



НАЗВА КУРСУ

ВИЩА МАТЕМАТИКА. ЧАСТИНА 2.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ТА ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ

ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	G Інженерія, виробництво та будівництво
Спеціальність	G9 Прикладна механіка
Освітня програма	Технології виробництва літальних апаратів
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Заочна
Рік підготовки, семестр	1курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	120 годин (4 кредити ЕКТС), з них лекції – 4 годин, практичні заняття – 6 годин, самостійна робота – 110 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен / модульна контрольна робота (МКР), розрахункова робота (РР)
Розклад занять	Згідно з розкладом на сайті університету http://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Копась Інна Миколаївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук kopas.inna@iit.kpi.ua Практичні: Копась Інна Миколаївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук kopas.inna@iit.kpi.ua
Розміщення курсу	Визначається лектором та доводиться до відома студентів на першому занятті

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Вища математика. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння» є другою частиною обов'язкової компоненти «Вища математика», що входить до циклу професійної підготовки бакалаврів відповідної освітньо-професійної програми за спеціальністю G9 «Прикладна механіка».

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здібностей до володіння основними поняттями та методами теорії інтегрального числення функції однієї змінної, звичайних диференціальних рівнянь; використовувати теоретичний матеріал для розв'язання типових задач з даних тем; застосовувати отримані знання, уміння та навички для розв'язання прикладних задач математики, механіки, фізики та у своїй повсякденній практичній діяльності; самостійне використання та вивчення математичної літератури та інших інформаційних джерел.

Завдання навчальної дисципліни полягає у формуванні у студентів наступних здатностей: згідно з матрицею відповідності програмних компетентностей компонентам освітньої програми:

– **загальні компетентності:**

ЗК 01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

– **фахові компетентності:**

ФК 01. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі **результати навчання:**

згідно з матрицею забезпечення програмних результатів навчання відповідними компонентами освітньої програми:

– ПРН 01. Вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи;

– **знання:** поняття первісної та невизначеного інтеграла функції однієї змінної, їх властивості; таблиця інтегралів та основні методи інтегрування різних класів функцій; поняття визначеного інтеграла, його властивості та застосування; основні методи інтегрування звичайних диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь;

– **уміння:** знаходити невизначені інтеграли, використовуючи таблицю інтегралів та основні методи інтегрування; обчислювати визначені інтеграли; використовувати визначені інтеграли для геометричних та фізичних задач; знаходити розв'язки диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь.

– **досвід:** навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками та іншою навчальною літературою; вміти застосовувати набуті знання з математики до розв'язування різноманітних задач.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Вища математика Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Диференціальні рівняння» викладається в другому семестрі і є логічним продовженням попередньої частини «Вища математика Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної» та забезпечує наступну частину «Вища математика Частина 3. Ряди. Теорія функції комплексної змінної», яка вивчається в третьому семестрі. Дана дисципліна забезпечує такі дисципліни, як «Теоретична механіка», «Теоретичні основи теплотехніки», «Механіка рідини і газу» та інші згідно структурно-логічної схеми відповідної освітньої програми.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Тема 1.1. Функція багатьох змінних та її властивості.

Тема 1.2. Частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних.

Тема 1.3. Застосування частинних похідних функції багатьох змінних.

Розділ 2. Кратні інтеграли.

Тема 2.1. Подвійний інтеграл. Заміна змінних у подвійному інтегралі.

Тема 2.2. Застосування подвійного інтеграла до задач геометрії та механіки.

Тема 2.3. Потрійний інтеграл. Заміна змінних у потрійному інтегралі.

Тема 2.4. Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та механіки.

Розділ 3. Криволінійні та поверхневі інтеграли першого роду.

Тема 3.1. Криволінійні інтеграли першого роду (по довжині дуги).

Тема 3.2. Поверхневі інтеграли першого роду.

Розділ 4. Елементи теорії поля.

Тема 4.1. Скалярне та векторне поля. Диференціальні характеристики полів.

Тема 4.2. Криволінійний інтеграл другого роду (по координатах).

Тема 4.3. Поверхневий інтеграл другого роду.

Розділ 5. Звичайні диференціальні рівняння.

Тема 5.1. Диференціальне рівняння першого порядку.

Тема 5.2. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.

Тема 5.3. Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків.

Тема 5.4. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків.

Тема 5.5. Системи диференціальних рівнянь.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Рекомендована література

Базова

1. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі: навч. посіб. / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ: Книги України ЛТД, 2014. – 470 с. – 3000 пр. – ISBN 978-966-2331-05-9.
2. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 4-те вид. – К. : Ігнатекс–Україна, 2013. – 648 с. – 500 пр. – ISBN 978- 966-97049-3-1. – Режим доступу: <http://dspace.nuft.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/10062/1/56.pdf>
3. Вища математика. Частина 2. Збірник задач [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю G9 (131) Прикладна механіка / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева, Т. А. Самойленко, Н. В. Степаненко. – Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 170 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/75396>
4. Копась І. М. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 131 «Прикладна механіка» / уклад. І. М. Копась. – Київ: КПП ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 126 с. – Режим доступу: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/23638>

Додаткова

1. Дудкін, М. Є. Вища математика: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахо. – Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51064>
2. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.
3. Кулик Г. М. Навчальний посібник «Вища математика: Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальні рівняння» для студентів технічних спеціальностей / Укл.: Г. М. Кулик, О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Степаненко, Н. П. Ярема. – К. : НТУУ «КПІ». – 2016. – 278 с.

Інформаційний ресурс

Дистанційний курс «Вища математика 2. Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння» для бакалаврів 1-го курсу спеціальності G9 Прикладна механіка / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась. – 29,2 Мб (44,3 ум.др.арк.). – Київ: НТУУ«КПІ ім. Ігоря Сікорського», ІПО, 2022. (інформаційний ресурс (елемент) системи дистанційного навчання на базі платформи ДН «Сікорський») – Адреса розміщення: <https://do.ipu.kpi.ua/course/view.php?id=8451>

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Методика вивчення даної дисципліни є традиційною: на лекціях подається теоретичний матеріал та наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. На практичних заняттях студенти опрацьовують теоретичний та практичний матеріал, розв'язуючи задачі, подібні до розглянутих на лекціях. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються індивідуальні завдання розрахункової роботи. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичні контрольні роботи, тестування, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції
1	Функція багатьох змінних та її властивості. Частинні похідні та диференційованість функції багатьох змінних. Диференціал функції багатьох змінних.
2	Диференціальні рівняння. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття
1	Функція багатьох змінних та її властивості. Частинні похідні та повні диференціали 1-го та 2-го порядків.
2	Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння.
3	Модульна контрольна робота.

6. Самостійна робота студента

На самостійну роботу студента (СРС) відводиться 110 годин навчального часу.

До СРС відносяться: опрацювання лекцій, підготовка до аудиторних занять, самостійне опрацювання деяких тем навчальної дисципліни, підготовка до написання модульної контрольної роботи та тестів, робота з літературою (65 год.), виконання завдань розрахункової роботи (15 год.), підготовка до екзамену (30 год.).

Студенти заочної форми навчання вивчають самостійно більшість матеріалу з вищої математики внаслідок невеликої кількості аудиторних годин. Для самостійної роботи студентам рекомендується користуватися навчально-методичними посібниками, матеріалами дистанційного курсу, конспектом лекцій, відповідною науковою літературою та періодичними виданнями. Усі матеріали для вивчення навчальної дисципліни є у кампусі та науково-технічній бібліотеці ім. Г. І. Денисенка.

Самостійна робота

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання
Розділ 1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних	

1	Застосування частинних похідних. Дотична площина та нормаль до поверхні. Локальні екстремуми функції двох змінних.
2	Найбільше і найменше значення функції двох змінних.
Розділ 2. Кратні інтеграли	
3	Подвійний інтеграл та його властивості. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах.
4	Заміна змінних у подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл у полярних координатах. Застосування подвійного інтеграла до задач геометрії та механіки.
5	Потрійний інтеграл та його властивості. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах.
6	Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндрична та сферична система координат. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній та сферичній системах координат. Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та механіки.
Розділ 3. Криволінійні та поверхневі інтеграли першого роду	
7	Криволінійний інтеграл першого роду (по довжині дуги). Обчислення та застосування криволінійних інтегралів першого роду.
8	Поверхневий інтеграл першого роду. Обчислення та застосування поверхневих інтегралів першого роду.
Розділ 4. Елементи теорії поля	
9	Основні поняття теорії поля. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Градієнт скалярного поля та його властивості. Векторне поле. Поняття дивергенції та ротора векторного поля.
10	Криволінійний інтеграл другого роду (по координатах). Обчислення та застосування криволінійних інтегралів другого роду. Циркуляція векторного поля. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
11	Поверхневі інтеграли другого роду. Обчислення та застосування поверхневих інтегралів другого роду. Потік векторного поля. Формула Стокса. Формула Остроградського – Гауса.
Розділ 5. Звичайні диференціальні рівняння	
12	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.
13	Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.
14	Лінійні однорідні диференціальні рівняння (ЛОДР) вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Лінійно залежні та незалежні системи функцій. Визначник Вронського. Поняття фундаментальної системи розв'язків. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння. Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок.
15	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння (ЛНДР) вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння. ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Метод підбору частинного розв'язку.
16	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами та неспеціальною правою частиною. Метод варіації довільних сталих (метод Лагранжа).
17	Системи диференціальних рівнянь: основні поняття та означення. Нормальні системи рівнянь. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн з використанням засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять онлайн повинно бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Система вимог, які викладач ставить перед студентом та РСО результатів навчання оголошують студентам на першому занятті.

Відвідування занять

Відсутність на лекціях та на практичних заняттях не карається штрафними балами, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються уміння й навички, необхідні для виконання практичних завдань, семестрової індивідуальної роботи, успішного написання МКР та складання екзамену.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і педагогічних працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: тестування, виконання завдань МКР та РР.

Семестровий контроль: екзамен.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

1. Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів, з них 50 балів – стартова складова (семестровий рейтинг) і 50 – балів екзаменаційна складова. Стартовий рейтинг складається з балів, які студент отримує протягом семестру за:

- виконання тестових завдань;
- виконання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи.

2. Критерії нарахування балів:

2.1. Виконання тестових завдань – виконання студентами тестів у Moodle на базі платформи ДН «Сікорський».

Максимальна кількість балів – 10 балів.

2.2. Модульна контрольна робота (МКР)

Згідно з навчальним планом у другому семестрі заплановано проведення модульної контрольної роботи за темами розділів 1–2. Максимальна кількість балів – 20 балів.

Система оцінювання контрольної роботи:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) — 18–20 балів.
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 15–17 балів.
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та незначні помилки — 12–14 балів.
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідають зазначеним вище критеріям оцінювання) — 0–11 балів.

Модульну контрольну роботу та всі інші письмові роботи студенти пишуть самостійно без застосування допоміжних засобів (довідкові матеріали, мобільні телефони, планшети та ін.). Для підтвердження факту самостійного виконання будь-якої письмової роботи студент повинен вміти усно продемонструвати повне розуміння виконаної контрольної роботи.

У випадку дистанційного навчання контрольну роботу, що мала проводитися в аудиторії, студенти виконують на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom, Google Meet або інших за домовленістю з викладачем. Студентам надсилаються завдання до контрольної роботи, і вони, через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати викладачеві оформлені розв'язки задач. Якщо робота від студента не надіслана вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів (у разі відсутності поважної причини).

Як виняток, за поважної причини контрольна робота може бути перенесена на інший день (за попередньою домовленістю з викладачем).

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

2.3. Розрахункова робота (PP)

Максимальна кількість балів за виконану розрахункову роботу – 20 балів.

- виконані та захищені (студент може розв'язати будь-яке завдання зі своєї розрахункової роботи або аналогічне завдання та пояснити кожен крок свого розв'язання) всі завдання з урахуванням вимог до роботи, можливі незначні недоліки при оформленні результату — 18–20 балів, «відмінно»;
- виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки — 15–17 балів, «добре»;
- є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки — 12–14 балів, «задовільно»;
- завдання не виконано або допущено грубі помилки, роботу не зараховано — 0–11 балів, «незадовільно».

Студент має вчасно здавати завдання розрахункової роботи на перевірку, термін здачі частин розрахункової роботи визначається викладачем. Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше ніж за тиждень до екзамену, щоб викладач встиг перевірити цю роботу і студент мав можливість її захистити. У разі порушення цього дедлайну студент вважається недопущеним до заліку основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до заліку додаткової сесії може здати та захистити свою розрахункову роботу тільки на мінімальну позитивну оцінку, що складає 60 % від максимально можливої кількості балів за розрахункову роботу.

У випадку дистанційного навчання виконана PP надсилається на електронну пошту викладача або іншу платформу за домовленістю з викладачем.

Максимальна сума вагових балів протягом семестру становить:

$$R_C = 10 \text{ б.} + 20 \text{ б.} + 20 \text{ б.} = 50 \text{ балів.}$$

3. Умовою допуску до екзамену є зарахована розрахункова робота та індивідуальний семестровий рейтинг не менше ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за семестр (50 балів), тобто 30 балів.

4. Умовою здачі екзамену є екзаменаційний рейтинг студента не менш ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за екзамен (50 балів), тобто 30 балів.

На екзамені студенти виконують екзаменаційну контрольну роботу. Кожен екзаменаційний білет містить два теоретичних питання і три практичних завдання, які оцінюються у 10 балів за наступними критеріями.

Система оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) – 9–10 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або незначні неточності — 7,5–8 балів;

- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та деякі помилки — 6–7 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь — 0–5 балів.

Система оцінювання практичних завдань:

- «відмінно», повне безпомилкове розв’язування завдання — 9–10 балів;
- «добре», повне розв’язування завдання з несуттєвими неточностями — 7,5–8 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками — 6–7 балів;
- «незадовільно», завдання не виконано — 0–5 балів.

Під час екзамену, забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

5. Сума стартових балів та балів за екзаменаційну контрольну роботу переводиться до **екзаменаційної оцінки** згідно з таблицею відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Бали: тести + МКР + розрахункова робота + + екзаменаційна контрольна робота	Оцінка
95–100	Відмінно
85–94	Дуже добре
75–84	Добре
65–74	Задовільно
60–64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу, або стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційного навчання за рішенням адміністрації університету передбачена можливість виставлення екзаменаційної оцінки «автоматом» (за згодою студента) шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D},$$

де R_C = 50 балів - максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру,
 R_I – сума балів, набрана студентом протягом семестру (індивідуальний рейтинг за семестр),
 R_D = 30 балів - допусковий бал до екзамену.

У разі незгоди студента з оцінкою «автоматом», студент складає екзамен у режимі відео зв’язку згідно з розкладом екзаменаційної сесії.

Якщо індивідуальний рейтинг студента $R_I < 30$ балів і він вважається не допущеним до екзамену основної сесії, то, у випадку зарахованої розрахункової роботи, студенту надається можливість отримання допуску до екзамену додаткової сесії, шляхом проведення додаткових контрольних заходів.

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Передбачено можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, канд. фіз.-мат. наук, доц.
Копась Інна Миколаївна

Ухвалено

кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 10 від 24 червня 2026 р.)

Погоджено

Методичною комісією НН ММІ (протокол № 11 від 29 червня 2026 р.)