



НАЗВА КУРСУ

Вища математика. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Диференціальні рівняння

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти *Перший (бакалаврський)*

Галузь знань	13 Механічна інженерія					
Спеціальність	131 «Прикладна механіка»,					
Освітня програма	<i>Інжиніринг паковань та пакувального обладнання</i>					
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>					
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>150/ 5 кредитів</i>					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	СРС
	Години	36	54	0	0	60
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	0	0	0
Розклад занять	<i>На сайті університету, також сайті ІХФ</i>					
Мова викладання	Українська					
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: : Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ listopadova17@ukr.net http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61 Практичні: : Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ listopadova17@ukr.net http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61					
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці					

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у новітніх технологіях та комп'ютерному дизайнові матеріалів, використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

Фахові компетентності спеціальності (ФК)

ФК1 Здатність аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

Програмні результати навчання

РН1 вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи;

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в першому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти .

Постреквізити дисципліни: Механіка матеріалів і конструкцій. Теоретична механіка. Інформатика. Інженерні розрахунки на ПЕОМ. Теорія механізмів і машин. Механіка машин і газів.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. *Визначений інтеграл* : Формула Ньютона-Лейбніца. Властивості визначеного інтегралу. Механічні та фізичні застосування визначених інтегралів. Невласні інтеграли.

2. *Диференціальні рівняння*: Комплексні числа та дії над ними. Основні типи диференціальних рівнянь. Задача Коші.

3. *Диференціальне числення функції багатьох змінних* : Функції багатьох змінних. Частинні похідні та диференціали. Диференціювання складних і неявно заданих функцій. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямком. Градієнт.

4. *Інтегральне числення функції багатьох змінних*. Подвійні, потрійні та криволінійні інтеграли. Властивості та спосіб обчислення.

5. *Теорія поля*. Поверхневі інтеграли. Властивості та спосіб обчислення.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.

2. Авдєєва Т.В. Вища математика. Частина 2: Диференціювання функції багатьох змінних та його застосування/ Т.В.Авдєєва, Л.Г.Авраменко, О.В.Борисенко, В.М.Горбачук// - К.:2017,- 95с.(Гриф надано Методичною радою ФМФ НТУУ «КПІ ім Ігоря Сікорського» Протокол№1 від 17 лютого 2017р.)

3. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2011. – 480 с.

4. Барановська Л. В. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Звичайні диференціальні рівняння.

Збірник завдань до типової розрахункової роботи : метод. посібник / Л. В.Барановська, В. В. Листопадава.. – К. : НТУУ «КПІ», 2011. – 110 с.

5. Гайдей В.О. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій./ В.О. Гайдей, Л.Б.Федорова, І.В. Алексеева, О.О.Духовичний, - К.:НТУУ «КПІ», 2013.- 144с.

6. В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов, Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [Ч.1.,2]. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі / - К.: Книги України ЛТД, 2009. – 578 с.

7. Авдєєва Т.В. Інтегральне числення функції однієї змінної. Навчальний посібник [Електронний ресурс] /КПІ ім. Ігоря Сікорського; Т.В. Авдєєва, О.Ю.Дюженкова, В.В. Листопадава. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського , 2023. – 151 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/56440>

8. Авдєєва Т.В. Кратні інтеграли. Елементи теорії поля: Методичні вказівки та завдання до виконання індивідуальної роботи для студентів інженерних спеціальностей/ Т.В. Авдєєва, О.Б. Качаєнко, О.О. Коваль, О.Б. Поліщук, В.І. Стогній. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2016,– 92 с. Доступ: <http://kmf.kpi.ua/>

Додаткова література

1. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.

3. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

Перелік лекцій

Лекція 1. Визначений інтеграл.

- 1.1. Означення та властивості визначеного інтегралу. Формула Ньютона-Лейбніца.
- 1.2. Заміна змінних у визначених інтегралах.
- 1.3. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур.

Лекція 2. Застосування визначеного інтеграла.

- 2.1. Теорема про середнє значення підінтегральної функції.
- 2.2. Теорема про похідну від визначеного інтеграла по його змінній верхній границі.
- 2.3. Інтегрування частинами.
- 2.4. Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини дуги.
- 2.5. Застосування визначеного інтеграла до обчислення об'єму тіла, об'єму та площі поверхні тіла обертання.

Лекція 3. Невласні інтеграли:

- 3.1. Невласні інтеграли 1-го роду. Спосіб обчислення.
- 3.2. Критерій збіжності невластних інтегралів 1-го роду.
- 3.3. Невласні інтеграли 2-го роду.
- 3.4. Критерій збіжності невластних інтегралів 2-го роду.

Лекція 4. Комплексні числа.

- 5.1. Означення, основні поняття. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
- 5.2. Тригонометрична та показникова форми комплексного числа.
- 5.3. Формула Ейлера. Формула Муавра.
- 5.4. Корінь n -го степеня з комплексного числа.

Лекція 5. Звичайні диференціальні рівняння (ДР):

- 5.1. Основні означення. Загальний та частинний розв'язки диференціального рівняння
- 5.2. ДР 1-го порядку з відокремлюваними змінними.
- 5.3. ДР, які зводяться до ДР з відокремлюваними змінними.

Лекція 6. Однорідні ДР. Лінійні ДР 1-го порядку.

- 6.1. Однорідні ДР.
- 6.2. Спеціальний тип ДР, які зводяться до однорідних ДР.
- 6.3. Лінійні ДР 1-го порядку. Метод варіації довільної сталої.
- 6.4. Пошук розв'язку ДР у вигляді добутку двох функцій.

Лекція 7. Основні типи ДР:

- 7.1. ДР Бернуллі.
- 7.2. ДР в повних диференціалах.
- 7.3. ДР вищого порядку. Типи ДР 2-го порядку.

Лекція 8. Лінійні ДР вищого порядку:

- 8.1. Лінійний диференціальний оператор та його властивості.
- 8.2. Лінійне однорідне ДР (ЛОДР) вищого порядку та його розв'язки.
- 8.3. Теорема про лінійну залежність розв'язків ЛОДР. Визначник Вронського.
- 8.4. Структура загального розв'язку ЛОДР.

Лекція 9. ЛОДР 2-го порядку

- 9.1. ЛОДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння.
- 9.2. Узагальнення для ЛОДР вищого порядку.

Лекція 10. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння (ЛНДР) зі сталими коефіцієнтами:

- 10.1. Загальний та частинний розв'язки ЛНДР.
- 10.2. Метод варіації довільних сталих.
- 10.3. Інтегрування ЛНДР зі сталими коефіцієнтами, права частина якого є квазімногочлен.
 - 10.1. Інтегрування ЛНДР зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.
 - 10.2. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Лекція 11. Функції декількох змінних (ФДЗ):

- 11.1. Функції двох змінних, їх область визначення.
- 11.2. Основні означення, границя ФДЗ.
- 11.3. Частинні похідні від ФДЗ.
- 11.4. Частинні диференціали функції двох змінних.
- 11.5. Повний диференціал.
- 11.6. Частинні похідні та диференціали вищих порядків.
- 11.7. Частинні похідні та повний диференціал складної функції.

Лекція 12. Застосування ФДЗ.

- 12.1. Диференціювання неявно заданої функції.
- 12.2. Дотична площина та нормаль до поверхні.
- 12.3. Дослідження ФДЗ на екстремум.
- 12.4. Елементи теорії поля. Скалярне поле.
- 12.5. Похідна за напрямком..
- 12.6. Градієнт скалярного поля та його властивості.

Лекція 13. Кратні інтеграли: Подвійний інтеграл

- 13.1. Поверхні 2-го порядку та їх рівняння.
- 13.2. Подвійний інтеграл, його властивості та спосіб обчислення.
- 13.3. Властивості двократного інтегралу.
- 13.4. Зміна порядку інтегрування в двократному інтегралі.
- 13.5. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Поняття Якобіана.
- 13.6. Полярна заміна.
- 13.7. Застосування подвійних інтегралів.

Лекція 14. Потрійний інтеграл:

- 14.1. Потрійний інтеграл. Його властивості та спосіб обчислення.
- 14.2. Властивості трикратного інтегралу.
- 14.3. Потрійний інтеграл в циліндричній системі координат.
- 14.4. Потрійний інтеграл в сферичній системі координат.
- 14.5. Геометричні та фізичні застосування.
- 14.6. Векторне поле.

Лекція 15. Криволінійні інтеграли 1-го роду:

15.1. Криволінійні інтеграли по довжині дуги (1-го роду). Означення та властивості.

15.2. Застосування криволінійних інтегралів по довжині дуги.

15.3. Спосіб обчислення.

Лекція 16. Криволінійні інтеграли по координатах 2-го роду:

16.4. Криволінійні інтеграли по координатах (2-го роду). Означення та властивості.

16.5. Спосіб обчислення.

16.6. Застосування криволінійних інтегралів 2-го роду.

Лекція 17. Застосування криволінійних інтегралів:

17.1. Циркуляція вектор-функції.

17.2. Формула Гріна.

17.3. Незалежність криволінійного інтегралу 2-го роду від шляху інтегрування.

17.4. Ротор векторного поля.

Лекція 18. Поверхневі інтеграли 1-го роду та 2-го роду:

18.1. Поверхневі інтеграли 1-го роду. Властивості та спосіб обчислення.

18.1. Поверхневі інтеграли 2-го роду. Властивості та спосіб обчислення.

18.2. Формула Стокса.

На практичних заняттях - Завдання до виконання

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1. Основні методи інтегрування (повторення).

Обчислення визначених інтегралів. Заміна змінних у визначених інтегралах. Інтегрування частинами.

Практичне заняття 2. Задачі на геометричні та фізичні застосування визначених інтегралів.

Практичне заняття 3. Невласні інтеграли 1-го роду. Невласні інтеграли 2-го роду.

Практичне заняття 4. Комплексні числа.

Практичне заняття 5. МКР-1 за темами “Визначений інтеграл та його застосування”, “Комплексні числа”.

Практичне заняття 6. Диференціальні рівняння (ДР). ДР з відокремлюваними змінними. ДР, які зводяться до ДР з відокремлюваними змінними.

Практичне заняття 7. Однорідні ДР, ДР, які зводяться до однорідних ДР.

Практичне заняття 8. Лінійні ДР. (2 способи розв’язування). ДР Бернуллі.

Практичне заняття 9. ДР в повних диференціалах. ДР вищого порядку.

Практичне заняття 10. Лінійні однорідні диференціальні рівняння (ЛОДР) зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння.. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння (ЛНДР) зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих.

Практичне заняття 11. ЛНДР зі спеціальною правою частиною (I – го типу).

Практичне заняття 12. ЛНДР зі спеціальною правою частиною (II – го типу). Системи лінійних диференціальних рівнянь.

Практичне заняття 13. МКР-2 за темою « Диференціальні рівняння».

Практичне заняття 14. Функції декількох змінних. Повний диференціал ФДЗ та застосування його до наближених обчислень.

Диференціювання неявно заданої функції. Дотична площина та нормаль до поверхні.

Практичне заняття 15. Дослідження функції двох змінних на екстремум.

Теорія поля. Похідна за напрямком. Градієнт.

Практичне заняття 16. МКР-3. за темою “ Функції декількох змінних”.

Практичне заняття 17. Подвійні інтеграли. Задачі на застосування подвійних інтегралів. Зміна порядку інтегрування в двократному інтегралі.

Полярна заміна.

Практичне заняття 18. Потрійний інтеграл та його застосування.

Практичне заняття 19. Потрійний інтеграл в циліндричній та сферичній системах координат.

Практичне заняття 20. Криволінійний інтеграл 1-го роду.

Практичне заняття 21. Криволінійний інтеграл 2-го роду.

Практичне заняття 22. Застосування криволінійних інтегралів до задач теорії поля.

Практичне заняття 23. Поверхневий інтеграл 1-го роду.

Практичне заняття 24. Поверхневий інтеграл 2-го роду.

Практичне заняття 25. Застосування поверхневих інтегралів.

Практичне заняття 26. **МКР-4.** за темою “Кратні та криволінійні інтеграли”.

Практичне заняття 27. Аналіз МКР-4. Повторення матеріалу курсу.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента)

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, до МКР, розв’язок задач, виконання розрахункової роботи (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв’язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

6. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР (складові: МКР-1 за темами “Визначений інтеграл та його застосування”, “Комплексні числа”.

МКР-2. за темою “Диференціальні рівняння”, МКР-3. за темою “Функції декількох змінних”, МКР-4. за темою “Кратні та криволінійні інтеграли”).

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР, зарахування розрахункової роботи, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

Рейтинг студента з кредитного модуля складається з балів, які він отримує за:

- 1) відповіді на практичних заняттях, домашні завдання;
- 2) модульну контрольну роботу (чотири складові);
- 3) відповідь на екзамені.

Система рейтингових (вагових) балів та критерій оцінювання

1. Робота на практичних заняттях.

За відповіді на практичних заняттях та домашні роботи студент за семестр може отримати до 10 балів.

2. Модульна контрольна робота.

Одна модульна контрольна робота розбивається на чотири частини:

МКР-1 (Визначений інтеграл та його застосування, Комплексні числа), ваговий бал – 14 балів;

МКР-2 (Диференціальні рівняння), ваговий бал – 12 балів.

МКР-2 (Функції декількох змінних), ваговий бал – 12 балів.

МКР-4 (Кратні та криволінійні інтеграли), ваговий бал – 12 балів;

Максимальна кількість балів, отриманих одним студентом за всі контрольні роботи : 50 балів.

Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань.

Штрафні та заохочувальні бали за:

- Невиконання домашніх робіт..... -1 бал (за кожну роботу);

- призові місця на факультетських та університетських олімпіадах з вищої математики, наукові доповіді на математичних конференціях, статті..... +6 балів

Розрахунок шкали (R) рейтингу.

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_c = 10 + 14 + 12 + 12 + 12 = 60 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова шкали дорівнює 40% від R, а саме

$$R_e = 40 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з кредитного модулю складає

$$R = R_c + R_e = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу $R = 100$ балів.

Розмір семестрової шкали $R_c = 60$ балів.

Розмір екзаменаційної шкали $R_e = 40$ балів.

Умови позитивної проміжної атестації

За результатами навчальної роботи за перші 7 тижнів “ідеальний студент” має набрати 24 бали. На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує “зараховано”, якщо його поточний рейтинг не менше 12 балів.

За результатами 13 тижнів навчання “ідеальний студент” має набрати 48 балів. На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує “зараховано”, якщо його поточний рейтинг не менше 24 балів.

Умови допуску до екзамену

Необхідною умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 36 балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку “добре” (“B” або “C” у системі ECTS) у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого R_c , тобто при R_c , не меншому, ніж 54 бали.

Студент складає усний екзамен. Кожний екзаменаційний білет складається з 2 теоретичних питань та 6 практичних. Перелік теоретичних питань наведений у методичних рекомендаціях до

кожного модуля, а також видається екзаменатором на останній лекції з дисципліни. Кожне теоретичне або практичне питання оцінюється у 5 балів.

Система оцінювання теоретичного питання:

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) - 5 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або повна відповідь з незначними помилками - 4 бали;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки - 1-3 бали;
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на «задовільно») - 0 балів.

Система оцінювання практичного питання:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування задачі - 5 балів;
- «добре», повне розв'язування задачі з несуттєвими помилками - 4 бали;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками - 1-3 бали;
- «незадовільно», незадовільна відповідь - 0 балів.

Для отримання студентом відповідних оцінок (ECTS та традиційних) його рейтингова оцінка R переводиться згідно з таблицею:

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

7. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- *можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою;*

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

Борисенко Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ,

Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ

(протокол № 8 від 23.05. 2024р.)

Погоджено Методичною радою ІХФ (протокол № 11 від 28.06.2024)