



НАЗВА КУРСУ

Вища математика. Частина 2. Інтегральні числення. Диференціальні рівняння

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)					
Галузь знань	G Інженерія, виробництво та будівництво					
Спеціальність	G7 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка					
Освітня програма	Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології кібер-енергетичних систем Automation and Computer-Integrated Technologies of Cyber-Energy Systems					
Статус дисципліни	Нормативна					
Форма навчання	заочна					
Рік підготовки, семестр	I курс, II семестр					
Обсяг дисципліни	180 год./6 кредитів					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	
	Лекції					CPC
	Години	6	8	0	0	166
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	На сайті університету http://rozklad.kpi.ua , інституту ІАТЕ					
Мова викладання	Українська					
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Пилипенко Віта Анатолівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, v.pylypenko.kpi@gmail.com, https://intellect.kpi.ua/profile/pva21, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0383-6271 Практичні: Пилипенко Віта Анатолівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, v.pylypenko.kpi@gmail.com, https://intellect.kpi.ua/profile/pva21, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0383-6271					
Розміщення курсу	Сайт кафедри, Google Class, https://ecampus.kpi.ua					

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна дає можливість отримати ґрунтовну підготовку з математики для подальшого використання математичного апарату при розв'язуванні практичних, прикладних і наукових завдань, формувати у студентів здатність застосовувати базові знання в області фундаментальної математики, розв'язувати математичні задачі шляхом створення відповідних застосувань.

У структурно – логічній схемі програми підготовки за спеціальністю дана дисципліна використовує знання шкільного курсу математики та отримані за програмою попередніх тем кредитних модулів курсу «Вища математика». З іншого боку, вивчений матеріал може бути використаний при вивченні наступних тем курсу “Вища математика”, а також при вивченні дисциплін “Дискретна математика”, “Фізика”, “Теоретична механіка”, “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Чисельні методи” та спеціальних дисциплін.

Метою кредитного модуля є формування у студентів здатності використовувати методи вищої математики для оволодіння необхідним математичним апаратом, що допомагає аналізувати, моделювати та розв'язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 1 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК 4 Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

Фахові компетентності(ФК)

ФК 1 Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

Програмні результати навчання

ПРН 1 Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в другому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти та першого семестру.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. *Інтегральне числення функції однієї змінної.* Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл та його застосування. Невласні інтеграли 1-го, 2-го роду.
2. *Функції кількох змінних.* Поняття функції кількох змінних. Границя та неперервність. Диференціювання та застосування похідних. Екстремум функції двох змінних.
3. *Звичайні диференціальні рівняння.* Звичайні диференціальні рівняння першого порядку. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків. Системи звичайних диференціальних рівнянь.
4. *Кратні інтеграли.* Означення подвійного, потрійного інтеграла та їх застосування.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навчальний посібник. — К.: ”А.С.К”, 2006. — С. 648. — ISBN 966-539-320-0.

2. Вища математика. Збірник задач: початковий посібник / В. П. Дубовик [та ін.]. — К.: "А.С.К.", 2005. — С. 480. — ISBN 966-319-036-1.
3. Дудкін М. Є., Дюженкова О. Ю., Степахно І. В. Вища математика: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями. — К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. — С. 449. — URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/51064/1/Dudkin_V_matymatyka_22.pdf.
4. Вища математика. Диференціальне числення функцій багатьох змінних [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. А. Пилипенко, Є. В. Масалітіна. — Електронні текстові дані (1 файл: 1,71 Кбайт). — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. — 62 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46038>
5. Вища математика. Диференціальні рівняння. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Є. В. Масалітіна, В. А. Пилипенко. — Електронні текстові дані (1 файл: 1,43 Кбайт). — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. — 36 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46041>
6. Збірник завдань з вищої математики. Частина 2. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. - К., Політехніка, 2003.

Додаткова література

1. Дудкін М. Є., Дюженкова О. Ю., Степахно І. В. Вища математика. Практикум: навчальний посібник.—К.: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2021.— С. 409.—URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/47504/1/Vyshcha%20matematyka_Praktykum.pdf.
2. Шкіль М. І. Математичний аналіз : у двох частинах. Т. 1. — 3-є вид. — К.: Вища школа, 2005. — С. 447. — ISBN 966-642-284-0.
3. Герасимчук В. С., Васильченко Г. С., Кравцов В. І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі.— К.: Книги України ЛТД, 2010. — С. 470. — ISBN 978-966-2331-05-9.

Основну та додаткову літературу можна знайти в мережі інтернет, в науково-технічній бібліотеці ім. Г. І. Денисенка, а також *в електронних ресурсах у відповідному Google class*.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

На лекційних заняттях – конспект (електронний варіант) лекції, постановка проблеми, мотивація і аргументація матеріалу, пояснення, приклади для ілюстрації теоретичних понять.

Перелік лекцій

Тема 1. Інтегральне числення функцій однієї змінної

Лекція 1.

Невизначений інтеграл, означення та властивості. Таблиця інтегралів. Заміна змінної та інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. Визначений інтеграл, формула Ньютона – Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу. Площа плоскої фігури в декартових координатах. Довжина плоскої дуги, заданої в декартових координатах, заданої параметричними рівняннями та в полярній системі координат. Об'єм тіла обертання. Невласні інтеграли першого і другого роду.

Тема 2. Функції кількох змінних

Лекція 2.

Функція двох змінних, область визначення, геометричний зміст. Частинні похідні першого порядку, диференційованість функції кількох змінних. Повний диференціал та його використання у наближених обчисленнях. Похідна складеної функції. Дотична площина та нормаль до поверхні. Геометричне тлумачення повного диференціала функції двох змінних. Неявна функція. Похідні вищих порядків, мішані похідні. Диференціали вищих порядків. Екстремум функції двох змінних.

Тема 3. Звичайні диференціальні рівняння

Порядок диференціального рівняння, означення його розв'язку. Задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для диференціальних рівнянь першого порядку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

Лекція 3.

Типи диференціальних рівнянь вищого порядку, які допускають пониження порядку. Лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами, характеристичне рівняння, побудова загального розв'язку. Знаходження частинних розв'язків ЛНДУ зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Метод варіації довільної сталої. Системи звичайних диференціальних рівнянь.

Тема 4. Кратні інтеграли

Означення подвійного та потрійного інтегралів. Обчислення подвійних та потрійних інтегралів в декартових координатах. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. Застосування кратних інтегралів.

На практичних заняттях – типові завдання і задачі підвищеної складності, які дають змогу засвоїти основні математичні поняття та їх властивості, виробити вміння використовувати матеріал для самостійного розв'язування задач.

Перелік (орієнтовний) практичних занять

Тема 1. Інтегральне числення функції однієї змінної

Практичне заняття 1.

Обчислення невизначених інтегралів за таблицею. Заміна змінної та інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції. Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Визначений інтеграл. Формула Ньютона - Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу. Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл. Обчислення довжини дуги кривої. Площа поверхні обертання. Невласні інтеграли першого і другого роду.

Розрахункова робота частина 1.

Тема 2. Функції кількох змінних

Практичне заняття 2.

Функції багатьох змінних, область визначення, границя, неперервність. Частинні похідні та повний диференціал. Похідна складної та неявної функції багатьох змінних. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідні вищих порядків, мішані похідні. Диференціали вищих порядків. Екстремум функції кількох змінних.

Модульна контрольна робота частина 1.

Тема 3. Звичайні диференціальні рівняння

Практичне заняття 3.

Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами, характеристичне рівняння, побудова загального розв'язку. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Метод варіації довільної сталої.

Розрахункова робота частина 2.

Тема 4. Кратні інтеграли

Практичне заняття 4.

Обчислення подвійного інтегралу в декартових та полярних координатах. Обчислення потрійного інтеграла в декартових, циліндричних та сферичних координатах. Застосування кратних інтегралів.

Модульна контрольна робота частина 2.

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, розв’язування практичних завдань, виконання розрахункової роботи.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться онлайн згідно розкладу. Присутність на заняттях не є обов’язковою, проте студентам рекомендується під’єднуватися на заняття, оскільки робота в групі з викладачем є більш якісною, крім того, студент може отримати відповіді на питання під час заняття та розвинути потрібні уміння й навички, що передбачені в глобальному розумінні вивчення курсу «Вища математика. Частина 2. Інтегральні числення. Диференціальні рівняння», та є основною метою навчання в цілому. Якщо студент не відвідує заняття, але завдання виконує, викладач може провести усну співбесіду, щоб уникнути порушення академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3).

Співпраця студентів у розв’язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час екзамену категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Для покращення зв’язку студента та викладача всі лекційні матеріали та матеріали практичних занять (PDF файли та відео-запис лекцій і практичних занять) розміщуються в GoogleClass.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування на заняттях, написання МКР і РР.

Семестровий контроль: екзамен.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів: семестровий рейтинг (50 балів) та екзаменаційний рейтинг (50 балів).

1. Семестровий рейтинг складається з 50 балів, які студент отримує протягом семестру, розподілення балів відбувається за баченням викладача з практики.

Види робіт для оцінювання балами:

- виконання модульної контрольної роботи, яка може бути поділена на частини за основними розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами модульної контрольної роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).
- виконання розрахункової роботи, яка може бути поділена на частини за основними розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами розрахункової роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).

Наприклад:

- Розрахункова робота ч.1 (10 балів) по темі «Інтегральне числення функції однієї змінної».
- Модульна контрольна робота ч.1 (15 балів) по темі «Функції кількох змінних».
- Розрахункова робота ч.2 (10 балів) по темі «Звичайні диференціальні рівняння».
- Модульна контрольна робота ч.2 (15 балів) по темі «Кратні інтеграли».

Розрахункову роботу студент повинен здати не пізніше, ніж за тиждень до екзамену, щоб викладач зміг її перевірити. Якщо студент не виконує цю вимогу, то він до екзамену не допускається.

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 95% потрібної інформації);
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- «незадовільно» – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

2. Екзамен. Екзаменаційний рейтинг – 50 балів.

Умови допуску до екзамену: мінімальна позитивна оцінка за МКР (не менше 60%), зарахована розрахункова робота, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Екзаменаційна робота складається з 2-х теоретичних запитань та 3-х практичних завдань. Всі завдання оцінюються по 10 балів. Екзамен відбувається усно в режимі відеозв'язку згідно з розкладом. Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Перелік теоретичних запитань, які виносяться на екзамен:

Невизначений інтеграл

1. Невизначений інтеграл: означення і основні властивості.
2. Інтегрування за частинами у невизначеному інтегралі.
3. Заміна змінної в невизначеному інтегралі.
4. Інтегрування простих алгебраїчних дробів перших трьох типів.
5. Інтегрування простого алгебраїчного дробу четвертого типу.
6. Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса і косинуса, за допомогою універсальної тригонометричної підстановки.
7. Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса та косинуса і непарних відносно синуса (косинуса).
8. Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса та косинуса і парних відносно них.
9. Інтегрування функцій, раціональних відносно x і $\sqrt{a^2 + x^2}$, за допомогою тригонометричної підстановки.
10. Інтегрування функцій, раціональних відносно x і $\sqrt{a^2 - x^2}$, за допомогою тригонометричної підстановки.
11. Інтегрування функцій, раціональних відносно x і $\sqrt{x^2 - a^2}$, за допомогою тригонометричної підстановки.
12. Інтегрування виразів, які містять квадратний тричлен під знаком кореня.
13. Інтегрування функцій, раціональних відносно аргументу і кореня з дробово-лінійної функції.
14. Інтегрування біноміальних диференціалів (перший і другий випадок). Теорема П.Л. Чебишева.
15. Інтегрування біноміальних диференціалів (третій випадок). Теорема П.Л. Чебишева.

Визначений інтеграл

1. Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла.
2. Означення визначеного інтеграла, його геометричний і фізичний зміст, теорема існування.
3. Основні властивості визначеного інтеграла.
4. Інтеграл із змінною верхньою межею. Теорема Барроу.
5. Основна формула інтегрального числення (формула Ньютона-Лейбніца).
6. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Рекурентна формула.
7. Заміна змінної у визначеному інтегралі.
8. Обчислення площ плоских фігур в декартових координатах.
9. Обчислення площі криволінійного сектора.
10. Обчислення довжин дуг кривих.
11. Обчислення об'ємів тіл.
12. Обчислення площ поверхонь обертання.

Диференціальне числення функції багатьох змінних

1. Поняття функції декількох змінних. Область визначення функції.
2. Частинні похідні першого порядку.
3. Диференціювання функції декількох змінних. Необхідна умова диференціювання. Достатні умови диференціювання функції декількох змінних.

4. Повний приріст і повний диференціал. Застосування диференціала до наближених обчислень.
5. Частинні похідні вищих порядків. Мішані похідні. Теорема про мішані похідні.
6. Диференціювання складних функцій. Повна похідна. Неявні функції і їх диференціювання.
7. Екстремум функцій декількох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму функції.
8. Рівняння дотичної площини та нормалі.

Звичайні диференціальні рівняння

1. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, означення, знаходження загального розв'язку.
2. Диференціальні рівняння 1-го порядку однорідні відносно змінних, означення, знаходження загального розв'язку.
3. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Бернуллі.
4. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Лагранжа.
5. Рівняння Бернуллі, означення, знаходження загального розв'язку
6. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
7. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
8. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні різні).
9. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні рівні).
10. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння комплексно спряжені).
11. Загальні властивості розв'язків лінійного диференціального рівняння.
12. Метод варіації довільних сталих для лінійного диференціального рівняння 2-го порядку.

Кратні інтеграли.

1. Задачі, які приводять до поняття подвійного інтегралу.
2. Подвійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
3. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій системі координат.
4. Обчислення подвійного інтеграла в полярній системі координат.
5. Заміна змінних в подвійному інтегралі.
6. Обчислення координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури.
7. Геометричне використання подвійного інтегралу.
8. Задача, що приводить до поняття потрійного інтегралу.
9. Потрійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
10. Потрійний інтеграл в декартовій системі координат і його обчислення.
11. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній системі координат.
12. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в сферичній системі координат.
13. Координати центра мас та моменти інерції просторової області.

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

- 10 балів – повна відповідь, теоретичне запитання з повним доведенням теорем та властивостей, практичне – з наведенням потрібних формул, повним поясненням, якщо потрібно малюнками (не менше 95% потрібної інформації);
- 8-9 балів – достатньо повна відповідь (не менше 80% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- 6-7 балів – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- 4-5 балів – більш неповна відповідь та значні помилки;
- 0-3 балів – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

Бали, набрані на екзамені, додаються до балів семестрового рейтингу і, згідно приведеної таблиці, виставляється підсумкова оцінка.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Передбачається можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) складено:

старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук *Пилипенко Віта Анатоліївна*

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25.06.2025)

Погоджено Методичною комісією факультету ІАТЕ (протокол № 8 від 27.06.2025)