



Національний технічний університет України  
«КІЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО



Національний технічний університет України  
«КІЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО

Кафедра  
математичної фізики та  
диференціальних рівнянь

## Вища математика. Частина 2.

### Числові і функціональні ряди.

## Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	G Інженерія, виробництво та будівництво
Спеціальність	G4 Енерговиробництво (за спеціалізацією)
Спеціалізація	G4.02 Теплоенергетика + G7 Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка
Освітня програма	<i>Комп’ютеризовані технології та інжиніринг теплоенергетичних систем</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, 2 семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>4 кредитів, 120 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен</i>
Розклад занять	<i>Лекційні заняття – один, або два раза на тиждень; практичні заняття – один, або два раза на тиждень</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>канд. фіз.-мат. наук, доц. Степахно Ірина Василівна, stir@ukr.net</i> Практичні: <i>канд. фіз.-мат. наук, доц. Степахно Ірина Василівна, stir@ukr.net</i>
Розміщення курсу	<i>Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці</i>

#### Програма навчальної дисципліни

##### Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у новітніх технологіях та комп’ютерному дизайні новітніх матеріалів, використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Метою кредитного модуля є формування у студентів здатностей використовувати методи вищої математики для оволодіння необхідним математичним апаратом, що допомагає аналізувати,

моделювати та розв'язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

Основні завдання кредитного модуля.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти після засвоєння

кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

- знання : студент повинен знати означення та основні теореми курсу “Вища математика”;
- уміння: студент повинен уміти доводити основні теореми курсу “Вища математика” та застосовувати теоретичну базу до розв'язування практичних задач, розвивати логічне і алгоритмічне мислення, самостійно поширювати свої математичні знання та проводити математичний аналіз прикладних задач;
- досвід: набуті знання студент має застосовувати при вивчені інших розділів курсу «Вища математика» а, також, при опануванні курсів фізики, теоретичної механіки, нарисної геометрії, комп'ютерної графіки, числових методів обчислення, спеціальних дисциплін та при інженерних розрахунках.

Програмні компетентності:

Здатність розв'язувати складні загальні, спеціалізовані задачі та практичні проблеми у сфері теплоенергетики та (або) у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів електричної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

#### **Загальні компетентності (ЗК):**

- ЗК 3 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК 4 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- ЗК 9 Здатність приймати обґрунтовані рішення.

#### **Фахові компетентності (ФК):**

- ФК1 Здатність застосовувати відповідні кількісні математичні методи, методи природничих та технічних наук і комп'ютерне програмне забезпечення для вирішення інженерних завдань в теплоенергетичній галузі.
- ФК 2 Здатність застосовувати і інтегрувати знання і розуміння інших інженерних дисциплін для вирішення професійних проблем.
- ФК 7 Здатність враховувати ширший міждисциплінарний інженерний контекст у професійній діяльності в сфері теплоенергетики.
- ФК 11 Здатність забезпечувати якість в теплоенергетичній галузі.
- ФК 13 Здатність аналізувати методи та засоби підвищення теплової економічності енергетичного обладнання теплових та атомних електростанцій; визначати шляхи модернізації теплової схеми з метою підвищення економічності та надійності роботи теплових та атомних електростанцій.

#### **Програмні результати навчання:**

- ПРН 1 Знати і розуміти математику, фізику, хімію на рівні, необхідному для досягнення результатів освітньої програми.
- ПРН 3 Розуміння міждисциплінарного контексту спеціальності «Теплоенергетика».
- ПРН 6 Виявляти, формулювати і вирішувати інженерні завдання у теплоенергетиці; розуміти важливість нетехнічних (суспільство, здоров'я і безпека, навколошнє середовище, економіка і промисловість) обмежень.
- ПРН 8 Застосовувати передові досягнення електричної інженерії та суміжних галузей при проектуванні об'єктів і процесів теплоенергетики.
- ПРН 19 Володіти необхідним науковим підґрунтям, методиками та методами планування

та здійснення експериментальних досліджень теплового устаткування теплоенергетичних об'єктів муніципальної, промислової сфер та електростанцій.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Викладається в другому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти та результатах навчання дисципліни першого семестру.

Фізика, технична термодинаміка базуються на результатах навчання з даної дисципліни.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Інтегральне числення функції однієї змінної.**

Тема 1.1. Невизначений інтеграл.

Тема 1.2. Визначений інтеграл.

### **Розділ 2. Кратні інтеграли.**

Тема 1.1. Подвійний інтеграл та його застосування.

Тема 1.2. Потрійний інтеграл та його застосування.

### **Розділ 3. Криволінійні та поверхневі інтеграли.**

Тема 1.1. Криволінійні інтеграли та їх застосування.

Тема 1.2. Поверхневі інтеграли та їх застосування.

### **Розділ 4. Числові і функціональні ряди.**

Тема 1.1. Числові ряди.

Тема 1.2. Функціональні ряди.

Тема 1.3. Степеневі ряди.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Базова література**

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.
1. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
2. Дудкін М.Є., Дюженкова О.Ю., Степахно І.В. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної. Збірник задач [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. інженерних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; – Електронні текстові дані (1 файл: 2,4 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 65 с. Назва з екрана. – Доступ: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42207>
3. М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахно. Вища математика: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с.
4. О. Ю. Дюженкова, М. Є. Дудкін, І. В. Степахно. Вища математика. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник / О. Ю. Дюженкова, М. Є. Дудкін, І. В. Степахно / КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 409 с. (протокол № 2 від 09.12.2021 р.) за поданням Вченої ради Фізико-математичного факультету (протокол № 01 від 23.09.2021 р.) <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/47504>

## **Допоміжна література**

1. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
2. Давидов М. О. Курс математичного аналізу. В 3 ч. – Ч. 2 – К.: Вища школа, 1991. – 366 с.9.
3. Дубовик В.П., Юрік І.І. Вища математика. Збірник задач: Навч.посібн. – К.: А.С.К., 2004. – 480 с.

## **Рекомендації**

Вся базова література та методичні вказівки до виконання РГР та лабораторних робіт надається студентам при їх підключення до GoogleClassroom.

Сайт наукової бібліотеки НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» <http://library.kpi.ua> в розділі «Електронні ресурси», підрозділі «Загальний електронний каталог НТБ» дозволяє знайти та замовити рекомендовану літературу до навчальної дисципліни та отримати доступ до електронних ресурсів бібліотеки та роботи з ними.

## **Навчальний контент**

### **5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)**

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання.

#### **Лекційні заняття**

<b>№</b>	<b>Назва лекцій, перелік основних питаньта завдання на самостійну роботу)</b>
1	<b>Невизначений інтеграл.</b> Первісна функція. Невизначений інтеграл, його властивості. Інтегрування за допомогою заміни змінної в невизначеному інтегралі. Таблиця інтегралів. Інтегрування частинами. <i>Завдання на CPC:</i> Деякі рекурентні формули.
2	<b>Інтегрування дробово-раціональних функцій.</b> Деякі відомості про раціональні функції. <i>Завдання на CPC:</i> Інтеграли, що не беруться.
3	<b>Інтегрування спеціального вигляду функцій.</b> Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Інтегрування біноміальних функцій. Теорема Чебишева. Інтегрування виразів, які містять тригонометричні функції. Інтегрування виразів із квадратними тричленами. Приклади елементарних функцій, первісні яких не є елементарними функціями. <i>Завдання на CPC.</i> Інтегрування трансцендентних функцій.
4	<b>Визначений інтеграл.</b> Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла. Означення визначеного інтеграла. Достатні умови інтегрування функції. Властивості визначеного інтеграла. Теорема про оцінку визначеного інтеграла та її геометричне тлумачення. Визначений інтеграл як функція змінної верхньої межі інтегрування. Неперервність цієї функції, її диференційовність. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Інтегрування цілих додатних степенів синуса і косинуса. <i>Завдання на CPC:</i> Інтегрування цілих додатних степенів синуса і косинуса.
5	<b>Застосування визначеного інтеграла.</b> Обчислення площ фігур у декартовій системі координат. Площа фігури в полярній системі

<b>№</b>	<b>Назва лекцій, перелік основних питаньта завдання на самостійну роботу)</b>
	координат. Обчислення об'єму тіла за відомими площами його паралельних перерізів. Об'єм тіла обертання. Спрямленість плоскої кривої. Довжина дуги плоскої кривої при різних способах її задання. Довжина дуги просторової кривої. Обчислення площі поверхні обертання. <i>Завдання на CPC:</i> Обчислення роботи.
6	<b>Подвійні інтеграли.</b> Подвійний інтеграл та його застосування: Знаходження об'єму циліндричного тіла. Означення подвійного інтеграла. Його властивості, геометричний і механічний зміст. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. <i>Завдання на CPC:</i> Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах.
7	<b>Застосування подвійних інтегралів до задач геометрії та механіки.</b> Площа плоскої фігури, об'єм циліндричного тіла, площа поверхні, маса неоднорідної пластини. статичні моменти, координати центру мас, моменти інерції. <i>Завдання на CPC:</i> Статичні моменти, координати центру мас, моменти інерції.
8	<b>Потрійний інтеграл та його застосування.</b> Знаходження маси неоднорідного тіла. Означення потрійного інтеграла. Його механічний зміст та властивості. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. <i>Завдання на CPC:</i> Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах.
9	<b>Застосування потрійного інтеграла до задач геометрії та механіки.</b> Об'єм тіла, маса неоднорідного тіла, статичні моменти, координати центру мас. <i>Завдання на CPC.</i> Моменти інерції.
10-11	<b>Криволінійні інтеграли та їх застосування.</b> Знаходження маси матеріальної неоднорідної кривої. Означення криволінійного інтеграла першого роду. Його властивості і механічний зміст. Обчислення криволінійного інтеграла першого роду в усіх випадках задання кривої інтегрування. <i>Завдання на CPC:</i> Фізичний зміст.
12	<b>Застосування криволінійного інтеграла першого роду до задач геометрії та механіки.</b> Довжина дуги кривої, маса матеріальної кривої, статичні моменти і моменти інерції. <i>Завдання на CPC:</i> Координати центру мас.
13	<b>Криволінійний інтеграл другого роду.</b> Задача про роботу сили на криволінійному шляху. Означення криволінійного інтеграла другого роду. Його властивості, обчислення і механічний зміст. Формула Гріна. Незалежність від форми шляху інтегрування. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду. <i>Завдання на CPC:</i> Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
14	<b>Поверхневі інтеграли та їх застосування.</b> Задача про масу зігнутої пластини. Означення поверхневого інтегралу 1-го роду. Загальні властивості поверхневих інтегралів 1-го роду.

<b>№</b>	<b>Назва лекцій, перелік основних питаньта завдання на самостійну роботу)</b>
	Завдання на CPC: Формула Стокса.
15	<b>Обчислення поверхневих інтегралів 1-го роду.</b> Односторонні та двосторонні поверхні. Означення поверхневого інтегралу 2-го роду, властивості. Завдання на CPC: Формула Остроградського-Гаусса.
16	<b>Обчислення поверхневих інтегралів 2-го роду.</b> Фізичне тлумачення поверхневого інтегралу 2-го роду. Завдання на CPC: Потік векторного поля через поверхню.
17	<b>Числові ряди.</b> Збіжність і сума числового ряду. Необхідна умова збіжності. Властивості числових рядів. Завдання на CPC: Геометрична прогресія.
18	<b>Ряди з додатними членами.</b> Теорема порівняння. Ознаки збіжності Даламбера і Коші. Інтегральна ознака Коші. Завдання на CPC: Гармонічний ряд.
19	<b>Довільні числові ряди.</b> Критерій Коші. Достатня умова збіжності довільного числового ряду. Теорема Лейбніца. Абсолютна і умовна збіжність. Завдання на CPC: Ряди з комплексними членами.
20	<b>Властивості абсолютно збіжних рядів.</b> Теорема Діріхле. Теорема Рімана. Завдання на CPC: Множення рядів.
21	<b>Функціональні ряди.</b> Означення функціонального ряду. Область збіжності. Рівномірна збіжність. Завдання на CPC: Ознака Вейєрштрасса.
22	<b>Дії над функціональними рядами.</b> Теорема про неперервність суми функціонального ряду. Завдання на CPC: Теореми про почленне інтегрування і диференціювання функціонального ряду.
23	<b>Степеневі ряди</b> Теорема Абеля. Інтервал та радіус збіжності степеневого ряду. Завдання на CPC: Властивості степеневих рядів.
24-26	<b>Ряди Тейлора і Маклорена.</b> Теорема про єдиність розкладу функції в степеневий ряд. Необхідна і достатня умова розкладу функції в ряд Тейлора. Розклад в ряд Маклорена основних елементарних функцій. Завдання на CPC: Застосування до обчислень похибок.
26-27	<b>Лекція 25.</b> Застосування степеневих рядів до наближених обчислень. Обчислення наблизених значень функцій. Наблизене обчислення інтегралів. Завдання на CPC: Наблизене інтегрування диференціальних рівнянь.
28-29	<b>Лекція 26.</b> Рівняння Бесселя. Функції Бесселя та їх властивості. Завдання на CPC: Степеневі ряди в комплексній області .
30	Оглядова лекція. На практичних заняттях - Завдання до виконання.

## Практичні заняття

Основним завданням практичних занять – поглибити розуміння студентами лекційного матеріалу, навчити студентів виконувати самостійно розрахунки. При проведенні практичних занять від студента вимагається вивчення відповідного розділу лекційного матеріалу, як за допомогою конспекту лекцій, так і за допомогою підручника, а також рекомендованих посібників. При цьому особливу увагу необхідно приділяти фізичній суті тих чи інших процесів і засвоєнню на її основі методів розрахунку конкретних термодинамічних процесів.

Слід зауважити, що набуття умінь і навичок виконання розрахунків може бути досягнуто студентом тільки у процесі регулярного самостійного виконання конкретних задач і завдань.

№	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	<b>Невизначений інтеграл.</b> Обчислення невизначених інтегралів за таблицею. Заміна змінної у невизначеному інтегралі
2	<b>Інтегрування дробово-раціональних функцій.</b> Інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Інтегрування раціональних дробів.
3	<b>Інтегрування спеціального вигляду функцій.</b> Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції.
4	<b>Методи інтегрування спеціального вигляду функцій.</b> Інтегрування деяких ірраціональних функцій.
5	<b>МКР-1 (частина 1) „Невизначений інтеграл”.</b> Структура роботи. 1. Теоретичне питання. 2. Приклад на Інтегрування за частинами у невизначеному інтегралі. 3. Приклад на інтегрування дробово-раціональних функцій. 4. Приклад на інтегрування ірраціональних функцій. 5. Приклад на інтегрування тригонометричних функцій.
6	<b>Визначений інтеграл.</b> Формула Ньютона - Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу.
7	<b>Застосування визначеного інтеграла.</b> Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл. Обчислення довжини дуги кривої. Площа поверхні обертання.
8	<b>Подвійний інтеграл.</b> Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах.
9	<b>Застосування подвійного інтеграла.</b> Площа плоскої фігури, об'єм циліндричного тіла, площа поверхні, маса неоднорідної пластини, статичні моменти, координати центру мас, моменти інерції.
10	<b>Потрійний інтеграл.</b> Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. Об'єм тіла, маса неоднорідного тіла.
11	<b>Криволінійні інтеграли.</b> Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду та їх застосування.
12	<b>Поняття криволінійного інтеграла другого роду.</b> Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду та їх застосування.
13	<b>Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду.</b> Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від

	шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів.
14	<b>Поверхневі інтеграли.</b> Поверхневі інтеграли та їх застосування. Обчислення поверхневих інтегралів 1-го роду.
15	<b>Обчислення поверхневих інтегралів 2-го роду.</b> Методи бчислення поверхневих інтегралів 2-го роду.
16	<b>Застосування поверхневих інтегралів 1-го роду.</b> Формула- Остроградского -Гаусса.
17	<b>Застосування поверхневих інтегралів 2-го роду.</b> Формула Стокса.
18	<b>МКР - 1 (частина 2) " Криволінійні інтеграли ".</b> Структура роботи: 1. Теоретичне питання. 2. Приклад на обчислення криволінійного інтегралу 1-го роду. 3. Приклад на обчислення криволінійного інтегралу 2-го роду. 4. Приклад на інтегрування повного диференціалу. 5. Приклад на застосування криволінійного інтегралу 1-го або 2-го роду.
19	<b>МКР-1 (частина 3) на тему "Поверхневі інтеграли. Векторний аналіз".</b> Структура роботи: 1. Теоретичне питання. 2. Приклад на обчислення поверхневого інтеграла 1-го роду. 3. Приклад на обчислення поверхневого інтеграла 2-го роду. 4. Приклад на застосування поверхневих інтегралів 1-го та 2-го роду. 5. Приклад на застосування формул Остроградського-Гауса або Стокса.
20	<b>Числові ряди.</b> Ряди з додатніми членами. Ознаки порівняння.
21	<b>Методи дослідження збіжності додатніх числових рядів.</b> Ознаки Даламбера та радикальна Коші. Достатні умови збіжності рядів з додатними членами.
22	<b>Знакозмінні ряди.</b> Довільні ряди. Знакозмінні ряди. Оцінка залишку ряду.
23- 24	<b>Функціональні ряди.</b> Область збіжності. Рівномірна і правильна збіжність.
25	<b>Степеневі ряди.</b> Інтервал збіжності.
26- 27	<b>Ряди Тейлора.</b> Розклад функцій в ряди Тейлора. Ряд Маклорена.
28-	<b>Застосування степеневих рядів.</b> Обчислення значень функцій, інтегрування функцій та інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.

29	
30	<b>Оглядове заняття.</b> Захист PP-1.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

**Технічне забезпечення:** Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

## 6. Самостійна робота студента

### 6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання розрахункової роботи (розвивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

Загальний обсяг самостійної роботи – 60 годин.

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Конспект лекцій та відеоматеріали до кожного заняття викладається в електронному вигляді. Основна увага на лекційних заняттях зосереджується на розборі ключових моментів матеріалу, допомозі визначення «стержня» вивченого матеріалу, виділенні важливого від другорядного. Під час відвідування лекцій рекомендується вести короткий конспект.

На практичних заняттях на конкретному прикладі детально розбирається процес вирішення задачі.

На четвертому тижні після початку семестру видається індивідуальне завдання на Розрахункову роботу. Студент виконує РР протягом семестру і надсилає виконану роботу до встановленого терміну (ближче до кінця семестру) в електронному вигляді . Після перевірки РР відбувається її захист, основним завданням якого є визначення рівня володіння критично важливим для наступного семестру матеріалом.

Відвідування практичних є критично важливим для успішного овоення матеріала дисципліни.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-балльної шкали (), з них 50 балів складає стартова шкала () та 50 балів - екзаменаційна шкала (). Сума вагових балів з кожного контрольного заходу кредитного модуля дорівнює розміру стартової шкали ( ).

**1. Стартовий** рейтинг студента складається з балів , що студент отримує протягом семестру з кожного контрольного заходу ():

- модульний контроль (МК) – 25 балів ();
- виконання розрахункових робіт (РР) – 20 балів ();

- експрес-контроль (роботи на лекційних та практичних заняттях і самостійної роботи в позааудиторний час) – 5 балів ()�.

Значення стартової рейтингової оцінки доводиться до студентів на останньому занятті.

## **2. Критерії нарахування балів стартової шкали**

**2.1. Модульний контроль** (МК, ваговий бал – 25) проводиться у вигляді контрольної роботи (КР) тривалістю 2 академічні години. КР складається з 4-8 завдань (можливе одне чи два теоретичних запитання (завдання)), які оцінюються по 2-6 балів. КР може бути поділена на декілька контрольних робіт (частин) (наприклад, дві одногодинні контрольні роботи, чи три контрольні роботи по 30 хвилин), кожна з яких оцінюється по 1 балу і складається з 2-5 завдань, які оцінюються по 1-4 бали. Максимальна кількість балів в сумі за всі КР складає 25 балів (). Кількість КР, їх структура та критерії оцінювання завдань доводяться до студентів завчасно.

**Практичне завдання на КР, за яке ставиться балів, оцінюється за такими критеріями:**

- «відмінно», повне розв'язання (не менше 90% потрібної інформації) – балів;
- «добре», достатньо повне розв'язання з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – балів;
- «задовільно», неповне розв'язання з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – балів;
- «нездовільно», розв'язання не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.

**Теоретичне запитання (завдання) на КР, за яке ставиться балів, оцінюється за такими критеріями:**

- «відмінно» – повна відповідь, надані відповідні обґрунтування (не менше 90% потрібної інформації) – балів;
- «добре» – достатньо повна відповідь з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – балів;
- «задовільно» – неповна відповідь з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – балів;
- «нездовільно» – відповідь не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.

Якщо студент не з'явився на КР, його результат оцінюється нулем балів.

Рейтингожної частини КР вважається позитивним, якщо студент отримав не менше балів. Якщо студент отримав оцінку меншу балів за КР, то він зобов'язаний переписати цю роботу, але не більше двох разів (один раз до сесії та один раз після сесії). Робота оцінюється не більше, ніж у балів.

**2.2 Розрахункова робота** (РР) (ваговий бал - 20) виконується студентом в позааудиторний час і складається з 4 – 40 завдань, кожне з яких оцінюється в 0,2-2 бали. Всього 8 балів (). Захист РР оцінюється в 12 балів () (рекомендовано 3 бали () за захист практичної частини та 9 балів () – теоретичної). РР може бути поділена на декілька РР (частин), кожна з яких оцінюється по балів. Максимальна кількість балів в сумі за всі частини РР складає 20 балів (). Якщо РР поділено на декілька частин, то бали за перевірку та захист виставляються пропорційно до вагового балуожної частини. Кількість частин РР, їх структура та критерії оцінювання завдань доводяться до студентів завчасно.

**Критерії оцінювання завдань при перевірці:**

- правильно і вчасно виконане завдання оцінюється в 0,2-2 бали;
- невчасно виконане завдання оцінюється не більше ніж від максимально можливої кількості балів;
- неправильно виконане завдання оцінюється в 0 балів.

**Критерії оцінюванняожної частини РР при перевірці вцілому:**

- якісно виконана робота – 8 балів;
- роботу виконано з незначними недоліками – 7 балів;
- роботу виконано з певними незначними помилками – 6-5 балів;
- роботу не зараховано (завдання не виконане або є грубі помилки) – 0 балів.

До захисту кожної частини РР студент допускається за умови правильного виконання всіх завдань з можливими незначними недоліками та помилками, та набраними не менше 5 балів за всю роботу при перевірці.

Захист розрахункової роботи або її частини складається з одного теоретичного запитання з переліку, що наданий у додатку до робочої програми КМ, та одного чи двох практичних завдань, подібних до завдань РР (з теми).

**Теоретичне запитання на захисті РР або її частини оцінюється з балів за такими критеріями:**

- «відмінно» – повна відповідь, надані відповідні обґрунтування (не менше 90% потрібної інформації) – балів;
- «добре» – достатньо повна відповідь з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – балів;
- «задовільно» – неповна відповідь з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – балів;
- «нездовільно» – відповідь не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.

**Практичне завдання на захисті РР оцінюється у балів за такими критеріями:**

- «відмінно», повне розв'язання (не менше 90% потрібної інформації) – балів;
- «добре», достатньо повне розв'язання » з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – балів;
- «задовільно», неповне розв'язання з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – балів;
- «нездовільно», розв'язання не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.
- Якщо студент не з'явився на захист РР, його результат оцінюється нулем балів.
- Рейтинг кожної частини РР вважається позитивним, якщо студент отримав не менше балів. Якщо студент отримав оцінку меншу балів, то він зобов'язаний переписати захист цієї роботи, але не більше двох разів (один раз до сесії та один раз після сесії). Робота оцінюється не більше ніж у балів.

**Експрес-контроль** (ваговий бал – 5) проводиться з метою перевірки якості роботи студента на лекційних та практичних заняттях в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час протягом семестру.

Для більш об'єктивної оцінки роботи студента викладач може проводити короткі контрольні або самостійні аудиторні роботи тривалістю 10 – 30 хвилин, чи задавати індивідуальні домашні роботи.

В кінці семестра викладачі, які проводили в навчальній групі заняття з кредитного модуля, узгоджують між собою і оцінюють результати роботи студента протягом семестру на лекційних та практичних заняттях і самостійної роботи в позааудиторний час. При виставленні рейтингової оцінки за експрес-контроль викладачі враховують відвідування студентом занять протягом семестру, вчасну та якісну здачу коротких контрольних, самостійних та індивідуальних домашніх робіт, роботу студента на заняттях. Значення рейтингової оцінки за експрес-контроль доводиться до студентів на останньому занятті.

**Критерії нарахування балів за експрес-контроль:**

- активна творча робота студента протягом семестру – 5-4 бали;
- плідна робота студента протягом семестру з незначними недоліками – 3-2 бали;
- студент працював протягом семестру, але з певними недоліками та помилками – 1 бал;
- пасивна робота – 0 балів.

**3. Календарна** проміжна атестація студентів (на 8 та 14 тижнях семестрів) з КМ проводиться викладачами за значенням поточного рейтингу студента на час атестації. Якщо значення цього рейтингу не менше 50% від максимального можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано». Також не атестується студент у разі невиконання або не захисту хоча б однієї з частин РР, термін подання якої був до тижня проведення атестації, або не написав на позитивну оцінку всі, заплановані на цей час, частини КР.

**4. Заохочувальні () і штрафні () бали:**

- |   |                    |
|---|--------------------|
| 1. Призове місце у факультетській олімпіаді   | - (+) 1 - 4 бали;  |
| 2. Призове місце в кафедральній олімпіаді   | - (+) 1 - 5 балів; |
| 3. За умови якісної підготовки і активної роботи на занятті одному<br>або двом кращим студентам може додаватися як заохочування | - (+) 1 бал;       |
| 4. За кожен тиждень затримки виконання чи подання на перевірку<br>однієї з частин РР без поважних причин                        | - (-) 1 бал;       |
| 5. Відсутність на захисті однієї з частин РР без поважних причин  | - (-) 1 бал.       |
- Сума як штрафних , так і заохочувальних балів не має перевищувати балів.

**5. Необхідною** умовою допуску студента до екзамену з дисципліни є позитивний рейтинг з усіх форм семестрової атестації (позитивний рейтинг з усіх частин КР та РР, не менше 27 балів). Студенти, які набрали протягом семестру менше 27 балів, зобов'язані до початку екзаменаційної сесії підвищити його, усунувши поточні заборгованості, що призвели до цього, інакше вони не допускаються до екзамену з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.

**6. Екзаменаційна робота** ( ваговий бал - 50) проводиться відповідно до навчального плану у вигляді семестрового екзамену в терміни, встановлені графіком навчального процесу та в обсязі навчального матеріалу, визначеному робочою програмою дисципліни. Форма проведення семестрового контролю – комбінована, зміст і структура екзаменаційних білетів (контрольних завдань) та критерії оцінювання визначаються рішенням кафедри. На консультації доводяться до відома студентів правила проведення екзамену, критерії оцінювання, стартові рейтинги, а також зазначається, хто не допущений до екзамену і з якої причини. На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожен білет, як правило, містить два теоретичних питання і два практичних завдання (або два теоретичних питання і три практичних завдання). Перелік теоретичних питань та тем практичних завдань наведений у методичних рекомендаціях до засвоєння кредитного модуля. Кожне теоретичне питання оцінюється у 13 балів, а практичне – 12 балів (і теоретичне питання і практичне завдання оцінюються у 10 балів).

Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

**Система оцінювання теоретичного питання:**

- «відмінно» – повна відповідь, надані відповідні обґрунтування (не менше 90% потрібної інформації) – 13-12 балів (10-9 балів);
- «добре» – достатньо повна відповідь з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – 11-10 балів (8-7 балів);
- «задовільно» – неповна відповідь з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – 9-8 балів (6 балів);
- «нездовільно», відповідь не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.

**Система оцінювання практичного завдання:**

- «відмінно», повне розв'язання (не менше 90% потрібної інформації) – 12-11 балів (10-9 балів);
- «добре», достатньо повне розв'язання з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – 10-9 балів (8-7 балів);

- «задовільно», неповне розв'язання з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – 8-7 балів (6 балів);
- «незадовільно», відповідь не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.

Після оцінювання відповідей студента на екзамені (виконання екзаменаційної контрольної роботи та відповідей на додаткові питання) викладач підраховує суму балів з екзаменаційної роботи. Рейтинг вважається позитивним, якщо студент отримав не менше балів. Якщо студент отримав оцінку меншу балів, то екзаменаційна робота оцінюється в 0 балів.

Під час виконання екзаменаційної роботи (підготовки до відповіді) студенти зобов'язані дотримуватися відповідних вимог кафедри. При виявленні факту використання студентом недозволених матеріалів, викладач має право припинити складання екзамену студентом і виставити незадовільну оцінку. При порушенні студентом встановлених правил внутрішнього розпорядку або морально-етичних норм поведінки на екзамені викладач має право усунути його від складання екзамену з позначкою "усунений" в екзаменаційній відомості.

## **7. Розрахункова шкала рейтингу роботи студента протягом семестру**

Рейтингова оцінка () з кредитного модуля, формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу , екзаменаційних балів , з урахуванням штрафних та заохочувальних балів:

Межею незадовільного навчання в університеті визначено 59 балів за 100-бальною рейтинговою шкалою.

Максимально можливий рейтинг: R = 100 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Здобувачі, які виконали всі умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку 60 і більше балів, отримують відповідну до набраного рейтингу оцінку без додаткових випробувань.

Зі здобувачами, які виконали всі умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку менше 60 балів, а також з тими здобувачами, хто бажає підвищити свою рейтингову оцінку, на останньому за розкладом занятті з дисципліни в семестрі проводиться семестровий контроль у вигляді залікової контрольної роботи.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** канд. фіз.-мат. наук., доцент Степахно Ірина Василівна

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь, (протокол № 9 від 25.06. 2025)

**Погоджено** Методичною комісією НН ІАТЕ (протокол № 8 від 27.06.2025)