



МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. ЧАСТИНА 2. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ КІЛЬКОХ ДІЙСНИХ ЗМІННИХ.

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>G Інженерія, виробництво та будівництво</i>
Спеціальність	<i>G9 Прикладна механіка, F4 Системний аналіз та наука про дані</i>
Освітня програма	<i>Інтелектуальні виробничі системи</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>150 годин (5 кредитів ЕКТС), з них лекції - 30 годин, практичні заняття - 30 годин, самостійна робота - 90 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Іспит/ модульна контрольна робота (МКР)</i>
Розклад занять	<i>Згідно з розкладом на сайті університету http://roz.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектори та викладачі практичних занять кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь https://mph.kpi.ua/osobovij-sklad.html</i>
Розміщення курсу	<i>Визначається лектором відповідної частини курсу (посилання на дистанційний ресурс в Moodle, Google classroom, інформаційні ресурси в бібліотеці університету та на сайті кафедри, тощо) та доводиться до відома студентів на першому занятті</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз. Частина 2. Диференціальне числення функції кількох дійсних змінних» є другою частиною обов'язкової компоненти «Математичний аналіз», що входить до циклу професійної підготовки бакалаврів міждисциплінарної освітньо-професійної програми Інтелектуальні виробничі системи за спеціальністю G9 «Прикладна механіка» та F4 «Системний аналіз та наука про дані».

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здібностей до володіння основними поняттями та методами теорії інтегрального числення функції однієї змінної, диференціального числення функції багатьох змінних, теорії числових та функціональних рядів; використовувати теоретичний матеріал для розв'язання типових задач з даних тем; застосовувати отримані знання, уміння та навички для розв'язання прикладних задач математики, механіки, фізики та у своїй повсякденній практичній діяльності; самостійне використання та вивчення математичної літератури та інших інформаційних джерел.

Завдання навчальної дисципліни полягає у формуванні у студентів таких **здатностей**:

згідно з матрицею відповідності програмних компетентностей компонентам освітньої програми:

– **загальні компетентності:**

ЗК 01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, генерування нових ідей (креативність), критичного та самокритичного оцінювання.

– **фахові компетентності:**

ФК 12. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів та аналізу даних.

ФК 19. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з якістю і точністю в таких формах, які підходять для занять в аудиторіях як усно, так і в письмовій формі.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі **результати навчання**:

згідно з матрицею забезпечення програмних результатів навчання відповідними компонентами освітньої програми:

ПРН 17. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.

ПРН 20. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.

ПРН 21. Знати основні положення теорії метричних просторів, лебегівської теорії міри та інтеграла, теорії обмежених лінійних операторів в банахових та гільбертових просторах, застосовувати техніку і методи функціонального аналізу для розв'язання задач керування складними процесами в умовах невизначеності.

– **знання:** поняття первісної та невизначеного інтеграла функції однієї змінної, їх властивості; таблиця інтегралів та основні методи інтегрування різних класів функцій; поняття визначеного інтеграла, його властивості та застосування; основи диференціального числення функцій багатьох змінних; основні поняття та методи теорії числових та функціональних рядів, застосування їх до наближених обчислень;

– **уміння:** знаходити невизначені інтеграли, використовуючи таблицю інтегралів та основні методи інтегрування; обчислювати визначені інтеграли; використовувати визначені інтеграли для геометричних та фізичних задач; знаходити похідні та диференціали функції багатьох змінних та використовувати їх для розв'язування практичних завдань; досліджувати на збіжність числові ряди, знаходити область збіжності функціонального ряду, використовувати степеневі ряди для наближених обчислень;

– **досвід:** навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками та іншою навчальною літературою; вміти застосовувати набуті знання з математики до розв'язування різноманітних задач.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз. Частина 2. Диференціальне числення функції кількох дійсних змінних» викладається в другому семестрі на базі дисципліни «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне числення функції однієї дійсної змінної» та має тісний зв'язок з навчальними дисциплінами, «Математичний аналіз. Частина 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли» «Математичний аналіз. Частина 4. Комплексний та гармонічний аналіз» та «Теорія ймовірностей та математична статистика», які вивчаються в наступних семестрах. Дана дисципліна забезпечує такі дисципліни, як «Чисельні методи», «Теорія керування», «Механіка рідини і газу», «Механіка матеріалів і конструкцій» та інші згідно структурно-логічної схеми відповідної освітньої програми.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Інтегральне числення функцій однієї змінної.

Тема 1.1. Невизначений інтеграл та його властивості. Основні методи інтегрування.

Тема 1.2. Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца.

Тема 1.3. Невласні інтеграли I та II роду.

Тема 1.4. Застосування визначеного інтеграла до задач геометрії та механіки.

Розділ 2. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Тема 2.1. Функція багатьох змінних та її властивості.

Тема 2.2. Частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних.

Тема 2.3. Застосування частинних похідних функції багатьох змінних.

Розділ 3. Числові ряди.

Тема 3.1. Знакододатні числові ряди.

Тема 3.2. Знакозмінні ряди.

Розділ 4. Функціональні ряди.

Тема 4.1. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність функціонального ряду.

Тема 4.2. Степеневі ряди. Ряди Тейлора і Маклорена.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Рекомендована література

Базова

1. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі: навч. посіб. / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ: Книги України ЛТД, 2014. – 470 с. – 3000 пр. – ISBN 978-966-2331-05-9.
2. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Частина 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі : навчальний посібник для студентів вищих технічних закладів / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов – К.: Книги України, 2014. – Ч. 3. – 399 с. – ISBN 978-966-2331-04-2.
3. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 4-те вид. – К. : Ігнатекс–Україна, 2013. – 648 с. – 500 пр. – ISBN 978- 966-97049-3-1. – Режим доступу:
<http://dspace.nuft.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/10062/1/56.pdf>
4. Вища математика. Частина 1. Збірник задач [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 131(G9) Прикладна механіка / уклад: Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева, Т. А. Самойленко, Н. В. Степаненко. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 182 с. – Режим доступу:
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/72820>
5. Вища математика. Частина 2. Збірник задач [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю G9 (131) Прикладна механіка / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева, Т. А. Самойленко, Н. В. Степаненко. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 170 с. – Режим доступу:
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/75396>
6. Журавська Г. В. Елементи теорії рядів та їх застосування. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей [Електронний ресурс] / Г. В. Журавська, Т. О. Карпалюк, І. М. Копась, Н. В. Рева; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,54 Мб). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 162 с. – Режим доступу:
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67675>

Додаткова

1. Дудкін, М. Є. Вища математика: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахно. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с. – Режим доступу:

2. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.
3. Кулик Г. М. Навчальний посібник «Вища математика: Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальні рівняння» для студентів технічних спеціальностей / Укл.: Г. М. Кулик, О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Степаненко, Н. П. Ярема. – К. : НТУУ «КПІ». – 2016. – 278 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Методика вивчення даної дисципліни є традиційною: на лекціях подається теоретичний матеріал та наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. На практичних заняттях студенти опрацьовують теоретичний та практичний матеріал, розв'язуючи задачі, подібні до розглянутих на лекціях. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються індивідуальні домашні завдання. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичні контрольні роботи, експрес-контрольні, тестування, математичні диктанти. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Невизначений інтеграл та його властивості. Основні методи інтегрування: метод безпосереднього інтегрування, метод внесення під знак диференціала.
2	Основні методи інтегрування: метод інтегрування частинами, метод заміни змінної. Інтегрування виразів, що містять квадратний тричлен.
3	Інтегрування дробово-раціональних та ірраціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій.
4	Визначений інтеграл та його властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
5	Невласні інтеграли I і II роду.
6	Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур в декартовій та полярній системі координат.
7	Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуги кривої. Застосування визначеного інтеграла до обчислення об'єму тіла та площі поверхні обертання.
8	Функція багатьох змінних та її властивості. Частинні похідні та диференційованість функції багатьох змінних. Диференціал функції багатьох змінних.
9	Застосування частинних похідних. Дотична площина та нормаль до поверхні.
10	Локальні екстремуми функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції двох змінних.
11	Числові ряди. Збіжність числового ряду. Необхідна ознака збіжності числового ряду. Знакододатні числові ряди. Достатні ознаки збіжності.
12	Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца. Абсолютна і умовна збіжності. Функціональні ряди.
13	Степеневий ряд та його збіжність. Властивості степеневих рядів.

14	Ряди Тейлора і Маклорена. Розвинення елементарних функцій в ряд Маклорена.
15	Застосування степеневих рядів.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування: метод безпосереднього інтегрування, метод внесення під знак диференціала.
2	Основні методи інтегрування: інтегрування частинами, метод заміни змінної.
3	Інтегрування виразів, що містять квадратний тричлен. Інтегрування дробово-раціональних функцій.
4	Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій.
5	Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца. Основні методи обчислення визначених інтегралів.
6	Невласні інтеграли I та II роду.
7	Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площ плоских фігур та довжини дуги кривої. Обчислення об'єму тіла та площі поверхні обертання.
8	Застосування визначеного інтеграла до задач фізики та механіки. Контрольна робота №1.(45хв)
9	Функція багатьох змінних та її властивості. Частинні похідні та повні диференціали 1-го та 2-го порядків. Дотична площина та нормаль до поверхні.
10	Локальні екстремуми функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції двох змінних.
11	Числові ряди. Необхідна умова збіжності ряду. Знакододатні числові ряди. Ознака Даламбера, радикальна ознака Коші,
12	Ознаки порівняння. Інтегральна ознака Коші. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца збіжності знакопозитивних рядів. Абсолютна і умовна збіжності.
13	Степеневий ряд. Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів.
14	Ряди Тейлора і Маклорена. Розвинення елементарних функцій в ряд Маклорена.
15	Застосування степеневих рядів. Контрольна робота №2. (45хв)

6. Самостійна робота студента

На самостійну роботу студента (СРС) відводиться 90 годин навчального часу.

До СРС відносяться: опрацювання лекцій, підготовка до аудиторних занять, виконання домашніх завдань, підготовка до контрольної роботи, підготовка до іспиту.

На СРС також виноситься самостійне опрацювання теми «Функціональні ряди».

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн з використанням засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять онлайн повинно бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Система вимог, які викладач ставить перед студентом та PCO результатів навчання оголошують студентам на першому занятті.

Відвідування занять

Відсутність на лекціях та на практичних заняттях не карається штрафними балами, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються уміння й навички, необхідні для виконання практичних завдань, семестрової індивідуальної роботи, успішного написання МКР та складання екзамену.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і педагогічних працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, тестування, МКР, домашня робота.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: іспит.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

1. Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів, з них 50 балів – стартова складова (семестровий рейтинг) і 50 балів – екзаменаційна складова. Стартовий рейтинг складається з балів, які студент отримує протягом семестру за:

- роботу на практичних заняттях;
- виконання домашніх робіт;
- виконання модульної контрольної роботи.

2. Критерії нарахування балів

2.1. Робота на практичних заняттях може включати усне чи письмове опитування для перевірки знань теоретичного матеріалу; розв'язування практичних задач біля дошки чи невеликі за часом письмові роботи для перевірки вміння студента застосувати теоретичні знання до розв'язування прикладних задач. Робота оцінюється в

- 1 бал при точній відповіді на поставлене запитання, правильному записі формул, вмінні застосувати необхідні методи, формули для розв'язання практичної задачі;
- 0,5 бала при нечіткому формулюванні основних теоретичних положень, формул або розв'язанні задачі з допомогою викладача;
- 0 балів при незнанні формул, теорем та нездатності застосувати їх до розв'язання поставлених задач;
- у кінці семестру студентам можуть додаватися заохочувальні бали за активність, але не більше 10 % від семестрового рейтингу, тобто не більше 5 балів.

Ваговий бал – 1. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях (в середньому 11 відповідей на 14 заняттях): $1 \text{ бал} \times 11 = 11 \text{ балів}$.

2.2. Домашня робота включає в себе виконання вдома завдань за кожною розглянутою темою. Правильно виконана і вчасно здана на перевірку домашня робота оцінюється в 1 бал. Зарахованою вважається домашня робота, якщо вона виконана не менш ніж на 60%.

Максимальна кількість балів за всі домашні роботи: $1 \text{ бал} \times 13 = 13 \text{ балів}$.

У випадку дистанційного навчання домашня робота має бути сфотографована студентом і вчасно надіслана викладачу для перевірки.

2.3. Модульна контрольна робота (МКР)

Згідно з навчальним планом у першому семестрі заплановано проведення модульної контрольної роботи за темами поточного семестру, яка складається з двох тематичних контрольних робіт (КР №1, КР №2), ваговий бал кожної з них 13 балів. Ваговий бал МКР – 26 балів.

Система оцінювання тематичної контрольної роботи:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) — 11,5–13 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 9,5–11 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та незначні помилки — 7,5–9 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідають зазначеним вище критеріям оцінювання) — 0–17 балів.

Модульна контрольна робота та всі інші письмові роботи пишуться студентами самостійно без застосування допоміжних засобів (довідкові матеріали, мобільні телефони, планшети та ін.). Для підтвердження факту самостійного виконання будь-якої письмової роботи студент повинен вміти усно продемонструвати повне розуміння виконаної контрольної роботи.

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала проводитися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom, Google Meet або інших за домовленістю з викладачем.

Студентам надсилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати оформлені розв'язки задач. Якщо робота від студента не надіслана вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів (у разі відсутності поважної причини).

Як виняток, за поважної причини контрольна робота може бути перенесена на інший день (за попередньою домовленістю з викладачем).

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

3. Умовою позитивного календарного контролю є отримання студентом щонайменше 50 % від максимально можливої кількості балів на момент контролю.

4. Умовою допуску до екзамену є зараховані домашні роботи (не менше 60% від кожної) та індивідуальний семестровий рейтинг не менше ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за семестр (50 балів), тобто 30 балів.

5. Умовою здачі екзамену є екзаменаційний рейтинг студента не менш ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за екзамен (50 балів), тобто 30 балів.

На екзамені студенти виконують екзаменаційну контрольну роботу. Кожен екзаменаційний білет містить два теоретичних питання і три практичних завдання, які оцінюються у 10 балів за наступними критеріями.

Система оцінювання теоретичних питань:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) — 9–10 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або незначні неточності — 7,5–8 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та деякі помилки — 6–7 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь — 0–5 балів.

Система оцінювання практичних завдань:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування завдання — 9–10 балів;
- «добре», повне розв'язування завдання з несуттєвими неточностями — 7,5–8 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками — 6–7 балів;
- «незадовільно», завдання не виконано — 0–5 балів.

Під час екзамену, забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

6. Сума стартових балів та балів за екзаменаційну контрольну роботу переводиться до **екзаменаційної оцінки** згідно з таблицею відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Бали: практичні заняття + МКР + + екзаменаційна контрольна робота	Оцінка
95–100	Відмінно
85–94	Дуже добре
75–84	Добре
65–74	Задовільно
60–64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу, або стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційного навчання за рішенням адміністрації університету передбачена можливість виставлення екзаменаційної оцінки «автоматом» (за згодою студента) через перерахунок стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D},$$

де $R_C = 50$ балів - максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру,
 R_I – сума балів, набрана студентом протягом семестру (індивідуальний рейтинг за семестр),
 $R_D = 30$ балів - допусковий бал до екзамену.

У разі незгоди студента з оцінкою «автоматом», студент складає екзамен у режимі відео зв'язку згідно з розкладом екзаменаційної сесії.

Якщо індивідуальний рейтинг студента $R_I < 30$ балів і він вважається не допущеним до екзамену основної сесії, то, у випадку зарахованої розрахункової роботи, студенту надається можливість отримання допуску до екзамену додаткової сесії, шляхом проведення додаткових контрольних заходів.

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Передбачено можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

доцент кафедри МФДР, канд. фіз.-мат. наук, доц. Журавська Ганна Вікторівна

доцент кафедри МФДР, канд. фіз.-мат. наук, доц. Рева Надія Віталіївна

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ

(протокол № 9 від 25 червня 2025 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ММІ

(протокол № 11 від 26 червня 2026 р.)