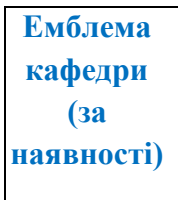




Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»



Кафедра математичної
фізики та диференціальних
рівнянь

НАЗВА КУРСУ

Вища математика-3. Ряди. Теорія функцій комплексної змінної.

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни						
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)					
Галузь знань	G Інженерія, виробництво та будівництво					
Спеціальність	G9 Прикладна механіка					
Освітня програма	Інжиніринг паковань та пакувального обладнання					
Статус дисципліни	Нормативна					
Форма навчання	очна(денна)					
Рік підготовки, семестр	II курс, осінній семестр					
Обсяг дисципліни	150/ 5 кредити					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	CPC
	Години	30	44	0	0	76
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР (ісз (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	На сайті університету, також сайті ФАПІЕ					
Мова викладання	Українська					
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Борисенко Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук oborisenko1373@gmail.com https://intellect.kpi.ua/profile/bov114 ORCID: http://orcid.org/0000-0002-2099-2911 Практичні: Борисенко Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук oborisenko1373@gmail.com					

	https://intellect.kpi.ua/profile/bov114 https://osvita.kpi.ua/sites/default/files/opfiles/131_OPPB_IPPO_2021.pdf ORCID: http://orcid.org/0000-0002-2099-2911
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у новітніх технологіях та комп'ютерному дизайнові матеріалів, використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 07 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 15 Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.

Фахові компетентності спеціальності (ФК)

ФК 01 Здатність аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

Програмні результати навчання

ПРН 01 вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи;

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в першому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти, Вищої математики-1, Вищої математики-2.

Постреквізити дисципліни: Механіка матеріалів і конструкцій. Інформатика.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. *Ряди.* Числові ряди (з додатними членами, знакозмінні). Функціональні ряди. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Наближені обчислення за допомогою степеневих рядів. Ряди Фур'є

2. *Теорія функцій комплексної змінної.* Елементарні функції комплексної змінної (ФКЗ). Диференціювання та інтегрування ФКЗ. Застосування ФКЗ. Ряди Лорана. Теорія лишків.

Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.
2. Дубовик В.П. Вища математика. :Збірник задач: / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2011. – 480 с.
3. Борисенко О.В. Навчальний посібник. Числові та функціональні ряди / О.В. Борисенко, В.В. Листопадова - К.: НТУУ «КПІ», 2023. – 117 с.
4. Журавська Г.В. Методичні вказівки та варіанти типово-розрахункових робіт з вищої математики. Ряди / Г.В. Журавська, І.М. Копась, Г.М. Кулик, Н.В.Рева, Н.В. Степаненко - К.: НТУУ «КПІ», 2013. – 52 с.
5. Павленко А.В. Теорія функцій комплексної змінної: навч. посіб. / А.В Павленко., Л.П Кагадій, В.Л Копорулін., – Дніпропетровськ: НМетАУ-2012., – 188 с.
6. Журавська Г.В. Завдання до розрахункової роботи: Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення./ Уклад.: Г.В. Журавська, І.М., Копась, Н.В. Рева –К.: НТУУ «КПІ», 2015 – 28с.
7. Поляк І.Й. Методичні вказівки до практичних занять з теорії функцій комплексної змінної для студентів математичного факультету. Частина І./ Поляк І.Й., Погоріляк О.О. – Ужгород, 2012. – 32с.
8. Єжов С.М.Теорія функцій комплексної змінної: навч. посіб. для студентів фізичних спеціальностей університетів / С. М. Єжов, М. А. Разумова. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2012. – 191 с.
9. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб.: Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі/ В.С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – 400 с.

Додаткова література

1. Мастиновський Ю.В. Теорія функцій комплексної змінної: навч. посіб. / Мастиновський Ю.В. , ШишкановаГ.А.– Запоріжжя-2012., – 159 с.
2. Рудавський Ю.К. Теорія функцій комплексної змінної. Інтегральні перетворення Фур'є і Лапласа./ Рудавський Ю.К., Костробій П.П., Уханська Д.В. та ін. — Львів: НУ «ЛП», -2007.,230с.

Навчальний контент

2. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

Перелік лекцій

Лекція 1. Числові ряди, їх властивості

- 1.1. Основні поняття та означення. Збіжність та розбіжність числових рядів.
- 1.2. Властивості числових рядів.
- 1.3. Геометрична прогресія. Гармонічний ряд.

Лекція 2. Числові ряди з додатними членами.

- 2.1. Необхідна ознака збіжності рядів з додатними членами.
- 2.2. Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами.

Лекція 3. Знакозмінні ряди.

- 3.1. Ряди, в яких знаки членів строго передуються. Ознака Лейбніца..
- 3.2. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжності.

Лекція 4. Степеневі ряди.

- 4.1. Основні поняття.
- 4.2. Рівномірна збіжність степеневих рядів. Ознака Вейєрштрасса.
- 4.3. Властивості степеневих рядів..
- 4.4. Теорема Абеля. Радіус та область збіжності.

Лекція 5. Ряд Тейлора.

- 5.1. Розкладання елементарних функцій в ряд Маклорена.
- 5.2. Інтегрування та диференціювання функціональних рядів.

Лекція 6. Наближені обчислення за допомогою степеневих рядів.

- 6.1. Наближені обчислення за допомогою степеневих рядів.
- 6.2. Задачі, в яких використовуються степеневі ряди.

Лекція 7. Ряди Фур'є.

- 7.1. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
- 7.2. Розклад в ряд Фур'є 2π - періодичних функцій.
- 7.3. Розклад в ряд Фур'є $2l$ - періодичних функцій.
- 7.4. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.

Лекція 8.-9. Комплексні числа (повторення). . Функції комплексної змінної (ФКЗ).

- 8.1. Поле комплексних чисел.
- 8.2. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами .
- 8.3. Тригонометрична та показникова форми комплексного числа.
- 8.4. Нескінченно віддалена точка. Розширена комплексна площина.
- 8.5. Лінії та області на комплексній площині.
- 8.6. ФКЗ, геометричний зміст.
- 8. 7. Основні елементарні ФКЗ та їх властивості.

Лекція 10. Границя ФКЗ.

- 10.1. Границя та неперервність ФКЗ.
- 10.2. Похідна і диференціал ФКЗ.
- 10.3. Умови Коші- Римана.

Лекція 11. Аналітичні ФКЗ.

- 11.1. Відновлення аналітичної функції по заданій її дійсній або уявній частині.
- 11.2. Особливі точки, їх класифікація.
- 11.3. Гармонічні функції.
- 11.4.Поняття конформного відображення.

Лекція 12. Інтегрування ФКЗ.

- 12.1. Інтеграл від ФКЗ.
- 12.2. Інтегрування багозначних функцій.
- 12.3. Інтегральна теорема Коші.

Лекція 13. Інтегральна теорема Коші.

- 13.1. Невизначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца.
- 13.2. Інтегральна формула Коші.
- 13.3. Інтеграл типу Коші.

Лекція 14. Ряди.

- 14.1. Послідовність комплексних чисел. Границя послідовності.
- 14.2. Ряди ФКЗ. Поняття рівномірної збіжності.
- 14.3. Степеневі ряди та їх властивості. Збіжність степеневого ряду.
- 14.4. Наслідки теореми Абеля.

Лекція 15. Ряди Лорана.

- 15.1. Ряд Тейлора. Розвинення аналітичних функцій в степеневі ряди.
- 15.2. Ряд Лорана. Подання аналітичних функцій рядами Лорана.
- 15.3. Нулі аналітичної функції.
- 15.4. Класифікація ізольованих особливих точок.
- 15.5. Визначення типу особливої точки.
- 15.6. Скінченна точка. Нескінченно віддалена точка.

На практичних заняттях - Завдання до виконання

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1.

Дослідження на збіжність числових рядів. Властивості числових рядів.
Геометрична прогресія. Гармонічний ряд.

Практичне заняття 2-3.

Необхідна ознака збіжності рядів з додатними членами. Достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами.

Практичне заняття 4.

Ряди, в яких знаки членів строго передуються. Ознака Лейбніца. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжності.

Практичне заняття 5.

МКР-1 (Числові і ряди).

Практичне заняття 6.

Степеневі ряди. Основні поняття. Рівномірна збіжність степеневих рядів. Ознака Вейєрштрасса. Властивості степеневих рядів. Теорема Абеля. Знаходження радіуса та області збіжності степеневих рядів.

Практичне заняття 7.

Розвинення функцій в ряд Маклорена, в ряд Тейлора

Практичне заняття 8.

Наближені обчислення за допомогою степеневих рядів.
Задачі, в яких використовуються степеневі ряди.

Практичне заняття 9.- 10.

Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.

Розклад в ряд Фур'є 2π - періодичних функцій. Розклад в ряд Фур'є $2l$ - періодичних функцій. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.

Практичне заняття 11.

МКР-2 (Функціональні ряди).

Практичне заняття 12-13

Дії над комплексними числами (повторення).

Функції комплексної змінної (ФКЗ). Нескінченно віддалена точка.

Розширена комплексна площина. Лінії та області на комплексній площині.
Основні елементарні ФКЗ та їх властивості.

Практичне заняття 14.

Границя та неперервність ФКЗ. Похідна і диференціал ФКЗ.
Умови Коші- Римана. Особливі точки, їх класифікація. Гармонічні функції.

Поняття конформного відображення.

Практичне заняття 15.

Відновлення аналітичної функції за заданою дійсною або уявною її частиною.

Практичне заняття 16-17.

Інтегрування ФКЗ. Інтегрування багатовисновків функцій.

Інтегральна теорема Коші. Інтегральна формула Коші.

Інтеграл типу Коші. Невизначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца.

Практичне заняття 18.

Послідовність комплексних чисел. Границя послідовності Ряди ФКЗ. Поняття рівномірної збіжності. Степеневі ряди та їх властивості. Збіжність степеневих рядів. Наслідки теореми Абеля.

Практичне заняття 19.

Ряд Тейлора. Розвинення аналітичних функцій в степеневі ряди.

Ряд Лорана. Подання аналітичних функцій рядами Лорана.

Практичне заняття 20.

Нулі аналітичної функції. Класифікація ізольованих особливих точок.

Визначення типу особливої точки. Скінченна точка. Нескінченно віддалена точка.

Практичне заняття 21.

Лишок аналітичної функції у скінченній особливій точці. Основна теорема про лишки. Лишок функції у нескінченно віддаленій точці. Узагальнення основної теореми. Застосування теорії лишків до обчислення інтегралів. Застосування лишків до обчислення деяких інтегралів від функцій дійсної змінної (контроль самостійно вивченого матеріалу)

Практичне заняття 22.

МКР-3 за темою « Теорія функцій комплексної змінної. Ряди Лорана».

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента)

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, виконання домашніх робіт, підготовка до контрольної роботи (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

Самостійно опрацювати теми: *Лишки функцій та їх застосування* (Лишок аналітичної функції у скінченній особливій точці. Основна теорема про лишки. Лишок функції у нескінченно віддаленій точці. Узагальнення основної теореми.)

Застосування лишків до обчислення деяких інтегралів від функцій дійсної змінної. (Логарифмічний лишок. Підрахунок числа нулів і полюсів аналітичної функції. Інтеграли вигляду $\int_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)d\varphi$. Інтеграли вигляду $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$. Інтеграли вигляду $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x} f(x)dx$.)

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється

і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

3. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, виконання домашньої роботи, написання МКР (складові: МКР-1 за темою «Числові та функціональні ряди», МКР-2 за темою «Функції комплексної змінної. Ряди Лорана»).

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: захищено індивідуальне самостійне завдання мінімально позитивна оцінка за МКР, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- 1) відповіді на практичних заняттях і своєчасно зроблені домашні роботи;
- 2) модульну контрольну роботу (дві складові);
- 3) самостійне індивідуальне завдання
- 4) відповідь на екзамені.

Система рейтингових (вагових) балів та критерій оцінювання

1. Робота на практичних заняттях.

За відповіді на практичних заняттях та своєчасно якісно виконані домашні роботи студент за семестр може отримати до 10 балів.

2. Модульна контрольна робота.

Одна модульна контрольна робота розбивається на три частини:

МКР-1 (Числові ряди) -10 балів;

МКР-1 (Функціональні ряди) -10 балів;

МКР-3 (Теорія функцій комплексної змінної. Ряди Лорана)-10 балів;

Максимальна кількість балів, отриманих одним студентом за всі контрольні роботи

(складові МКР) : 30 балів.

3. Індивідуальна самостійне завдання (РГР): ваговий бал – 10 балів.

Робота (10-бальна) оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань.

- «відмінно», виконані всі вимоги до роботи (не менше 90% правильно розв'язаних завдань) -

9-10 балів;

- «добре», виконані майже всі вимоги до роботи або є несуттєві помилки (не менше 75%

правильно розв'язаних завдань) - 7-8 балів;

- «задовільно», є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки (не менше 60% правильно розв'язаних завдань) - 5-6 балів;
- «незадовільно», не відповідає вимогам на «задовільно» - 0-4 бали.

Заохочувальні бали за:

- призові місця на факультетських та університетських олімпіадах з вищої математики, наукові доповіді на математичних конференціях, статті,.. +5 балів, додаткові бали за сертифікатом.

Розрахунок шкали (R) рейтингу.

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_c = 10 + 30 + 10 = 50 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова шкали дорівнює 50% від R, а саме

$$R_e = 50 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з кредитного модулю складає

$$R = R_c + R_e = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу $R = 100$ балів.

Розмір семестрової шкали $R_c = 50$ балів.

Розмір екзаменаційної шкали $R_e = 50$ балів.

Умови позитивної проміжної атестації

За результатами навчальної роботи на першій атестації студент отримує “зараховано”, якщо його поточний рейтинг не менше 50 відсотків від максимально можливого балу на час проведення атестації. Аналогічно при проведенні другої атестації.

Умови допуску до екзамену

Необхідною умовою допуску до екзамену є зарахування ісз, а також стартовий рейтинг не менше 30 балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку “добре” у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого R_c , тобто при R_c , не меншому, ніж 45 бали.

Студент складає усний екзамен. Кожний екзаменаційний білет складається з 2 теоретичних питань та 6 практичних. Перелік теоретичних питань наведений у методичних рекомендаціях до кожного модуля, а також видається екзаменатором на останній лекції з дисципліни. Кожне практичне питання оцінюється у 6 балів, теоретичне – 7 балів.

Система оцінювання теоретичного питання:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) - 7 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або повна відповідь з незначними помилками - 5-6 бали;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки - 3-4 бали;
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на «задовільно») - 0 балів.

Система оцінювання практичного питання:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування задачі - 6 балів;
- «добре», повне розв'язування задачі з несуттєвими помилками - 5 бали;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками - 3-4 бали;
- «незадовільно», незадовільна відповідь - 0 балів.

Для отримання студентом відповідних оцінок його рейтингова оцінка R переводиться згідно з таблицею:

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

4. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою;

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

Борисенко Ольга Володимирівна

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук

Листопадова Валентина Вікторівна,

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ

(протокол № 10 від 24. 06. 2026 р.)

Погоджено Методичною комісією ФАПЕ (протокол № _11_ від _26. 06.2026_р.____)

