідь на теоретичне питання повна та правильна, містить необхідні пояснення, аналітичні вирази та графіки.
«добре»	7,5–9 балів	Відповідь на теоретичне питання достатньо повна та правильна, містить необхідні пояснення, аналітичні вирази та графіки. Однак, аналітичні вирази не містять пояснення компонентів, графіки не містять необхідних позначень, відповідь не проілюстровано прикладом. Отже, виконання завдань є недостатньо повним, але наведено не менше 75% змістовної інформації.
«задовільно»	6–7 балів	Відповідь на теоретичне питання правильна, але неповна. У відповіді відсутні деякі необхідні аналітичні вирази або графіки. У відповіді присутня значна кількість інформації, що відповідає загальній тематиці питання, але не конкретизують ті аспекти, що зазначені в самому питанні. Повнота відповіді становить не менше 60 % змістовної інформації.

«незадовільно»	0 – 5 балів	Відповідь на теоретичне питання становить менше 60 % правильної та змістовної інформації. У відповіді відсутні ключові пояснення, важливі аналітичні вирази.
----------------	-------------	--

Оцінювання практичних завдань здійснюється таким чином:

Рівень результатів навчання	Кількість балів	Опис критеріїв оцінювання
«відмінно»	9,5–10 балів	Практичне завдання виконане правильно, містить всі необхідні розрахунки, пояснення.
«добре»	7,5–9 балів	Практичне завдання виконане правильно, використані правильні підходи до розв'язання, але повністю відсутні пояснення, є помилки в розрахунках тощо. Отже, виконання завдань є недостатньо повним, але наведено не менше 75% змістовної інформації.
«задовільно»	6–7 балів	Практичне завдання виконане частково або з деякими помилками. Зокрема, невірно записана формула, що призвело до неправильної відповіді, є суттєві помилки в перетвореннях аналітичних виразів. Однак, відображено загальний правильний підхід при розв'язанні завдань. Повнота відповіді становить не менше 60 % змістовної інформації.
«незадовільно»	0 – 5 балів	Практичне завдання виконане неправильно або зі значними помилками (правильно виконано менше 60% смислових дій).

Рейтинг студента із засвоєння кредитного модуля визначається за 100-бальною шкалою та складається з балів, які студент отримує за всі види робіт поточного контролю та балів, отриманих при складанні екзамену.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за індивідуальну домашню роботу та розрахункову роботу. Семестровий рейтинг складає не менше 30 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

4. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Перелік питань, які виносяться на семестровий контроль.

1. Числові ряди. Сума числового ряду. Збіжність і розбіжність числового ряду.
2. Властивості збіжних числових рядів.
3. Необхідна ознака збіжності числового ряду.

4. Гармонічний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.
5. Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами:
 - перша, друга ознаки порівняння;
 - ознака Даламбера;
 - радикальна ознака Коші;
 - інтегральна ознака Коші; дослідити на збіжність узагальнений гармонічний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.
6. Знакопереміжні числові ряди. Теорема Лейбніца. Абсолютна та умовна збіжність.
7. Функціональні ряди. Ознака рівномірної збіжності Вейерштрасса.
8. Степеневі ряди. Теорема Абеля.
9. Інтервал збіжності степеневого ряду. Обчислення радіуса збіжності степеневого ряду.
10. Інтегрування і диференціювання степеневих рядів.
11. Ряди Тейлора і Маклорена. Біноміальний ряд. Розкладання в ряд Маклорена елементарних функцій:

$$y = e^x; y = \sin x; y = \cos x; y = \ln \ln(1+x); y = \arctg x$$

12. Поняття про деякі спеціальні функції.
13. Тригонометричні ряди. Ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
14. Теорема Діріхле про достатню умову розкладання функції з періодом 2π у ряд Фур'є.
15. Ряд Фур'є для парних і непарних періодичних функцій з періодом 2π .
16. Ряд Фур'є для функцій з періодом $2l$. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій з періодом $2l$.
17. Розкладання в ряд Фур'є за косинусами ф-ції заданої на $[0;l]$.
18. Розкладання в ряд Фур'є за синусами ф-ції заданої на $[0;l]$. Ряд Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0;l]$.
19. Комплексна форма ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є.
20. Означення подвійного інтеграла. Теорема існування подвійних інтегралів. Геометричний зміст.
21. Обчислення подвійних інтегралів:
 - обл. D – прямокутник;
 - обл. D – криволінійна область.
- Заміна порядку інтегрування.
22. Властивості подвійних інтегралів.
23. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл в полярних координатах.
24. Застосування подвійних інтегралів:
 - площа плоскої фігури;
 - об'єм тіла;
 - площа поверхні;
 - маса пластини, центр маси пластини, статичні моменти, моменти інерції пластини.
25. Означення потрійного інтеграла. Теорема існування потрійних інтегралів.
26. Обчислення потрійних інтегралів.
27. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Потрійний інтеграл у циліндричних, сферичних та узагальнених сферичних координатах.
28. Застосування потрійних інтегралів:
 - обчислення об'єму тіла;
 - маса тіла, моменти інерції тіла відносно координатних осей, моменти інерції тіла відносно координатних площин, статичні моменти інерції тіла відносно координатних площин, координати центра маси тіла.
29. Означення криволінійного інтеграла 1-го роду (по довжині дуги).
30. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду. Крива AB задана:
 - параметричними рівняннями $x = x(t); y = y(t); t \in [c; d]$;
 - рівнянням $y = f(x), x \in [a; b]$ (у декартових координатах);
 - рівнянням $\rho = \rho(\varphi), \varphi \in [\alpha; \beta]$ (у полярних координатах).

31. Застосування криволінійних інтегралів 1-го роду: площа поверхні, довжина дуги кривої, маса кривої, статичні моменти кривої відносно координатних осей, моменти інерції кривої відносно координатних осей, координати центра маси кривої.
32. Означення криволінійного інтеграла 2-го роду (за координатами точок кривої).
33. Основні властивості криволінійних інтегралів 2-го роду.
34. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду:
- крива АВ задана параметричними рівняннями $x = x(t); y = y(t); t \in [c; d]$;
 - крива АВ задана рівнянням у Декартових координатах: $y = f(x), x \in [a; b]$.
35. Формула Гріна.
36. Умови незалежності криволінійних інтегралів 2-го роду від шляху інтегрування.
37. Застосування криволінійних інтегралів 2-го роду : обчислення площі плоскої фігури.
38. Обчислення роботи плоскої сили вздовж кривої АВ за допомогою криволінійного інтеграла 2-го роду.
39. Поверхневі інтеграли 1-го роду. Застосування поверхневих інтегралів 1-го роду:
- маса поверхні;
 - статичні моменти поверхні відносно координатних площин;
 - координати центра маси поверхні;
 - моменти інерції поверхонь відносно координатних осей.
40. Поверхневі інтеграли 2-го роду. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го та 2-го роду. Формула Гаусса-Остроградського. Формула Стокса.
41. Елементи теорії поля. Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт та його властивості.
42. Векторне поле. Векторні лінії. Потік векторного поля через поверхню.
43. Формула Остроградського-Гаусса у теорії поля. Дивергенція векторного поля.
44. Циркуляція векторного поля. Ротор векторного поля. Формула Стокса через оператори теорії поля.
45. Спеціальні поля: потенціальне, соленоїдальне, гармонічне. Вираження операторів теорії поля через оператор Гамільтона. Оператор Лапласа.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ,
к. ф.-м. н., доцентом Савчук Мариною Володимирівною.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 10 від 24.06. 2026 р.)

Погоджено Методичною комісією ФРП (протокол № 7/26 від 26.06.2026 р.)