



Вища математика. Частина 2.

Числові і функціональні ряди. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли

Робоча програма навчальної дисципліни (силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	G Інженерія, виробництво та будівництво
Спеціальність	G4 Енерговиробництво (за спеціалізацією)
Спеціалізація	G4.02 Теплоенергетика
Освітня програма	Інженерія енергогенеруючого обладнання та системи термостабілізації
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	4 кредити ЕКТС, 120 год. Лекційних занять: 30 год. Практичних занять: 30 год. Самостійна робота студентів: 60 год.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	екзамен/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://roz.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Козак Валентина Іванівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ afina0706@gmail.com Практичні: Вдовенко Тетяна Іванівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ tanyavdovenko1988@gmail.com Степахно Ірина Василівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат.наук stir@ukr.net
Розміщення курсу	Сайт кафедри, https://my.kpi.ua/

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у сучасних новітніх технологіях та комп'ютерному дизайні матеріалів, використовувати методи вищої математики в інженерних розрахунках.

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 08. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 09. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

Фахові компетентності

ФК 02. Здатність аналізувати інформацію з літературних джерел, здійснювати патентний пошук, а також використовувати бази даних та інші джерела інформації для здійснення професійної діяльності.

ФК 10. Здатність забезпечувати моделювання об'єктів і процесів з використанням стандартних і спеціальних пакетів програм та засобів автоматизації інженерних розрахунків, проводити експерименти за заданими методиками з обробкою й аналізом результатів

ФК 11. Здатність використовувати стандартні методики планування експериментальних досліджень, здійснювати обробку та узагальнення результатів експерименту.

ФК 14. Здатність виконувати роботи з розрахунку й проектування об'єктів і систем у області енергомашинобудування відповідно до технічних завдань з використанням сучасних CAD/CAM/CAE систем

Програмні результати навчання

ПРН 01. Знання і розуміння математики, фізики, тепломасообміну, технічної термодинаміки, гідрогазодинаміки, трансформації (перетворення) енергії, технічної механіки, конструкційних матеріалів, систем автоматизованого проектування енергетичних машин на рівні, необхідному для досягнення результатів освітньої програми.

ПРН 03. Розуміння широкого міждисциплінарного контексту спеціальності 142 Енергетичне машинобудування.

ПРН 04. Застосовувати інженерні технології, процеси, системи і обладнання відповідно до спеціальності 142 Енергетичне машинобудування; обирати і застосовувати придатні типові аналітичні, розрахункові та експериментальні методи; правильно інтерпретувати результати таких досліджень

ПРН 21. Аналізувати розвиток науки і техніки.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Вища математика. Частина 2. Інтегральні числення. Диференціальні рівняння.

Постреквізити: Спеціальні розділи вищої математики.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. Кратні інтеграли: Подвійний інтеграл та його застосування, Потрійний інтеграл та його застосування
2. Криволінійні і поверхневі інтеграли
3. Елементи теорії поля
4. Числові і функціональні ряди. Інтеграл і перетворення Фур'є

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: - Навчальний посібник - К.: А.С.К., 1993, 2001.
2. Вища математика: Збірник задач: Навчальний посібник; За редакцією В.П. Дубовика, І.І. Юрика. - К., А.С.К. 2001.
3. Кратні інтеграли [Електронний ресурс] : практикум з вищої математики для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад.: І. В. Веригіна, Є. В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,49 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 72 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/31901>

4. Кратні інтеграли. Частина I [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. Є. В. Массалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,19 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 45 с.
5. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32161>
6. Кратні інтеграли. Частина II [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. Є. В. Массалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,03 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 44 с.
7. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32163>
8. Вища математика: Криволінійні інтеграли. Елементи теорії поля: Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Є.В. Массалітіна, О.О. Кільчинський. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,909 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 36 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/39959>
9. Вища математика. Ряди. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. В. А. Пилипенко, Є. В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,22 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 36 с.
10. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46039>
11. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с. І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова Математика в технічному університеті : Підручник за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ : Видавничий дім «Кондор», 2018. — Т. 1. — 496 с.
12. І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова Математика в технічному університеті : Підручник за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ : Видавничий дім «Кондор», 2019. — Т. 2. — 504 с.
13. І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова Математика в технічному університеті : Підручник за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ : Видавничий дім «Кондор», 2019. — Т. 3. — 456 с.

Додаткова література

1. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
2. Давидов М. О. Курс математичного аналізу. В 3 ч.– Ч. 1 – К.: Вища школа, 1990. – 383 с.
3. Давидов М. О. Курс математичного аналізу. В 3 ч. – Ч. 2 – К.: Вища школа, 1991. – 366 с.
4. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.2: – К: Книжк. вид-во Нац. авіац. ун-ту, 2005. – 276 с. 7.
5. Денисюк В.П., Репета В.К., Гаєва К.А., Клешня Н.О. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.3: – К: Книжк. вид-во Нац. авіац. ун-ту, 2005. – 444 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

Перелік лекцій

Розділ 8. Кратні інтеграли

Тема 8.1. Подвійний інтеграл та його застосування	
1	Л-1. Задачі, що приводять до поняття подвійного інтеграла. Означення подвійного інтеграла. Теореми існування. Основні властивості.
2	Л-2. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах. Узагальнені полярні координати.
Тема 8.2. Потрійний інтеграл та його застосування	
3	Л-3. Задачі, що приводять до поняття потрійного інтеграла. Означення потрійного інтеграла. Теореми існування. Основні властивості.
4	Л-4. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. СРС. Застосування кратних інтегралів.
Розділ 10. Спеціальні глави вищої математики	
Тема 10.1. Елементи теорії поля	
5	Л-5. Поняття поля. Скалярне поле. Поверхні рівня та лінії рівня. Похідна за даним напрямом. Градієнт скалярного поля: його координатне та інваріантне значення, властивості. Векторне поле. Векторні лінії та трубки.
Розділ 9. Криволінійні і поверхневі інтеграли	
Тема 9.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування	
6	Л-6. Задачі, що приводять до поняття криволінійного інтеграла. Означення криволінійного інтеграла 1-го роду, загальні властивості. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду. СРС. Теорема про середнє для криволінійних інтегралів 1-го роду.
7	Л-7. Означення криволінійного інтеграла 2-го роду, основні властивості. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду.
8	Л-8. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Робота та циркуляція векторного поля. Потенціальні векторні поля. Необхідна і достатня умова потенціальності векторного поля. СРС. Застосування криволінійних інтегралів.
Розділ 7. Числові і функціональні ряди. Інтеграл і перетворення Фур'є	
Тема 7.1. Числові ряди	
9	Л-9. Числові ряди. Збіжність і сума числового ряду. Необхідна умова збіжності ряду. Властивості числових рядів. Ряди з додатними членами. Теореми порівняння.
10	Л-10. Ознаки збіжності Даламбера і Коші. Інтегральна ознака Коші.
11	Л-11. Знакозмінні ряди. Теорема Лейбніца. Оцінка залишку знакозмінного ряду. Абсолютна і умовна збіжності. Властивості абсолютно збіжних рядів.

12	Л-12. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Інтервал і радіус збіжності степеневих рядів.
13	Л-13. Ряд Тейлора. Розклад в степеневі ряди функцій e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень: знаходження наближених значень функцій, наближене обчислення інтегралів.
14	Л-14. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень. Наближене інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.
15	Л-15. Ряди Фур'є. Розклад в ряд Фур'є періодичних функцій. Розклад в ряд Фур'є парних та непарних періодичних функцій

На практичних заняттях - Завдання до виконання

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Розділ 8. Кратні інтеграли	
Тема 8.1. Подвійний інтеграл та його застосування	
1	П-1. Подвійні інтеграли: означення, властивості. Обчислення подвійного інтегралу в декартових координатах. Видача РР «Кратні інтеграли».
2	П-2. Заміна змінних у подвійному інтегралі..
Тема 8.2. Потрійний інтеграл та його застосування	
3	П-3. Потрійні інтеграли. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах.
4	П-4. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах.
Розділ 10. Спеціальні глави вищої математики	
Тема 10.1. Елементи теорії поля	
5	П-5. Скалярне поле. Похідна за даним напрямом. Градієнт, векторне поле. Захист РР «Кратні інтеграли».
Розділ 9. Криволінійні і поверхневі інтеграли	
Тема 9.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування	
6	П-6. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду та їх застосування.
7	П-7. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду та їх застосування.
8	П-8. Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Знаходження функції за заданим повним диференціалом.

9	П-9 (1 год). МКР «Криволінійні інтеграли» 1) Обчислення криволінійного інтеграла I роду. 2) Обчислення криволінійного інтеграла II роду. 3) Знаходження функції за заданим повним диференціалом або завдання на застосування формули Гріна.
Розділ 7. Числові і функціональні ряди.	
Тема 7.1. Числові ряди	
	П-9. Числові ряди. Збіжність і сума числового ряду.
10	П-10. Ряди з додатними членами. Ознаки порівняння. Ознаки Даламбера та радикальна Коші. Інтегральна ознака Коші.
11	П-11. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца. Оцінка залишку ряду. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінного ряду.
Тема 7.2. Функціональні ряди. Степеневі ряди	
12	П-12. Функціональні ряди. Область збіжності. Рівномірна збіжність. Степеневі ряди. Інтервал та область збіжності степеневих рядів.
13	П-13. Розклад функцій в ряди Тейлора. Застосування степеневих рядів. Обчислення значень функцій, інтегрування функцій та інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.
14	П-14. Ряди Фур'є. Розклад в ряд Фур'є періодичних функцій. Розклад в ряд Фур'є парних та непарних періодичних функцій
15	П-15 Захист РР «Числові та функціональні ряди». Структура роботи: 1. Приклад на дослідження збіжності ряду з додатними членами або абсолютної/умовної збіжності знакозмінного ряду. 2. Знаходження області збіжності степеневих рядів. 3. Приклад на застосування степеневих рядів.

Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента)

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язування домашніх завдань та індивідуальних домашніх робіт (ІДР), виконання розрахункової роботи (РР) та підготовка до її захисту (ЗРР), підготовка до модульної контрольної роботи (МКР), самостійне опрацювання тем, що не ввійшли до лекційного курсу (СРС).

6.1. Самостійна робота:

Список питань на самостійне опрацювання

Розділ 8. Кратні інтеграли Тема 8.1. Подвійний інтеграл та його застосування Тема 8.2. Потрійний інтеграл та його застосування	
Л-4	СРС. Застосування кратних інтегралів.

Розділ 9. Криволінійні і поверхневі інтеграли Тема 9.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування	
Л-6	СРС. Теорема про середнє для криволінійних інтегралів 1-го роду.
Л-7	СРС. Застосування криволінійних інтегралів.
Розділ 7. Числові і функціональні ряди Тема 7.2. Функціональні ряди. Степеневі ряди	
Л-14	СРС. Комплексна форма ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. Інтеграл і перетворення Фур'є.

6.2.Індивідуальні завдання

Для якісного вивчення курсу вищої математики студенти повинні виконати розрахункову роботу (РР).

РР-2 (частина 1) „Кратні інтеграли”.

Завданням роботи є перевірити, як студенти засвоїли тему “Кратні інтеграли” і визначити рівень їх навчальних досягнень. Проконтролювати вміння обчислювати подвійні і потрійні інтеграли в різних системах координат, використовувати їх під час прикладних задач.

РР-2 (частина 2) "Ряди"

Метою роботи є перевірити вміння студентами досліджувати числові та функціональні ряди на збіжність, застосовувати відповідні теореми, застосовувати ряди до наближених обчислень.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Відвідування занять

Відвідування лекцій, практичних занять та консультацій не оцінюється. Однак, студентам рекомендується їх відвідувати, оскільки на них викладається теоретичний та практичний матеріал, розвиваються навички, необхідні для виконання практичних завдань та успішного написання МКР, виконання РР та самостійних робіт.

8. Види контролю навчання студента

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, виконання індивідуальних домашніх завдань (ІДЗ), написання та захист розрахункової роботи (РР+ЗРР), написання контрольних робіт (МКР), СРС.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр (**на 8 та 14 тижнях**) з метою підвищення якості навчання студентів та моніторингу виконання графіку освітнього процесу студентами

Атестація студентів проводиться за значенням поточного рейтингу студента на час атестації. Якщо значення цього рейтингу не менше 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано». Також не атестується студент у разі невиконання або не захисту хоча б однієї з частин РР, термін подання якої був до тижня проведення атестації, або не написав на позитивну оцінку всі, заплановані на цей час, частини МКР.

Семестровий контроль: екзамен.

Процедура оскарження результатів контрольних заходів

Студенти мають право і можливість підняти будь-яке питання, яке стосується процедури контрольних заходів та очікувати, що воно буде розглянуто згідно із наперед визначеними процедурами (детальніше: https://osvita.kpi.ua/2020_7-170, https://document.kpi.ua/files/2020_7-170.pdf).

Студенти мають право оскаржити результати контрольних заходів, але обов'язково аргументовано, пояснивши з яким критерієм не погоджуються відповідно до оціночного листа та/або зауважень.

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (детальніше: <https://kpi.ua/code>).

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

1. Дистанційне навчання:

В умовах дистанційного режиму організація освітнього процесу здійснюється з використанням технологій дистанційного навчання: система Електронний кампус, ресурси платформи дистанційного навчання «Сікорський», сервіс «Google Classroom». Для більш ефективної комунікації з метою розуміння структури навчальної дисципліни і засвоєння матеріалу використовуються сервіси для організації онлайн-конференцій та відеозв'язку (наприклад, «Zoom», «Skype», «Google Meet»), електронна пошта, месенджери (Viber, WhatsApp, Telegram, google документи).

2. Навчання в умовах правового режиму воєнного стану:

- передбачає проведення усіх видів занять дистанційно (з використанням синхронної або асинхронної моделі освітньої взаємодії), у відповідності до Регламенту організації освітнього процесу в дистанційному режимі та Положення про дистанційне навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського;
- кінцеві терміни виконання індивідуальних завдань і завдань самостійної роботи переносяться на кінець семестру (з обов'язковим виконанням і захистом);
- у рейтингову систему оцінювання вносяться зміни стосовно нарахування штрафних балів за несвоєчасне виконання завдань: штрафні бали не нараховуються.

3. Для студентів існує можливість зарахування (у вигляді додаткових балів до рейтингу до 10 балів) сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за тематикою дисципліни.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

старшим викладачем кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ *Козак Валентиною Іванівною*

старшим викладачем кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ *Вдовенко Тетяною Іванівною*,

доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ *Степахно Іриною Василівною*.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25.06.2025р.)

Погоджено Методичною комісією ІАТЕ (протокол № 8 від 27.06.2025р.)

Питання, що виносяться на модульну контрольну роботу «Криволінійні інтеграли»

1. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
2. Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
3. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
4. Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
5. Формула Гріна .
6. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
7. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Означення, властивості, обчислення.
8. Градієнт, його властивості. Інваріантне означення градієнту.
9. Векторне поле. Векторні лінії векторного поля. Означення та виведення їх рівнянь.
10. Потенціальне поле. Умови потенційності. Потенціал та його знаходження.

Питання, що виносяться на екзамен

1. Задачі, які приводять до поняття подвійного інтегралу.
2. Подвійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
3. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій системі координат.
4. Обчислення подвійного інтеграла в полярній системі координат.
5. Заміна змінних в подвійному інтегралі.
6. Обчислення координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури.
7. Геометричне використання подвійного інтегралу.
8. Задача, що приводить до поняття потрійного інтегралу.
9. Потрійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
10. Потрійний інтеграл в декартовій системі координат і його обчислення.
11. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній системі координат.
12. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в сферичній системі координат.
13. Координати центра мас та моменти інерції просторової області.
14. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
15. Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
16. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
17. Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
18. Формула Гріна .
19. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
20. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Означення, властивості, обчислення.
21. Градієнт, його властивості. Інваріантне означення градієнту.
22. Векторне поле. Векторні лінії векторного поля. Означення та виведення їх рівнянь.
23. Потенціальне поле. Умови потенційності. Потенціал та його знаходження.
24. Поняття числового ряду. Часткова сума, залишок ряду. Сума ряду. Збіжність і розбіжність ряду.
25. Основні властивості збіжних числових рядів.
26. Необхідна умова збіжності числового ряду. Необхідна та достатня умова збіжності числового ряду (критерій Коші).
27. Ознака Д'Аламбера.
28. Радикальна ознака Коші.
29. Інтегральна ознака Коші.
30. Перша теорема порівняння.
31. Друга теорема порівняння
32. Ряди, в яких знаки членів строго чергуються.. Теорема Лейбніца. Наслідок
33. Поняття абсолютної та умовної збіжності. Теорема про абсолютну збіжність.
34. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.
35. Функціональний ряд. Рівномірна збіжність. Теорема Вейєрштрасса.
36. Теорема про неперервність суми функціонального ряду.
37. Теорема про почленне інтегрування функціонального ряду.
38. Теорема про почленне диференціювання функціонального ряду.
39. Степеневий ряд. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.
40. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду. Теорема про неперервність суми степеневого ряду.
41. Теореми про почленне диференціювання та інтегрування степеневого ряду.
42. Теорема про необхідну та достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
43. Теорема про достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
44. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
45. Теорема про достатню умову подання функції через її ряд Фур'є.
46. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.
47. Ряд Фур'є для $2l$ -періодичної функції, $l \neq \pi$.
48. Ряд Фур'є для неперіодичної функції, заданої на півперіоді.

Приклад завдання РР/РГР

Варіант 30

- Звести подвійний інтеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ до повторного двома способами, якщо область D обмежена лініями: $y = x$, $xy = 1$, $x = 2$.
- Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D 24x dx dy$ двома способами, якщо область D обмежена лініями: $x = 0$, $y = 4 - 2x$, $y = 2\sqrt{x}$.
- Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D 12x \sin xy dx dy$, якщо область D обмежена лініями: $x = \frac{\pi}{4}$, $x = 2$, $y = 2$, $y = 3$.
- Знайти площу області D , яка задана нерівностями:
 - $x^2 + y^2 \geq 2x$, $x^2 + y^2 \leq 8x$, $y \leq \sqrt{3}x$, $y \geq -\sqrt{3}x$;
 - $\rho \sin \varphi \leq -3$, $\rho \leq 4(1 - \sin \varphi)$.
- Знайти масу плоскої пластини D , поверхнева густина якої $\mu(x, y)$:
 - $D: \{y = 4\sqrt{x}, y = \frac{4}{x^2}, x = 4\}$, $\mu(x, y) = 2xy$;
 - $D: \{1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} \leq 4, y \geq 0\}$, $\mu(x, y) = \frac{20y}{25x^2 + 4y^2}$.
- Обчислити потрійний інтеграл $\iiint_V 4x dx dy dz$, якщо область V обмежена поверхнями: $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $2x + y + z - 4 = 0$.
- Знайти масу тіла, яке займає область $V: z = 5 - (x^2 + y^2)$, $z = (x^2 + y^2) / 4$ та густина якого $\mu(x, y, z) = 4z$.
- Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями: $y = 0$, $z = 0$, $3x + 2y = 6$, $z = \frac{x^2}{2}$. Зробити схематичний рисунок.
- Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями: $\sigma_1: x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $\sigma_2: z^2 = \frac{x^2 + y^2}{3}$, $z \geq 0$, використовуючи:
 - перехід до циліндричних координат;
 - перехід до сферичних координат.

Рейтингова система оцінки успішності студентів

Рейтинг студента розраховується виходячи із 100-бальної шкали ($R=100$), з них 50 балів складає стартова шкала ($R_C=50$) та 50 балів - екзаменаційна шкала ($R_E=50$).

Стартовий рейтинг R_C студента складається з балів R_K , що студент отримує протягом семестру з кожного контрольного заходу:

- модульний контроль (МК, ваговий бал – 12). МК проводиться у вигляді КР.
- розрахункова робота та її захист (РР+ЗРР, ваговий бал – 32). РР поділена на дві частини і виконується студентом в позааудиторний час (8+8=16 балів). Захист РР оцінюється в 8+8=16 балів.
- експрес-контроль (ЕК, ваговий бал – 6). Робота на лекційних та практичних заняттях і самостійної роботи в позааудиторний час.

За несвоєчасне виконання РР та відсутність без поважної причини при проведенні МКР та захисті РР викладач має право виставити не більше, ніж 80% від максимальної кількості балів за даний вид роботи.

Сума вагових балів R_K з кожного контрольного заходу дорівнює розміру стартової шкали $R_C = \sum_K R_K = 50$. Значення стартової рейтингової оцінки R_C доводиться до студентів на останньому занятті.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР (7 балів), зарахування РР 20 (балів), семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Студенти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані до початку екзаменаційної сесії підвищити його, усунувши поточні заборгованості, що призвели до цього, інакше вони не допускаються до екзамену з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.

Екзаменаційна робота (ваговий бал - 50) проводиться відповідно до навчального плану у вигляді семестрового екзамену в терміни, встановлені графіком навчального процесу та в обсязі навчального матеріалу, визначеному робочою програмою дисципліни. Форма проведення семестрового контролю – комбінована, зміст і структура екзаменаційних білетів (контрольних завдань) та критерії оцінювання визначаються рішенням кафедри. На консультації доводяться до відома студентів правила проведення екзамену, критерії оцінювання, стартові рейтинги, а також зазначається, хто не допущений до екзамену і з якої причини. На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу.

Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Після оцінювання відповідей студента на екзамені (виконання екзаменаційної контрольної роботи та відповідей на додаткові питання) викладач підраховує суму R_E балів з екзаменаційної роботи студента. Рейтинг R_E вважається позитивним, якщо студент отримав не менше $0,6R_E = 0,6 \cdot 50 = 30$ балів. Якщо студент отримав оцінку меншу 30 балів, то екзаменаційна робота оцінюється в 0 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

