



Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Емблема
кафедри
(за
наявності)

Кафедра математичної
фізики та диференціальних
рівнянь

НАЗВА КУРСУ

*Вища математика. Частина 3. Теорія поля. Ряди. Функції
комплексної змінної*

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)					
Галузь знань	<i>G Інженерія, виробництво та будівництво</i>					
Спеціальність	<i>G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка</i>					
Освітня програма	<i>Технічні та програмні засоби автоматизації</i>					
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>					
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>180 / 6 кредитів</i>					
		Лекції	Практичні заняття (семінари)	Лабораторні заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	CPC
	Години	30	44	0	0	106
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (кількість)	ІСЗ (кількість)	ДКР (кількість)	Реферат (кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	<i>На сайті університету, на сайті ФАПІЕ</i>					
Мова викладання	Українська					
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ listopadova17@ukr.net http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61 ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2549-8381					

	Практичні: Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ listopadova17@ukr.net http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61 ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2549-8381
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці

Програма навчальної дисципліни

Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, під час професійної діяльності в галузі і проблеми автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки або у процесі навчання, що передбачає застосування теоретичних знань та методів галузі.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК01 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК05 Здатність до пошуку, опрацювання та аналізу інформації з різних джерел.

Фахові компетентності (ФК)

ФК01 Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

Програмні результати навчання (ПРН)

ПРН01 Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функцій однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функцій комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вища математика-3 викладається в третьому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти. У структурно-логічній схемі програми підготовки з даного напрямку навчальна дисципліна «Вища математика» передує та забезпечує наступні навчальні дисципліни: Математичні методи в задачах автоматизації, Теорія автоматичного керування, Комп'ютерне моделювання процесів і систем.

Зміст навчальної дисципліни

1. Диференціальне числення функції багатьох змінних. Границі, частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних. Екстремуми функції двох змінних.
2. Інтегральне числення функції багатьох змінних. Елементи теорії поля. Подвійний інтеграл. Потрійний інтеграл. Криволінійні інтеграли I та II роду. Поверхневі інтеграли I та II роду. Елементи векторного аналізу та теорії поля.
3. Ряди. Числові ряди. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Ряди Фур'є.
4. Теорія функцій комплексної змінної. Похідна та диференціал функції комплексної змінної. Інтегрування функцій комплексної змінної. Ряд Лорана. Лишки.

Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – К.: Ігнатекс-Україна, 2013. – 648 с.
2. Дубовик В.П. Вища математика: Збірник задач: навч. посіб. / В.П. Дубовик, І.І. Юрик, І.П. Вовкодав та ін. – К.: Ігнатекс-Україна, 2011. – 480с.
3. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 2. – 400 с.
4. В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [Ч.1]. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі / - К.: Книги України ЛТД, 2009. - 578 с.
5. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб.: Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі/ В.С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – 400 с.
6. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник / В.Ю.Клепко, В.Л. Голець. – К.: Центр навчальної літератури, 2017. – 594 с.
7. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.
8. Вища математика. Числові та функціональні ряди [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за природничими та технічними спеціальностями/ КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О.В.Борисенко, В.В.Листопадава.- Електронні текстові дані (1файл: 1.78 Мбайт).- Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023.- 117с. Доступ: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67184>
9. Авдєєва Т.В. Кратні інтеграли. Елементи теорії поля: Методичні вказівки та завдання до виконання індивідуальної роботи для студентів інженерних спеціальностей/ Т.В. Авдєєва, О.Б. Качасенко, О.О. Коваль, О.Б. Поліщук, В.І. Стогній. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2016,— 92 с. Доступ: <http://kmf.kpi.ua/>

Додаткова література

1. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. - К.: Вища школа, 1986. – 512 с.
2. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.

3. Авдєєва Т.В., Качаєнко О.Б. Ряди Фур'є. Практикум. – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 88 с. Доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/16839>

4. Журавська, Г. В. Теорія функції комплексної змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для інженерних спеціальностей / Г. В. Журавська ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,26 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017 – 92 с. Доступ: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/19900>

Навчальний контент

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – лекція (електронний варіант), постановка проблеми, мотивація і аргументація матеріалу, пояснення, приклади для ілюстрації теоретичних понять, проблемні завдання.

Перелік лекцій

Лекція 1. Границі, частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних

- 1.1. Функції багатьох змінних (ФБЗ). Означення, основні поняття.
- 1.2. Границя та неперервність ФБЗ.
- 1.3. Частинні похідні, диференціали.
- 1.4. Повторне диференціювання.
- 1.5. Повний диференціал та його застосування до наближених обчислень.
- 1.6. Диференціали вищих порядків.

Лекція 2. Диференціювання функції багатьох змінних. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт

- 2.1. Похідна складеної функції.
- 2.2. Похідна неявно заданої ФБЗ.
- 2.3. Дотична площина та нормаль до поверхні.
- 2.4. Скалярне поле.
- 2.5. Похідна за напрямом.
- 2.6. Градієнт.
- 2.7. Формула Тейлора.

Лекція 3. Екстремуми функції двох змінних. Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних

- 3.1. Необхідні і достатні умови існування екстремуму функції двох змінних.
- 3.2. Поняття умовного екстремуму. Функція Лагранжа.
- 3.3. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних.

Лекція 4. Означення подвійного інтеграла. Властивості, його обчислення

- 4.1. Поняття подвійного інтеграла.
- 4.2. Умови існування та властивості.
- 4.3. Геометричний та фізичний зміст.
- 4.4. Обчислення подвійного інтеграла.

Лекція 5. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Застосування подвійних інтегралів

- 5.1. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Поняття Якобіана.
- 5.2. Подвійний інтеграл в полярних координатах.
- 5.3. Застосування подвійних інтегралів в геометрії.
- 5.4. Застосування подвійних інтегралів в механіці.

Лекція 6. Потрійний інтеграл. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Застосування потрійних інтегралів

- 6.1. Поняття потрійного інтеграла.

- 6.2. Умови існування та властивості.
- 6.3. Геометричний та фізичний зміст.
- 6.4. Обчислення потрійного інтеграла.
- 6.5. Заміна змінних в потрійному інтегралі.
- 6.6. Потрійний інтеграл в циліндричних і сферичних координатах.
- 6.7. Застосування потрійних інтегралів в геометрії.
- 6.8. Застосування потрійних інтегралів в механіці.

Лекція 7. Криволінійні інтеграли першого роду (по довжині дуги). Криволінійні інтеграли другого роду (по координатах)

- 7.1. Поняття криволінійного інтеграла першого роду.
- 7.2. Обчислення криволінійного інтеграла першого роду.
- 7.3. Застосування криволінійного інтеграла першого роду.
- 7.4. Поняття криволінійного інтеграла другого роду. Фізичний зміст.
- 7.5. Обчислення криволінійного інтеграла другого роду.
- 7.6. Застосування криволінійного інтеграла другого роду.

Лекція 8. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування. Скалярне та векторне поле, їх класифікація та характеристики

- 8.1. Зв'язок між криволінійним інтегралом першого і другого роду.
- 8.2. Формула Гріна.
- 8.3. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
- 8.4. Скалярне поле, його характеристики.
 - 8.4.1. Похідна за напрямом.
 - 8.4.2. Градієнт.
- 8.5. Векторне поле, його характеристики.
 - 8.5.1. Дивергенція.
 - 8.5.2. Потенціальне поле. Ротор векторного поля.

Лекція 9. Числові ряди

- 9.1. Основні поняття та означення.
- 9.2. Геометрична прогресія. Гармонічний ряд.
- 9.3. Властивості збіжних числових рядів.
- 9.4. Необхідна умова збіжності ряду.

Лекція 10. Знакододатні ряди. Достатні ознаки збіжності. Знакозмінні числові ряди. Абсолютна і умовна збіжності

- 10.1. Теореми порівняння.
- 10.2. Ознака Даламбера.
- 10.3. Радикальна ознака Коші.
- 10.4. Інтегральна ознака Коші.
- 10.5. Поняття знакозмінного ряду.
- 10.6. Теорема Лейбніца.
- 10.7. Абсолютна і умовна збіжності.

Лекція 11. Функціональні ряди. Степеневі ряди

- 11.1. Область збіжності функціонального ряду.
- 11.2. Мажоровані ряди. Рівномірна збіжність.
- 11.3. Властивості функціональних рядів.
- 11.4. Степеневі ряди. Теорема Абеля.
- 11.5. Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів.
- 11.6. Властивості степеневих рядів.

Лекція 12. Ряд Тейлора. Розвинення в ряд Маклорена основних елементарних функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень

- 12.1. Ряди Тейлора і Маклорена.
- 12.2. Розклад в ряд основних елементарних функцій.

- 12.3. Біноміальний ряд.
- 12.4. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень
 - 12.4.1. Наближене розв'язання диференціальних рівнянь.
 - 12.4.2. Наближені обчислення значень функцій.
 - 12.4.3. Наближене обчислення визначених інтегралів.
- Лекція 13. Тригонометричні ряди Фур'є*
 - 13.1. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
 - 13.2. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.
 - 13.3. Ряд Фур'є для 2l- періодичних функцій.
- Лекція 14. Поняття функції комплексної змінної. Диференціювання функції комплексної змінної*
 - 14.1. Означення функції комплексної змінної. Однозначні та багатозначні функції.
 - 14.2. Дійсна та уявна частини функції комплексної змінної.
 - 14.3. Неперервність функції комплексної змінної.
 - 14.4. Основні елементарні функції.
 - 14.5. Необхідна і достатня умова диференційованості функції комплексної змінної.
- Диференціал функції комплексної змінної..Умови Коші-Рімана.
 - 14.6. Аналітична функція і її властивості.
- Лекція 15. Інтегрування функцій комплексної змінної. Степеневі ряди функцій комплексної змінної. Ряд Лорана.*
 - 15.1. Первісна. Обчислення інтеграла від аналітичної функції у випадку відомої первісної.
 - 15.2. Інтегральна формула Коші.
 - 15.3. Інтеграл Коші.
 - 15.4. Похідні вищих порядків від аналітичної функції.
 - 15.5. Ряд Тейлора.
 - 15.6. Ряд Лорана.
 - 15.7. Особливі точки однозначної аналітичної функції..
 - 15.8. Розклад функції в ряд Лорана в околі правильної точки; в околі полюсу; в околі суттєвої особливої точки.

На практичних заняттях – типові завдання і задачі підвищеної складності, які дають змогу засвоїти основні математичні поняття та їх властивості, виробити вміння використовувати матеріал для самостійного розв'язування задач.

Перелік (орієнтовний) практичних занять

- Практичне заняття 1.** Похідні та диференціали функції багатьох змінних. Повторне диференціювання.
- Практичне заняття 2.** Диференціювання складених і неявних функцій багатьох змінних.
- Практичне заняття 3.** Дотична площина і нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт.
- Практичне заняття 4.** Екстремум функції багатьох змінних. Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних.
- Практичне заняття 5.** МККР-1 « Диференціальне числення функції багатьох змінних». Обчислення подвійних інтегралів в декартовій системі координат.
- Практичне заняття 6.** Заміна змінних (полярна система координат) в подвійних інтегралах.

Практичне заняття 7. Застосування подвійних інтегралів.

Практичне заняття 8. Обчислення потрійних інтегралів.

Практичне заняття 9. Циліндрична та сферична системи координат. Застосування потрійних інтегралів.

Практичне заняття 10. Обчислення криволінійних інтегралів I роду для різних форм задання плоскої кривої та кривої у тривимірному просторі. Застосування криволінійних інтегралів I роду .

Практичне заняття 11. Обчислення криволінійних інтегралів II роду для різних форм задання плоскої кривої та кривої у тривимірному просторі. Застосування криволінійних інтегралів II роду.

Практичне заняття 12. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху інтегрування на площині. Умови незалежності криволінійного інтеграла від шляху інтегрування у тривимірному просторі. Формула Гріна.

Практичне заняття 13. Скалярне та векторне поле, їх класифікація та характеристики.

Практичне заняття 14. МККР-1. Збіжність числових рядів за означенням. Необхідна ознака збіжності.

Практичне заняття 15. Числові ряди з додатніми членами. Достатні ознаки збіжності числових рядів.

Практичне заняття 16. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів.

Практичне заняття 17. Степеневі ряди. Теорема Абеля . Інтервал та радіус збіжності степеневих рядів.

Практичне заняття 18. Ряди Тейлора і Маклорена. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Практичне заняття 19. Тригонометричні ряди Фур'є. Ряд Фур'є для парних і непарних, 2π - періодичних функцій. МККР-2.

Практичне заняття 20. Елементарні функції комплексної змінної . Похідна та диференціал функції комплексної змінної . Умови Коші – Римана. Відновлення аналітичної функції за її дійсною або уявною її частиною.

Практичне заняття 21. Обчислення інтеграла від функції комплексної змінної вздовж кривої комплексної площини. Обчислення інтеграла від аналітичної функції у випадку відомої первісної. Інтегральна теорема Коші. Інтегральна формула Коші. Аналог інтегральної формули Коші для похідних.

Практичне заняття 22. Ряд Лорана. Ізольовані особливі точки однозначного характеру. Множина збіжності ряду Лорана. Розклад функції в ряд Лорана.

На практичних заняттях - завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язання домашніх завдань, виконання індивідуального семестрового завдання (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій). На самостійне опрацювання пропонуються наступні теми:

Поверхневі інтеграли першого роду (по площі поверхні). Поверхневі інтеграли другого роду (по координатам). Потік поля. Формула Остроградського - Гауса. Дивергенція. Формула Стокса.

Лишки. Обчислення інтегралів функції комплексної змінної та визначених невластних інтегралів дійсної змінної. Логарифмічний лишок.

Політика та контроль

Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПП ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3). Співпраця студентів при розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР та індивідуального семестрового завдання.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР (60%), зарахування індивідуального семестрового завдання, відпрацювання пропущених занять, виконання домашніх робіт, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

- 1) вісім відповідей (кожного студента в середньому) на практичних заняттях;
- 2) одну модульну контрольну роботу;
- 3) індивідуальне семестрове завдання;
- 4) відповідь на екзамені.

Робота на практичних заняттях

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 бал. Одному або двом кращим студентам на кожному практичному занятті може бути доданий як заохочувальний 1 бал. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 8 балів.

Підсумковий контроль

Одна модульна контрольна робота (МКР) розбивається на три частини:
МКР-1 «Диференціальне числення функції багатьох змінних»: ваговий бал – 10 балів;
МКР-2 «Кратні інтеграли. Теорія поля»: ваговий бал – 10 балів;
МКР-3 «Числові та функціональні ряди»: ваговий бал – 10 балів.

(Допускається розбиття МКР на декілька тематичних контрольних робіт, які мають такий же сумарний ваговий бал).

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює 30 балів.

Індивідуальне семестрове завдання (ІСЗ)

- Ваговий бал – 12 балів. Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань. Якщо робота виконана повністю правильно і здана вчасно, то вона оцінюється максимальною кількістю балів за умови її захисту студентом. Якщо робота здається несвоєчасно (пізніше встановленого дед-лайну), то вона оцінюється - 2 бали (за кожний тиждень запізнення).

Заохочувальні бали за:

- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка та захист доповідей на студентських науково-практичних конференціях, виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля + 5 балів.

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 30 + 20 = 50 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова шкали дорівнює 50% від R, а саме

$$R_E = 50 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу $R=100$ балів.

Розмір стартової шкали $R_C = 50$ балів.

Розмір екзаменаційної шкали $R_E = 50$ балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку «добре» у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого (R_C), тобто при $R_C \geq 45$ бали.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук

Листопадова Валентина Вікторівна

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук
Борисенко Ольга Володимирівна

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол №10 від 24.06. 2026р.)

Погоджено Методичною комісією ФАПЕ (протокол № 11 від 26.06.2026)