



НАЗВА КУРСУ

ВИЩА МАТЕМАТИКА. ЧАСТИНА 3.

РЯДИ. ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	13(G) Механічна інженерія (Інженерія, виробництво та будівництво)
Спеціальність	131(G9) Прикладна механіка
Освітня програма	Технології виробництва літальних апаратів
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Заочна
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	120 годин (4 кредити ЕКТС), з них лекції - 4 години, практичні заняття - 6 годин, самостійна робота - 110 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/ модульна контрольна робота (МКР), розрахункова робота (РР)
Розклад занять	Згідно з розкладом на сайті університету http://roz.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектори та викладачі практичних занять кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь https://mph.kpi.ua/osobovij-sklad.html
Розміщення курсу	Визначається лектором та доводиться до відома студентів на першому занятті

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Вища математика. Частина 3. Ряди. Теорія функції комплексної змінної» є третьою заключною частиною обов'язкової компоненти «Вища математика», що входить до циклу професійної підготовки бакалаврів відповідної освітньо-професійної програми за спеціальністю 131(G9) «Прикладна механіка».

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здібностей до володіння основними поняттями та методами теорії числових та функціональних рядів, функції комплексної змінної, операційного числення; використовувати теоретичний матеріал для розв'язання типових задач з даних тем; застосовувати отримані знання, уміння та навички для розв'язання прикладних задач математики, механіки, фізики та у своїй повсякденній практичній діяльності; до самостійного використання та вивчення математичної літератури та інших інформаційних джерел.

Завдання навчальної дисципліни полягає у формуванні у студентів таких **здатностей**:

згідно з матрицею відповідності програмних компетентностей компонентам освітньої програми:

– **загальні компетентності**:

ЗК 01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

– **фахові компетентності**:

ФК 01. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі **результати навчання**:

згідно з матрицею забезпечення програмних результатів навчання відповідними компонентами освітньої програми:

– ПРН 01. Вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи;

– **знання**: основних понять та методів теорії числових та функціональних рядів, застосування їх до наближених обчислень, поняття функції комплексної змінної, операційного числення, розв'язування за допомогою перетворення Лапласа диференціальних та інтегральних рівнянь.

– **уміння**: досліджувати на збіжність числові ряди, знаходити область збіжності функціонального ряду, використовувати степеневі ряди для наближених обчислень, знаходити похідні функції комплексної змінної, обчислювати інтеграли від функції комплексної змінної, подавати функцію комплексної змінної у вигляді ряду Тейлора або Лорана, використовувати перетворення Лапласа для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та систем таких рівнянь.

– **досвід**: навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками та іншою навчальною літературою; вміти застосовувати набуті знання з математики до розв'язування різноманітних задач.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Вища математика. Частина 3. Ряди. Теорія функції комплексної змінної» викладається в третьому семестрі на базі попередніх двох частин «Вища математика. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної» та «Вища математика. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння», які вивчалися в попередніх двох семестрах. Дана дисципліна забезпечує такі дисципліні, як «Теоретична механіка», «Теоретичні основи теплотехніки» згідно структурно-логічної схеми відповідної освітньо-професійної програми.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Числові ряди.

Тема 1.1. Знакододатні числові ряди.

Тема 1.2. Знакозмінні ряди.

Розділ 2. Функціональні ряди.

Тема 2.1. Функціональні ряду. Рівномірна збіжність функціонального ряду.

Тема 2.2. Степеневі ряди. Ряди Тейлора і Маклорена.

Тема 2.3. Застосування степеневих рядів.

Розділ 3. Ряди Фур'є.

Тема 3.1. Ряд Фур'є для 2π - періодичної функції.

Тема 3.2. Ряд Фур'є для $2l$ - періодичної функції.

Тема 3.3. Ряди Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0, l]$ або на відрізку $[a, b]$.

Розділ 4. Елементи теорії функцій комплексної змінної.

Тема 4.1. Комплексні числа та дії над ними.

Тема 4.2. Диференціальне числення функції комплексної змінної.

Тема 4.3. Інтегрування функції комплексної змінної. Інтегральна формула Коші.

Тема 4.4. Ряди Лорана.

Тема 4.5. Теорія лишків

Розділ 5. Операційне числення.

Тема 5.1. Перетворення Лапласа та його властивості.

Тема 5.2. Застосування перетворення Лапласа.

Тема 5.3. Інтеграл Фур'є та перетворення Фур'є.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Рекомендована література

Базова

1. Герасимчук В.С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Частина 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі : навчальний посібник для студентів вищих технічних закладів / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов – К.: Книги України, 2014. – Ч. 3. – 399 с. – ISBN 978-966-2331-04-2.
2. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 4-те вид. – К. : Ігнатекс–Україна, 2013. – 648 с. – 500 пр. – ISBN 978- 966-97049-3-1. – Режим доступу:
<http://dspace.nuft.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/10062/1/56.pdf>
3. Журавська Г. В. Елементи теорії рядів та їх застосування. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей [Електронний ресурс] / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,54 Мб). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 162 с. – Режим доступу:
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67675>
4. Журавська Г. В. Вища математика. Частина 3. Збірник задач [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю G9 (131) Прикладна механіка / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електрон. текст. дані (1 файл: 2,92 Мб). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 106 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/75395>
5. Журавська Г. В. Теорія функції комплексної змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для інженерних спеціальностей / Г. В. Журавська ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,26 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017 – 92с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/19900>
6. Журавська Г. В. Операційне числення. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей / Уклад.: Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева – К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 79 с. – Режим доступу:
<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/23490>
7. Журавська Г. В. Завдання до розрахункової роботи: Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення / Уклад.: Г. В. Журавська, І. М. Копась, Н. В. Рева – К. : НТУУ «КПІ», 2015 – 29 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/43549>

Додаткова

1. Дудкін, М. Є. Вища математика : підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахно ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 10,96 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с. – Режим доступу:
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51064>
2. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.

Інформаційний ресурс

1. Дистанційний курс «Вища математика-3. Ряди. Теорія функції комплексної змінної» для бакалаврів 2-го курсу спеціальності 131 Прикладна механіка / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась. – 27,7 Мб (25,7 ум.др.арк.). – Київ : НТУУ«КПІ ім. Ігоря Сікорського», ІПО, 2022. (інформаційний ресурс (елемент) системи дистанційного навчання на базі платформи ДН «Сікорський») – Адреса розміщення:
<https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=1656>

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Методика вивчення даної дисципліни є традиційною: на лекціях подається теоретичний матеріал та наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. На практичних заняттях студенти опрацьовують теоретичний та практичний матеріал, розв'язуючи задачі, подібні до розглянутих на лекціях. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються домашні завдання та індивідуальні завдання розрахункової роботи. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичні контрольні роботи, тестування, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Основні поняття та означення числових рядів. Властивості числових рядів. Необхідна ознака збіжності числового ряду. Знакододатні числові ряди. Достатні ознаки збіжності. Ознаки порівняння. Ознака Даламбера. Радикальна та інтегральна ознаки Коші.
2	Поняття функції комплексної змінної. Диференціювання функції комплексної змінної. Умови Коші – Рімана. Аналітичність функції комплексної змінної. Інтегрування функції комплексної змінної. Означення, властивості та правила обчислення. Формула Ньютона-Лейбніца.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Поняття степеневому ряду. Теорема Абеля. Інтервал та радіус збіжності степеневому ряду. Ряди Тейлора і Маклорена. Розкладання елементарних функцій в ряд Маклорена.
2	Означення перетворення Лапласа. Перетворення Лапласа деяких елементарних функцій. Основні властивості перетворення Лапласа. Таблиця оригіналів та зображень.
3	Контрольна робота.

6. Самостійна робота студента

На самостійну роботу студента (СРС) відводиться 110 годин навчального часу.

До СРС відносяться: опрацювання лекцій, підготовка до аудиторних занять, самостійне опрацювання деяких тем навчальної дисципліни, підготовка до написання модульної контрольної роботи, робота з математичною літературою - (65 год.), виконання завдань розрахункової роботи (15 год.), підготовка до екзамену (30 год.).

Студенти заочної форми навчання вивчають самостійно більшість матеріалу з вищої математики внаслідок невеликої кількості аудиторних годин. Для самостійної роботи студентам рекомендується користуватися навчально-методичними посібниками, конспектом лекцій, відповідною науковою літературою та періодичними виданнями. Усі матеріали для вивчення навчальної дисципліни є у кампусі та науково-технічній бібліотеці ім. Г. І. Денисенка.

Самостійна робота

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання
Розділ 1. Числові ряди	
1	Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца. Абсолютна і умовна збіжності.

Розділ 2. Функціональні ряди	
2	Поняття функціонального ряду. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Ознака Вейєрштрасса. Неперервність суми функціонального ряду. Почленне диференціювання та інтегрування функціональних рядів.
3	Властивості степеневих рядів.
4	Застосування степеневих рядів до наближених обчислень, границь функції, обчислення визначених інтегралів та розв'язання задач Коші для диференціальних рівнянь.
Розділ 3. Ряди Фур'є	
5	Поняття про тригонометричний ряд Фур'є. Формули для обчислення коефіцієнтів ряду Фур'є. Достатні умови подання функції через її ряд Фур'є.
6	Ряд Фур'є для парних та непарних функцій. Ряд Фур'є для $2l$ -періодичної функції.
7	Ряди Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0; l]$ або на відрізку $[a; b]$.
Розділ 4. Елементи теорії функцій комплексної змінної	
8	Поняття функції комплексної змінної. Комплексні числа. Геометричне зображення, форми запису та дії над комплексними числами. Границя та неперервність функції комплексної змінної. Основні елементарні функції комплексного змінного. Означення, властивості.
9	Спряжені гармонічні функції.
10	Геометричний зміст аргументу та модуля похідної функції комплексної змінної. Поняття про конформні відображення.
11	Інтеграл Коші. Інтегральна формула Коші.
12	Степеневі ряди в комплексній області. Ряди Тейлора і Лорана.
13	Класифікація ізольованих особливих точок. Лишки функції та їх застосування для обчислення інтегралів.
Розділ 5. Операційне числення	
14	Основні властивості перетворення Лапласа. Зображення згортки двох функцій. Формула Дюамеля. Таблиця оригіналів та зображень.
15	Обернене перетворення Лапласа. Теореми розвинення. Формула Рімана – Мелліна. Знаходження оригінала за зображенням. Розклад зображення на суму елементарних дробів.
16	Застосування перетворення Лапласа. Розв'язування диференціальних рівнянь, систем диференціальних рівнянь.
17	Інтеграл Фур'є. Інтеграл Фур'є для парних і непарних функцій. Інтеграл Фур'є в комплексній формі. Перетворення Фур'є.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн з використанням засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять онлайн повинно бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Система вимог, які викладач ставить перед студентом та РСО результатів навчання оголошують студентам на першому занятті.

Відвідування занять

Відсутність на лекціях та на практичних заняттях не карається штрафними балами, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються уміння й навички, необхідні для виконання практичних завдань, семестрової індивідуальної роботи, успішного написання МКР та складання екзамену.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і педагогічних працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: тестування, виконання завдань МКР та РР.

Семестровий контроль: екзамен.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

1. Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів, з них 50 балів – стартова складова (семестровий рейтинг) і 50 балів – екзаменаційна складова. Стартовий рейтинг складається з балів, які студент отримує протягом семестру за:

- виконання тестових завдань;
- виконання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи.

2. Критерії нарахування балів:

2.1. Виконання тестових завдань – виконання студентами тестів у Moodle на базі платформи ДН «Сікорський».

Максимальна кількість балів — 15 балів.

2.2. Модульна контрольна робота (МКР)

Згідно з навчальним планом в першому семестрі заплановано проведення модульної контрольної роботи за темами розділів 1–5. Максимальна кількість балів — 20 балів.

Система оцінювання контрольної роботи:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) — 18–20 балів.
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 15–17 балів.
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та незначні помилки — 12–14 балів.
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідають зазначеним вище критеріям оцінювання) — 0–11 балів бали.

Модульна контрольна робота та всі інші письмові роботи пишуться студентами самостійно без застосування допоміжних засобів (довідкові матеріали, мобільні телефони, планшети та ін.). Для підтвердження факту самостійного виконання будь-якої письмової роботи студент повинен вміти усно продемонструвати повне розуміння виконаної контрольної роботи.

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала писатися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom, Google Meet або інших за домовленістю з викладачем.

Студентам надсилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати написаний розв'язок задач. Якщо розв'язок від студента не надіслано вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів (у разі відсутності поважної причини).

Як виняток, за поважної причини контрольна робота може бути перенесена на інший день (за попередньою домовленістю з викладачем).

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

2.3. Розрахункова робота (РР)

Максимальна кількість балів за виконану розрахункову роботу – 15 балів.

- виконані та захищені (студент може розв'язати будь-яке завдання зі своєї розрахункової роботи або аналогічне завдання та пояснити кожен крок свого розв'язання) всі завдання з урахуванням вимог до роботи, можливі незначні недоліки при оформленні результату — 13,5–15 балів, «відмінно»;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки — 11–13 балів, «добре»;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки — 9–10 бали, «задовільно»;
- завдання не виконано або допущено грубі помилки, роботу не зараховано — 0–8 балів, «незадовільно».

Студент має вчасно здавати завдання розрахункової роботи на перевірку, термін здачі частин розрахункової роботи визначається викладачем. Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше ніж за тиждень до екзамену, щоб викладач мав час для перевірки цієї роботи і студент мав змогу її захистити. У разі порушення цього дедлайну студент вважається недопущеним до екзамену основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до екзамену додаткової сесії може здати та захистити свою розрахункову роботу тільки на мінімальну позитивну оцінку, що складає 60 % від максимально можливої кількості балів за розрахункову роботу.

У випадку дистанційного навчання виконана РР надсилається на електронну пошту викладача або іншу платформу за домовленістю з викладачем.

3. Умовою допуску до екзамену є зарахована розрахункова робота та індивідуальний семестровий рейтинг не менше ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за семестр, тобто 30 балів.

4. Умовою здачі екзамену є екзаменаційний рейтинг студента не менш ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за екзамен (50 балів), тобто 30 бали.

На екзамені студенти виконують екзаменаційну контрольну роботу. Кожен екзаменаційний білет містить два теоретичних питання і три практичних завдання, які оцінюються у 10 балів за наступними критеріями.

Система оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) — 9–10 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або незначні неточності — 7,5–8 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та деякі помилки — 6–7 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь — 0–5 балів.

Система оцінювання практичних завдань:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування завдання — 9–10 балів;
- «добре», повне розв'язування завдання з несуттєвими неточностями — 7,5–8 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками — 6–7 балів;
- «незадовільно», завдання не виконано — 0–5 балів.

Під час екзамену, забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

5. Сума стартових балів та балів за екзаменаційну контрольну роботу переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Бали: тести + МКР + розрахункова робота + + екзаменаційна контрольна робота	Оцінка
95–100	Відмінно
85–94	Дуже добре
75–84	Добре
65–74	Задовільно
60–64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу, або стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційного навчання за рішенням адміністрації університету передбачена можливість виставлення екзаменаційної оцінки «автоматом» (за згодою студента) шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D},$$

де $R_C = 50$ балів - максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру,
 R_I – сума балів, набрана студентом протягом семестру (індивідуальний рейтинг за семестр),
 $R_D = 30$ балів - допусковий бал до екзамену.

У разі незгоди студента з оцінкою «автоматом», студент складає екзамен у режимі відео зв'язку згідно з розкладом екзаменаційної сесії.

Якщо індивідуальний рейтинг студента $R_I < 30$ балів і він вважається не допущеним до екзамену основної сесії, то, у випадку зарахованої розрахункової роботи, студенту надається можливість отримання допуску до екзамену додаткової сесії, шляхом проведення додаткових контрольних заходів.

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Передбачено можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

доцент кафедри МФДР, канд. фіз.-мат. наук, доц. Копась Інна Миколаївна

Ухвалено

кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25 червня 2025 р.)

Погоджено

Методичною комісією НН ММІ (протокол № 11 від 27 червня 2025 р.)