



Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Емблем
а
кафедр
и (за
наявно
сті)

Кафедра
математичної
фізики та
диференціальних
рівнянь

НАЗВА КУРСУ

**Вища математика. Частина-2. Диференціальне та
інтегральне числення функцій багатьох змінних.
Диференціальні рівняння**

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти *Перший (бакалаврський)*

Галузь знань	G Інженерія, виробництво та будівництво					
Спеціальність	G9 Прикладна механіка					
Освітня програма	Інжиніринг паковань та пакувального обладнання					
Статус дисципліни	Нормативна					
Форма навчання	очна(денна)					
Рік підготовки, семестр	1 курс, весняний семестр					
Обсяг дисципліни	120/ 4 кредитів					
			Практич. занят.	Лабор. заняття	Індив. заняття	
			(семінари)	(комп'ют. практ.)		СРС
	Години		30	30	0	60
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	0	0	0
Розклад занять	На сайті університету, також сайті ФАПІЕ					
Мова викладання	Українська					

Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: : Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики диференціальних рівнянь ФМФ listopadova17@ukr.net http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61 Практичні: : Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики диференціальних рівнянь ФМФ listopadova17@ukr.net http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у новітніх технологіях та комп'ютерному дизайнові матеріалів, використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 07 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 15 Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.

Фахові компетентності спеціальності (ФК)

ФК 01 Здатність аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

Програмні результати навчання

ПРН 01 вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи;

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в першому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти.

Постреквізити дисципліни: Механіка матеріалів і конструкцій. Теоретична механіка. Інформатика. Інженерні розрахунки на ПЕОМ. Теорія механізмів і машин. Механіка машин і газів.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. *Визначений інтеграл* : Формула Ньютона-Лейбніца. Властивості визначеного інтегралу. Механічні та фізичні застосування визначених інтегралів. Невласні інтеграли.

2. *Диференціальні рівняння*: Комплексні числа та дії над ними. Основні типи диференціальних рівнянь. Задача Коші.

3. *Диференціальне числення функцій багатьох змінних* : Функції багатьох змінних. Частинні похідні та диференціали. Диференціювання складних і неявно заданих функцій. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямком. Градієнт.

4. *Інтегральне числення функції багатьох змінних*. Подвійні, потрійні та криволінійні інтеграли. Властивості та спосіб обчислення.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.
2. Авдєєва Т.В. Вища математика. Частина 2: Диференціювання функції багатьох змінних та його застосування/ Т.В.Авдєєва, Л.Г.Авраменко, О.В.Борисенко, В.М.Горбачук// - К.:2017,- 95с.(Гриф надано Методичною радою ФМФ НТУУ «КПІ ім Ігоря Сікорського» Протокол№1 від 17 лютого 2017р.)
3. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2011. – 480 с.
4. Вища математика. Числові та функціональні ряди [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за природничими технічними спеціальностями/ КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О.В.Борисенко, В.В.Листопадава.- Електронні текстові дані (1файл: 1.78 Мбайт).- Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023.- 117с. Доступ: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67184>
5. Гайдей В.О. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій./ В.О. Гайдей, Л.Б.Федорова, І.В. Алексєєва, О.О.Духовичний, - К.:НТУУ «КПІ», 2013.- 144с.
6. В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов, Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [Ч.1.,2]. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі / - К.: Книги України ЛТД, 2009. - 578 с.
7. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб.: Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі/ В.С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – Київ : Книги України ЛТД, 2009. – 400 с.

Додаткова література

1. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
3. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

Перелік лекцій

Лекція 1. Визначений інтеграл.

- 1.1. Означення та властивості визначеного інтегралу. Формула Ньютона-Лейбніца.
- 1.2. Заміна змінних у визначених інтегралах.
- 1.3. Теорема про середнє значення підінтегральної функції.
- 1.4. Теорема про похідну від визначеного інтеграла по його змінній верхній границі.
- 1.5. Інтегрування частинами.

Лекція 2. Застосування визначеного інтеграла.

- 2.1. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі плоскої області.
- 2.2. Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуги.
- 2.3. Застосування визначеного інтеграла до обчислення об'єму тіла, об'єму та площі поверхні тіла обертання.

Лекція 3. Невласні інтеграли:

- 3.1. Невласні інтеграли 1-го роду. Спосіб обчислення.
- 3.2. Критерій збіжності невластних інтегралів 1-го роду.
- 3.3. Невласні інтеграли 2-го роду.
- 3.4. Критерій збіжності невластних інтегралів 2-го роду.

Лекція 4. Комплексні числа.

- 4.1. Означення, основні поняття. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
- 4.2. Тригонометрична та показникова форми комплексного числа.
- 4.3. Формула Ейлера. Формула Муавра.
- 4.4. Корінь n -го степеня з комплексного числа

Лекція 5. Функції декількох змінних (ФДЗ):

- 5.1. Функції двох змінних, їх область визначення.
- 5.2. Основні означення, границя ФДЗ.
- 5.3. Частинні похідні від ФДЗ.
- 5.4. Частинні диференціали функції двох змінних.
- 5.5. Повний диференціал.
- 5.6. Частинні похідні та диференціали вищих порядків.
- 5.7. Частинні похідні та повний диференціал складної функції.
- 5.8. Диференціювання неявно заданої функції.
- 5.9. Дотична площина та нормаль до поверхні.
- Елементи теорії поля. Похідна за напрямком. Градієнт.
- 5.10. Дослідження ФДЗ на екстремум.

Лекція 6. Звичайні диференціальні рівняння (ДР):

- 6.1. Основні означення. Загальний та частинний розв'язки диференціального рівняння
- 6.2. ДР 1-го порядку з відокремлюваними змінними.
- 6.3. ДР, які зводяться до ДР з відокремлюваними змінними.
- 6.4. Однорідні ДР.
- 6.5. Спеціальний тип ДР, які зводяться до однорідних ДР.

Лекція 7. Основні типи ДР:

- 7.1. Лінійні ДР 1-го порядку. Метод варіації довільної сталої.
- 7.2. Пошук розв'язку ДР у вигляді добутку двох функцій.
- 7.1. ДР Бернуллі.
- 7.2. ДР в повних диференціалах.
- 7.3. ДР вищого порядку.

Лекція 8. Лінійні ДР вищого порядку:

- 8.1. Лінійний диференціальний оператор та його властивості.
- 8.2. Лінійне однорідне ДР (ЛОДР) вищого порядку та його розв'язки.
- 8.3. Теорема про лінійну залежність розв'язків ЛОДР. Визначник Вронського.
- 8.4. Структура загального розв'язку ЛОДР.
- 8.5. ЛОДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння.
- 8.6. Узагальнення для ЛОДР вищого порядку.

Лекція 9. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння (ЛНДР) зі сталими коефіцієнтами:

- 9.1. Загальний та частинний розв'язки ЛНДР.
- 9.2. Метод варіації довільних сталих.
- 9.3. Інтегрування ЛНДР зі сталими коефіцієнтами, права частина якого є квазімногочлен.
- 9.4. Інтегрування ЛНДР зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.

Лекція 10. Кратні інтеграли:

- 10.1. Поверхні 2-го порядку та їх рівняння.
- 10.2. Подвійний інтеграл, його властивості та спосіб обчислення.
- 10.3. Властивості двократного інтегралу.
- 10.4. Зміна порядку інтегрування в двократному інтегралі.

Лекція 11. Подвійний інтеграл, заміна змінних:

- 11.1. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Поняття Якобіана.
- 11.2. Полярна заміна.
- 11.3. Застосування подвійних інтегралів.

Лекція 12. Потрійний інтеграл:

12.1. Потрійний інтеграл. Його властивості та спосіб обчислення.

12.2. Властивості трикратного інтегралу.

Лекція 13. Заміна змінних в потрійному інтегралі. Застосування потрійних інтегралів:

13.1. Потрійний інтеграл в циліндричній системі координат.

13.2. Потрійний інтеграл в сферичній системі координат.

13.1. Геометричні та фізичні застосування.

Лекція 14. Криволінійні інтеграли:

14.1. Криволінійні інтеграли по довжині дуги (1-го роду). Означення та властивості.

14.2. Спосіб обчислення та застосування криволінійних інтегралів по довжині дуги.

14.3. Криволінійні інтеграли по координатах (2-го роду). Означення та властивості.

14.4. Спосіб обчислення та застосування криволінійних інтегралів 2-го роду.

Лекція 15. Криволінійні інтеграли:

15.1. Векторне поле. Циркуляція вектор-функції.

15.2. Формула Гріна.

15.3. Незалежність криволінійного інтегралу 2-го роду від шляху інтегрування.

15.4. Ротор векторного поля.

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1.

Основні методи інтегрування (повторення). Обчислення визначених інтегралів. Заміна змінних у визначених інтегралах. Інтегрування частинами.

Практичне заняття 2.

Задачі на геометричні та фізичні застосування визначених інтегралів.

Практичне заняття 3.

Невласні інтеграли 1-го роду. Невласні інтеграли 2-го роду.

Практичне заняття 4.

Комплексні числа.

Практичне заняття 5.

ФДЗ. Частинні похідні. МКР-1 (Застосування визначених інтегралів. Комплексні числа).

Практичне заняття 6.

Повний диференціал ФДЗ та застосування його до наближених обчислень.

Диференціювання неявно заданої функції. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямком. Градієнт.

Практичне заняття 7.

Дослідження функції двох змінних на екстремум. МКР-2 (ФДЗ).

Практичне заняття 8.

Диференціальні рівняння (ДР). ДР з відокремлюваними змінними.

ДР, які зводяться до ДР з відокремлюваними змінними.

Однорідні ДР, ДР, які зводяться до однорідних ДР.

Практичне заняття 9.

Лінійні ДР. ДР Бернуллі. ДР в повних диференціалах.

Практичне заняття 10.

ДР вищого порядку.

Практичне заняття 11.

Лінійні однорідні диференціальні рівняння (ЛОДР) зі сталими коефіцієнтами.

Характеристичне рівняння. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння (ЛНДР) зі сталими коефіцієнтами, зі спеціальною правою частиною. МКР-3 (Диференціальні рівняння).

Практичне заняття 12.

Подвійні інтеграли. Задачі на застосування подвійних інтегралів. Зміна порядку інтегрування в двократному інтегралі. Полярна заміна.

Практичне заняття 13.

Потрійний інтеграл та його застосування. Потрійний інтеграл в циліндричній та сферичній системах координат.

Практичне заняття 14.

Криволінійні інтеграли 1-го роду. Криволінійні інтеграли 2-го роду. МКР-4 (Кратні та криволінійні інтеграли)

Практичне заняття 15.

Застосування криволінійних інтегралів. МКР-4 (Кратні та криволінійні інтеграли).

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента)

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до МКР, аудиторних занять та виконання домашнього завдання, розв'язок задач, виконання індивідуальної самостійної роботи (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

На самостійне відпрацювання пропонуються теми:

Поверхневі інтеграли 1-го роду. Властивості та спосіб обчислення.

Поверхневі інтеграли 2-го роду. Властивості та спосіб обчислення.

Формула Стокса.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

6. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, своєчасно якісно зроблене домашнє завдання, написання МКР (за темами: “Визначений інтеграл та його застосування”, “Комплексні числа”, “Функції декількох змінних”, “Диференціальні рівняння”, “Кратні та криволінійні інтеграли”).

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр, як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- 1) відповіді на практичних заняттях, домашні завдання;
- 2) модульну контрольну роботу (4 складові);
- 3) відповідь на екзамені.

Система рейтингових (вагових) балів та критерій оцінювання

1. Робота на практичних заняттях.

За відповіді на практичних заняттях та своєчасно якісно виконані домашні роботи студент за семестр може отримати до 10 балів.

2. Модульна контрольна робота.

Одна модульна контрольна робота розбивається на три частини:

МКР-1 (Застосування визначених інтегралів. Комплексні числа) - 10 балів;

МКР-2 (ФДЗ) - 10 балів;

МКР-3 (Диференціальні рівняння) – 10 балів;

МКР-4 (Кратні та криволінійні інтеграли) – 10 балів;

Максимальна кількість балів, отриманих одним студентом за всі контрольні роботи

(складові МКР) :40 балів.

Кожна складова МКР (10-бальна) оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань.

- «відмінно», виконані всі вимоги до роботи (не менше 90% правильно розв'язаних завдань)
-
9-10 балів;
- «добре», виконані майже всі вимоги до роботи або є несуттєві помилки (не менше 75% правильно розв'язаних завдань) - 7-8 балів;
- «задовільно», є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки (не менше 60% правильно розв'язаних завдань) - 5-6 балів;
- «незадовільно», не відповідає вимогам на «задовільно» - 0-4 бали.

Заохочувальні бали за:

- призові місця на факультетських та університетських олімпіадах з вищої математики, наукові доповіді на математичних конференціях, статті,.. +5 балів, додаткові бали за сертифікатом.

Розрахунок шкали (R) рейтингу.

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_c = 10 + 40 = 50 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова шкали дорівнює 50% від R, а саме

$$R_e = 50 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з кредитного модулю складає

$$R = R_c + R_e = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу $R = 100$ балів.

Розмір семестрової шкали $R_c = 50$ балів.

Розмір екзаменаційної шкали $R_e = 50$ балів.

Умови позитивної проміжної атестації

За результатами навчальної роботи на першій атестації студент отримує “зараховано”, якщо його поточний рейтинг не менше 50 відсотків від максимально можливого балу на час проведення атестації. Аналогічно при проведенні другої атестації.

Умови допуску до екзамену

Необхідною умовою допуску до екзамену є зарахування ісз, а також стартовий рейтинг не менше 30 балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку “добре” у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого R_c , тобто при R_c , не меншому, ніж 45 бали.

Студент складає усний екзамен. Кожний екзаменаційний білет складається з 2 теоретичних питань та 6 практичних. Перелік теоретичних питань наведений у методичних рекомендаціях до кожного модуля, а також видається екзаменатором на останній лекції з дисципліни. Кожне практичне питання оцінюється у 6 балів, теоретичне – 7 балів.

Система оцінювання теоретичного питання:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) - 7 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або повна відповідь з незначними помилками - 5-6 бали;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки - 3-4 бали;
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на «задовільно») - 0 балів.

Система оцінювання практичного питання:

- «відмінно», повне безпомилкове розв’язування задачі - 6 балів;
- «добре», повне розв’язування задачі з несуттєвими помилками - 5 бали;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками - 3-4 бали;
- «незадовільно», незадовільна відповідь - 0 балів.

Для отримання студентом відповідних оцінок його рейтингова оцінка R переводиться згідно з таблицею:

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

7. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою;

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

Борисенко Ольга Володимирівна ,

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук

Листопадова Валентина Вікторівна,

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ
(протокол № 10 від 24.06. 2026р.)

Погоджено Методичною радою ФАПІЕ (протокол № _11_ від _26. 06. 2026____)