



## Вища математика . Частина 2. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |        |                            |                                  |                         |
|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------|----------------------------------|-------------------------|
| Рівень вищої освіти                         | <b>Перший (бакалаврський)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        |                            |                                  |                         |
| Галузь знань                                | G Інженерія, виробництво та будівництво                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |        |                            |                                  |                         |
| Спеціальність                               | G7 Автоматизація, комп'ютерно інтегровані технології та робототехніка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                            |                                  |                         |
| Освітня програма                            | <b>Інтелектуальна промислова автоматизація</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |        |                            |                                  |                         |
| Статус дисципліни                           | Нормативна                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |        |                            |                                  |                         |
| Форма навчання                              | очна(денна)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        |                            |                                  |                         |
| Рік підготовки, семестр                     | 1 курс, весняний семестр                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |        |                            |                                  |                         |
| Обсяг дисципліни                            | 180 год./6 кредитів                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |        |                            |                                  |                         |
|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Лекції | Практич. занят. (семінари) | Лабор. заняття (комп'ют. практ.) | Індив. заняття          |
|                                             | Години                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 30     | 44                         | 0                                | СРС 106                 |
| Семестровий контроль/ контрольні заходи     | Екзамен                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Залік  | МКР (вказати кількість)    | РГР, РР, ГР (вказати кількість)  | ДКР (вказати кількість) |
|                                             | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | -      | 1                          | 1                                | 0                       |
| Розклад занять                              | На сайті університету                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |        |                            |                                  |                         |
| Мова викладання                             | Українська                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |        |                            |                                  |                         |
| Інформація про керівника курсу / викладачів | <p>Лектор: Островська Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, доцент<br/> <a href="mailto:olyushkaostrovskaa05@gmail.com">olyushkaostrovskaa05@gmail.com</a><br/> ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-8098-8968">https://orcid.org/0000-0001-8098-8968</a></p> <p>Практичні: Островська Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, доцент<br/> <a href="mailto:olyushkaostrovskaa05@gmail.com">olyushkaostrovskaa05@gmail.com</a><br/> ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-8098-8968">https://orcid.org/0000-0001-8098-8968</a></p> |        |                            |                                  |                         |
| Розміщення курсу                            | Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці, Google class                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        |                            |                                  |                         |

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна дає можливість отримати ґрунтовну підготовку з математики для подальшого використання математичного апарату при розв'язуванні практичних, прикладних і наукових завдань, формувати у студентів здатність застосовувати базові знання в області фундаментальної математики, розв'язувати математичні задачі шляхом створення відповідних застосувань.

У структурно – логічній схемі програми підготовки за спеціальністю дана дисципліна використовує знання шкільного курсу математики та отримані за програмою попередніх тем кредитних модулів курсу «Вища математика». З іншого боку, вивчений матеріал може бути

використаний при вивченні наступних тем курсу “Вища математика”, а також при вивченні дисциплін “Дискретна математика”, “Фізика”, “Теоретична механіка”, “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Чисельні методи” та спеціальних дисциплін.

Метою кредитного модуля є формування у студентів здатності використовувати методи вищої математики для оволодіння необхідним математичним апаратом, що допомагає аналізувати, моделювати та розв’язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

### **Програмні компетентності:**

#### **Загальні компетентності (ЗК)**

З К 1 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

З К 4 Здатність використання інформаційних і комунікаційних технологій.

#### **Фахові компетентності(ФК)**

ФК 1 Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

### **Програмні результати навчання**

ПРН 1 Знання основних розділів вищої математики (лінійна та векторна алгебри, диференціальне числення, інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорія функції комплексної змінної, теорія ймовірностей та математична статистика, теорія випадкових процесів) в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації та приладобудування

### **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Викладається в другому семестрі

трі на базі повної середньої або середньої професійної освіти та

першого семестру, засвоєння тем: «Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії», «Вступ до аналізу», «Диференціальне числення функцій однієї змінної».

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

1. *Інтегральне числення функцій однієї змінної*: невизначений інтеграл. Визначений інтеграл. Невласні інтеграли.
2. *Функції кількох змінних*: поняття функції кількох змінних. Границя та неперервність. Диференціювання та застосування похідних
3. *Звичайні диференціальні рівняння*: звичайні диференціальні рівняння першого порядку. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків. Системи звичайних диференціальних рівнянь.
4. *Кратні інтеграли*: означення подвійного, потрійного інтеграла та його застосування.
5. *Елементи теорії поля*: скалярне та векторні поля.
6. *Криволінійні інтеграли*: криволінійні інтеграли їх обчислення та застосування.

### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

#### **Основна література**

1. Дубовик В.П. Вища математика: Навчальний посібник/ Дубовик В.П., Юрик І.І. -К.: Ігнатекс - Україна, 2018.-648 с.
2. Дубовик В.П. Вища математика: Збірник задач: Навчальний посібник/ В.П. Дубовик, І.І. Юрик та ін. – К.: А.С.К., 2013.-480 с.
3. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [ Ч.1 ]. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу.

- Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. - К.: Книги України ЛТД, 2009. - 578 с.
- Дюженкова Л.І. Вища математика: Приклади і задачі. Посібник./ Дюженкова Л.І. Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. - Київ: Видавничий центр «Академія». 2012. – 624 с.
  - Алексєєва І. В. Математика в технічному університеті: Підручник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова; за ред. О. І. Клесова; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. — Т. 1. — 496 с.
  - Алексєєва І. В. Математика в технічному університеті: Підручник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова; за ред. О. І. Клесова; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ : Видавничий дім «Кондор», 2019. — Т. 2. — 504 с.

### **Додаткова література**

- Збірник завдань з вищої математики. Частина 1. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. - К., Політехніка, 2003.
- Збірник завдань з вищої математики. Частина 2. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. - К., Політехніка, 2003.
- Шкіль М. І. Вища математика : підруч. для студ. вищ. пед. навч. закладів : у 2-х кн. Кн. 1 / М.І. Шкіль, Т. В. Колесник, В. М. Котлова. – Київ : Либідь, 2010. – 592 с.
- Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.

## **Навчальний контент**

### **5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

#### **Перелік лекцій**

**Л-1.** Первісні функції, їх властивості. Невизначений інтеграл, означення та властивості. Таблиця інтегралів. Заміна змінної у невизначеному інтегралі.

**Л-2.** Інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Приклади. Дробово - раціональні функції та їх інтегрування

**Л-3.** Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Інтегрування диференціальних біномів. Теорема Чебишева. Приклади елементарних функцій, інтеграли від яких не виражаються через елементарні функції. Інтегрування раціональних функцій від квадратичних тричленів.

**Л-4.** Задачі, які приводять до поняття визначеного інтегралу. Визначений інтеграл як границя інтегральної суми. Достатні умови існування визначеного інтегралу ( без доведення ). Властивості визначеного інтегралу.

**Л-5.** Невласні інтеграли від обмежених функцій по необмеженому проміжку (невласні інтеграли 1-го роду). Невласні інтеграли від необмежених функцій по обмеженому проміжку (невласні інтеграли 2-го роду). Достатні умови збіжності і розбіжності невластних інтегралів. Поняття про абсолютну збіжність.

**Л-6.** Площа плоскої фігури в декартових координатах. Площа криволінійного сектора. Знаходження об'єма тіла за відомими площами паралельних перерізів. Обчислення об'єму тіл обертання.

**Л-7.** Довжина плоскої дуги, заданої в декартових координатах, параметричними рівняннями та в полярній системі координат. Довжина просторової кривої. Диференціал дуги. Площа поверхні обертання.

**Л-8.** Евклідові n-вимірний простір. Основні поняття. Означення функції кількох змінних. Графік функції двох змінних. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних в точці, в області, в замкненій області. Теореми Вейерштраса та Коші про властивості неперервних функцій. Частинні похідні функції двох змінних, означення, геометричний зміст. Диференційованість функції двох змінних. Необхідна та достатня умови диференційованості функції.

**Л-9.** Повний диференціал функції двох змінних, застосування до наближених обчислень. Дотична площина та нормаль до поверхні. Геометричний зміст диференціала функції двох змінних.

Похідна складної функції. Повна похідна. Похідна неявно заданої функції. Похідні вищих порядків. Теорема про мішані похідні.

**Л-10.** Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Порядок диференціального рівняння, означення його розв'язку. Задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для диференціальних рівнянь першого порядку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних.

**Л-11.** Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків, задача Коші, означення загального розв'язку. Теорема про існування та єдиність розв'язку. Типи диференціальних рівнянь вищого порядку, які допускають зниження порядку.

**Л-12.** Лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами, характеристичне рівняння, побудова загального розв'язку. Побудова фундаментальної системи розв'язків ЛОДУ  $n$ -го порядку із сталими коефіцієнтами. Знаходження частинних розв'язків ЛНДУ з сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.

**Л-13.** Задачі, що приводять до поняття подвійного та потрійного інтегралів. Означення подвійного та потрійного інтегралів. Теорема існування. Властивості подвійних та потрійних інтегралів. Обчислення подвійних та потрійних інтегралів в декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах. Узагальнені полярні координати.

**Л-14.** Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. Застосування подвійних та потрійних інтегралів.

**Л-15.** Скалярне поле. Поверхні рівня та лінії рівня. Похідна у даному напрямі. Градієнт скалярного поля: його координатне та інваріантне значення, властивості. Векторне поле.

Векторні лінії та трубки.

### **Перелік (орієнтовно) практичних занять**

**П-1.** Обчислення невизначених інтегралів за таблицею. Заміна змінної у невизначеному інтегралі.

**П-2.** Інтегрування частинами.

**П-3.** Інтегрування раціональних дробів.

**П-4.** Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції невизначеного інтегралу.

**П-5.** Інтегрування деяких ірраціональних функцій. МКР-2( частина 1) “Невизначений інтеграл”

**П-6.** Невласні інтеграли першого та другого роду.

**П-7.** Визначений інтеграл. Формула Ньютона - Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу

**П-8.** Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл. Видача РР-2 (частина 1) “Застосування визначеного інтеграла”.

**П-9.** Обчислення довжини дуги кривої. Площа поверхні обертання.

**П-10.** Захист РР-2( частина 1) “Застосування визначеного інтеграла”. Функції багатьох змінних, область визначення, границя, неперервність. Частинні похідні та повний диференціал.

**П-11.** Похідна складної та неявної функції багатьох змінних. Дотична площини та нормаль до поверхні.

**П-12.** Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних.

**П-13.** Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Задачі на складання диференціальних рівнянь.

**П-14.** Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.

**П-15.** Лінійні однорідні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами, характеристичне рівняння, побудова загального розв'язку.

**П-16.** Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. МКР-2(частина 2) “Диференціальні рівняння”.

**П-17, 18.** Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в декартових, циліндричних координатах. Видача РР-2( частина 2).

**П-19.** Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт. Векторне поле, векторні лінії. Захист РР-2 (частина 2).

**П-20.** Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду та їх застосування.

**П-21.** Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду та їх застосування.

**П-22.** Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. МКР – 2(частина 3) “Криволінійні інтеграли”

**5.2. Технічне забезпечення:** Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента), Google classroom, Moodle, Idroo, WBO.

## **6. Самостійна робота студента**

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв’язок задач, виконання розрахункової роботи.

**Л-4.** Визначений інтеграл як функція верхньої змінної межі інтегрування. Неперервність та диференційованість цієї функції (теорема Барроу). Формула Ньютона - Лейбніца Заміна змінної та

інтегрування частинами визначеного інтегралу. Знаходження  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ .

**Л-11.** Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку. Властивості розв’язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь. Лінійно залежні та незалежні системи функцій. Визначник Вронського. Фундаментальна система розв’язків лінійного однорідного диференціального рівняння  $n$ -ого порядку. Формула Остроградського - Ліувілля. Теорема про необхідну та достатню умови лінійної незалежності  $n$  розв’язків ЛОДР  $n$ -го порядку.

Теорема про структуру загального розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння. Теорема про структуру загального розв’язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння. Теорема про суперпозицію розв’язків. Побудова частинного розв’язку ЛНДУ методом варіації довільних сталих.

**Л-12.** Системи диференціальних рівнянь. Нормальні та канонічні системи рівнянь Задача Коші. Формулювання теореми існування та єдиності розв’язку задачі Коші Загальний і частинний розв’язки., загальний інтеграл.

Розв’язок нормальної системи методом виключення. Лінійні однорідні системи. Загальний розв’язок. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами і їх розв’язок у випадку простих коренів характеристичного рівняння.

**Л-15.** Задачі, що приводять до криволінійних інтегралів. Означення криволінійних інтегралів 1-го роду. Загальні властивості криволінійних інтегралів 1-го роду. Теорема про середнє для криволінійних інтегралів 1-го роду. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.

Означення криволінійних інтегралів 2-го роду, властивості. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду.

Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування.

Інтегрування повних диференціалів. Робота та циркуляція векторного поля.

Потенціальні векторні поля. Теорема про роботу потенціального векторного поля. Необхідна і достатня умова потенціальності векторного поля.

**П-16.** Інтегрування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь методом варіації довільних сталих.

Інтегрування систем диференціальних рівнянь.

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПП ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

### 8. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено**

- 1).доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, Островська Ольга Володимирівна
- 2).доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, Поварова Олена Андріївна

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 10 від 24.06. 2026р.)

**Погоджено** Методичною комісією ІАТЕ (протокол № 9 від 26.06. 2026р.)

**Додаток А**

### **Питання, що виносяться на модульну контрольну роботу**

#### **МКР-2 (частина 1) по темі „Невизначений інтеграл”**

- 1.Невизначений інтеграл: означення і основні властивості.
- 2.Інтегрування за частинами у невизначеному інтегралі.
- 3.Заміна змінної в невизначеному інтегралі.
- 4.Інтегрування простих алгебраїчних дробів перших трьох типів.
- 5.Інтегрування простого алгебраїчного дробу четвертого типу. Вивід рекурентної формули.
- 6.Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса і косинуса, за допомогою універсальної тригонометричної підстановки.
- 7.Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса та косинуса і непарних відносно синуса (косинуса).
- 8.Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса та косинуса і парних відносно них.
- 9.Інтегрування функцій, раціональних відносно  $x$  і  $\sqrt{a^2+x^2}$ , за допомогою тригонометричної підстановки.
- 10.Інтегрування функцій, раціональних відносно  $x$  і  $\sqrt{a^2-x^2}$ , за допомогою тригонометричної підстановки.
- 11.Інтегрування функцій, раціональних відносно  $x$  і  $\sqrt{x^2-a^2}$ , за допомогою тригонометричної підстановки.
- 12.Інтегрування виразів, які містять квадратний тричлен під знаком кореня.
- 13.Інтегрування функцій, раціональних відносно аргументу і кореня з дробово-лінійної функції.
- 14.Інтегрування біноміальних диференціалів (перший і другий випадок). Теорема П.Л. Чебишева.
- 15.Інтегрування біноміальних диференціалів (третій випадок). Теорема П.Л. Чебишева.

## Додаток. МКР – 2 (частина 1). „Невизначений інтеграл”

| МКР-2 (частина 1)<br>Варіант 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | МКР-2 (частина 1)<br>Варіант 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Інтегрування функцій, раціональних відносно аргументу і кореня з дробово-лінійної функції.<br/>Знайти невизначені інтеграли:</p> <p>2. <math>\int x \sin^2 x dx</math></p> <p>3. <math>\int \frac{6x-9-x^2}{(x+1)(x^2-2x+5)} dx</math></p> <p>4. <math>\int \frac{(2-6x)dx}{\sqrt{9x^2-6x+10}}</math></p> <p>5. <math>\int \frac{\sin x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}</math></p> | <p>1. Інтегрування простого алгебраїчного дробу четвертого типу. Вивід рекурентної формули.<br/>Знайти невизначені інтеграли:</p> <p>2. <math>\int x \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1} dx</math></p> <p>3. <math>\int \frac{7x-36}{(x+2)(x^2-2x+17)} dx</math></p> <p>4. <math>\int \frac{dx}{x\sqrt{x+4}}</math></p> <p>5. <math>\int \frac{dx}{5-3\cos 2x}</math></p> |

## МКР-2 (частина 2) по темі „Звичайні диференціальні рівняння”

1. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, означення, знаходження загального розв'язку.
2. Диференціальні рівняння 1-го порядку однорідні відносно змінних, означення, знаходження загального розв'язку.
3. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Бернуллі.
4. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Лагранжа.
5. Рівняння Бернуллі, означення, знаходження загального розв'язку
6. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
7. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
8. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні різні).
9. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні рівні).
10. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння комплексно спряжені).
11. Загальні властивості розв'язків лінійного диференціального рівняння.
12. Формула Остроградського – Ліувілля.
13. Метод варіації довільних сталих для лінійного диференціального рівняння 2-го порядку.

## Додаток. МКР – 2(частина 2) " Звичайні диференціальні рівняння"

| <b>МКР-2 (частина 2)      Варіант 1.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>МКР-2 (частина 2)      Варіант 2.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Бернуллі.</li> <li>Знайти загальний розв'язок рівняння:<br/> <math display="block">\frac{yy'}{x} + e^y = 0.</math></li> <li>Знайти загальний розв'язок рівняння:<br/> <math display="block">y'' = \ln x.</math></li> <li>Знайти частинний розв'язок рівняння:<br/> <math display="block">y'' + 2y' + 5y = 22 \cos x + 4 \sin x,</math> який задовольняє початкові умови<br/> <math display="block">y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.</math></li> <li>Розв'язати задачу:<br/> Написати рівняння кривої, яка проходить через точку з координатами (1;0) і має властивість: абсциса точки перетину нормалі з віссю абсцис дорівнює відношенню квадрата ординати точки дотику до абсциси точки дотику.</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Лагранжа.</li> <li>Знайти загальний розв'язок рівняння:<br/> <math display="block">x + xy + yy'(1+x) = 0.</math></li> <li>Знайти загальний розв'язок рівняння:<br/> <math display="block">xy'' - y' = x^2 e^x.</math></li> <li>Знайти частинний розв'язок рівняння:<br/> <math display="block">y'' + 4y = 8e^{-2x},</math> який задовольняє початкові умови<br/> <math display="block">y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.</math></li> <li>Розв'язати задачу:<br/> Швидкість розпаду радіо пропорційна його кількості <math>x</math>. Написати закон залежності кількості <math>x</math> від часу <math>t</math>, якщо за 1600 років лишається половина початкової кількості.<br/> Початкова кількість <math>x_0 = 2</math>.</li> </ol> |

### **МКР-2 (частина 3) по темі “ Криволінійні інтеграли ”**

- Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
- Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
- Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
- Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
- Формула Гріна .
- Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
- Скалярне поле. Похідна за напрямком. Означення, властивості, обчислення.
- Градiєнт, його властивості. Інваріантне означення градієнту.
- Векторне поле. Векторні лінії векторного поля. Означення та виведення їх рівнянь.
- Потенціальне поле. Умови потенційності. Потенціал та його знаходження.

### **Додаток до МКР-2 (частина 3) “ Криволінійні інтеграли ”**

| МКР-2(частина 3)<br>Варіант №1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | МКР-2(частина 3)<br>Варіант №2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. Формула Гріна.</p> <p>2. Обчислити <math>\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl</math>, де L – дуга кривої <math>x = a(\cos t + t \sin t)</math>, <math>y = a(\sin t - t \cos t)</math>, <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> <p>3. Обчислити <math>\int_{AB} \cos y dx - \sin x dy</math>, який взяли вздовж відрізка прямої від точки A(2; -2) до точки B(-2; 2).</p> <p>4. Перевірити, що векторне поле є потенціальним та знайти його потенціал <math>\vec{a} = xe^{y^2} \vec{i} + (x^2 ye^{y^2} + tg^2 y) \vec{j}</math>.</p> <p>5. Знайти довжину дуги циклоїди <math>x = a(t - \sin t)</math>, <math>y = a(1 - \cos t)</math>, якщо <math>0 \leq t \leq 2\pi</math>.</p> | <p>1. Обчислення криволінійного інтегралу 2-го роду.</p> <p>2. Обчислити <math>\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}</math>, де L – виток гвинтової лінії <math>x = a \cos t</math>, <math>y = a \sin t</math>, <math>z = bt</math> <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> <p>3. Обчислити <math>\int_L (2a - y) dx + x dy</math>, де L – дуга першої арки циклоїди <math>x = a(t - \sin t)</math>, <math>y = a(1 - \cos t)</math> <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> <p>4. Перевірити, що векторне поле є потенціальним та знайти його потенціал <math>\vec{a} = [\cos(x + y^2) + \sin x] \vec{i} + 2y \cos(x + y^2) \vec{j}</math>.</p> <p>5. З допомогою криволінійного інтеграла II роду обчислити площу області, обмежену кривою <math>x = a \cos^3 t</math>, <math>y = a \sin^3 t</math> <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> |

### Теоретичні питання, які виносяться на МКР-2 (частина 3) по темі “ Криволінійні інтеграли ”

- 1.Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
- 2.Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
- 3.Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
- 4.Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
- 5.Формула Гріна .
- 6.Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
- 7.Скалярне поле. Похідна за напрямком. Означення, властивості, обчислення.
- 8.Градiєнт, його властивості. Інваріантне означення градієнту.
- 9.Векторне поле. Векторні лінії векторного поля. Означення та виведення їх рівнянь.
- 10.Потенціальне поле. Умови потенційності. Потенціал та його знаходження.

**Додаток до МКР-2 (частина 3) за темою: “ Криволінійні інтеграли. ”**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>МКР-2(частина 3)</p> <p>Варіант №1</p> <p>2. Формула Гріна.</p> <p>2. Обчислити <math>\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl</math>, де <math>L</math> – дуга кривої <math>x = a(\cos t + t \sin t)</math>, <math>y = a(\sin t - t \cos t)</math>, <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> <p>3. Обчислити <math>\int_{AB} \cos y dx - \sin x dy</math>, який взяли вздовж відрізка прямої від точки <math>A(2; -2)</math> до точки <math>B(-2; 2)</math>.</p> <p>4. Перевірити, що векторне поле є потенціальним та знайти його потенціал <math>\vec{a} = xe^{y^2} \vec{i} + (x^2 ye^{y^2} + tg^2 y) \vec{j}</math>.</p> <p>5. Знайти довжину дуги циклоїди <math>x = a(t - \sin t)</math>, <math>y = a(1 - \cos t)</math>, якщо <math>0 \leq t \leq 2\pi</math>.</p> | <p>МКР-2(частина 3)</p> <p>Варіант №2</p> <p>1. Обчислення криволінійного інтегралу 2-го роду.</p> <p>2. Обчислити <math>\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}</math>, де <math>L</math> – виток гвинтової лінії <math>x = a \cos t</math>, <math>y = a \sin t</math>, <math>z = bt</math> <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> <p>3. Обчислити <math>\int_L (2a - y) dx + x dy</math>, де <math>L</math> – дуга першої арки циклоїди <math>x = a(t - \sin t)</math>, <math>y = a(1 - \cos t)</math> <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> <p>4. Перевірити, що векторне поле є потенціальним та знайти його потенціал <math>\vec{a} = [\cos(x + y^2) + \sin x] \vec{i} + 2y \cos(x + y^2) \vec{j}</math>.</p> <p>5. З допомогою криволінійного інтеграла II роду обчислити площу області, обмежену кривою <math>x = a \cos^3 t</math>, <math>y = a \sin^3 t</math> <math>(0 \leq t \leq 2\pi)</math>.</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Додаток Б

### Питання, що виносяться на екзамен

1. Поняття первісної, її властивості. Означення невизначеного інтегралу.
2. Властивості невизначеного інтегралу.
3. Метод заміни змінної при інтегруванні невизначеного інтегралу.
4. Метод інтегрування частинами при інтегруванні невизначеного інтегралу. Вказати типи інтегралів, що інтегруються частинами.
5. Означення елементарних раціональних дробів. Інтегрування елементарних раціональних дробів перших трьох типів.
6. Інтегрування елементарного раціонального дробу четвертого типу(вивід рекурентної формули).
7. Інтегрування раціональних функцій  $R(\sin x; \cos x)$  за допомогою універсальної тригонометричної підстановки.
8. Інтегрування раціональних функцій  $R(\sin x; \cos x)$  непарних відносно  $\sin x$ , непарних відносно  $\cos x$ .
9. Інтегрування раціональних функцій  $R(\sin x; \cos x)$  парних відносно  $\sin x$  і  $\cos x$  одночасно.
10. Інтегрування ірраціональних функцій.
11. Інтегрування виразів, які містять квадратний тричлен.
12. Інтегрування раціональних функцій  $R(x; \sqrt{a^2 - x^2})$ ;  $R(x; \sqrt{x^2 - a^2})$ ;  $R(x; \sqrt{x^2 + a^2})$  за допомогою тригонометричної підстановки.
13. Інтегрування диференціального бінома. Теорема Чебишева.

14. Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла.
15. Означення визначеного інтеграла, його геометричний і фізичний зміст, теорема існування.
16. Основні властивості визначеного інтеграла.
17. Інтеграл із змінною верхньою межею. Теорема Барроу.
18. Основна формула інтегрального числення – формула Ньютона-Лейбніца.
19. Теорема про заміну змінної у визначеному інтегралі.
20. Теорема про інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Рекурентна формула для

$$\text{інтегралів } I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx.$$

21. Обчислення визначеного інтегралу з симетричними межами інтегрування.
22. Обчислення площ плоских фігур в декартових координатах та заданих у параметричному вигляді.
23. Означення криволінійного сектора та обчислення його площі.
24. Обчислення довжини дуги кривої в декартовій системі координат.
25. Обчислення довжини дуги кривої, заданої в параметричному вигляді та в полярній системі координат.
26. Обчислення об'ємів тіл за відомими площами паралельних перерізів. Об'єм тіла обертання.
27. Обчислення площ поверхонь обертання.
28. Невласний інтеграл першого роду: означення, геометричний зміст. Дослідження на збіжність

$$\text{інтегралу } \int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}, \alpha \in R, a > 0.$$

29. Перша, друга ознаки порівняння невластного інтегралу першого роду. Теорема про абсолютну збіжність.
30. Невласний інтеграл другого роду: означення, геометричний зміст. Дослідження на збіжність

$$\text{інтегралу } \int_0^b \frac{dx}{x^\alpha}, \alpha \in R, b > 0.$$

31. Перша, друга ознаки порівняння невластного інтегралу другого роду. Теорема про абсолютну збіжність.
32. Означення функції кількох змінних. Основні поняття.
33. Границя, неперервність функції двох змінних.
34. Частинні похідні першого порядку функції двох змінних, їх геометричний зміст.
35. Означення диференційовності в точці функції двох змінних. Теореми про необхідні, достатні умови диференційовності функції двох змінних.
36. Повний диференціал функції двох змінних. Його застосування до наближеного обчислення значення функції в точці.
37. Похідна складеної функції двох змінних. Повна похідна функції двох змінних.
38. Інваріантність форми повного диференціалу функції двох змінних.
39. Похідна неявно заданої функції двох змінних. Теорема про існування функції двох змінних.
40. Частинні похідні вищих порядків функції двох змінних. Теорема про мішані похідні функції двох змінних.
41. Диференціали вищих порядків функції двох змінних. Показати, що диференціал другого порядку не має інваріантної властивості.
42. Дотична площина та нормаль до поверхні в точці.
43. Екстремум функції двох змінних. Теорема про необхідні та достатні умови екстремуму функції двох змінних.

44. Означення звичайного диференціального рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку: основні означення, теорема існування і єдності розв'язку задачі Коші.
45. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними: означення, знаходження загального розв'язку.
46. Диференціальні рівняння 1-го порядку однорідні відносно змінних: означення, знаходження загального розв'язку.
47. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку: означення, знаходження загального розв'язку методом Бернуллі.
48. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку: означення, знаходження загального розв'язку методом Лагранжа.
49. Рівняння Бернуллі: означення, знаходження загального розв'язку двома способами.
50. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.
51. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку: означення, властивості розв'язків. Означення лінійної залежності (незалежності) функцій. Визначник Вронського. Фундаментальна система розв'язків.
52. Формула Остроградського – Ліувілля. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку.
53. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку.
54. Метод Лагранжа при знаходженні частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку.
55. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні, різні).
56. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні, рівні).
57. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння комплексно спряжені).
58. Інтегрування лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами та правою частиною спеціального вигляду.
59. Задачі, які приводять до поняття подвійного інтегралу.
60. Подвійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
61. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій системі координат.
62. Обчислення подвійного інтеграла в полярній системі координат.
63. Заміна змінних в подвійному інтегралі.
64. Обчислення координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури.
65. Геометричне використання подвійного інтегралу.
66. Задача, що приводить до поняття потрійного інтегралу.
67. Потрійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
68. Потрійний інтеграл в декартовій системі координат і його обчислення.
69. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній системі координат.
70. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
71. Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
72. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
73. Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
74. Формула Гріна .
75. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
76. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Означення, властивості, обчислення.

77. Градієнт, його властивості. Інваріантне означення градієнту.  
78. Векторне поле. Векторні лінії векторного поля. Означення та виведення їх рівнянь.  
79. Потенціальне поле. Умови потенційності. Потенціал та його знаходження.

## Додаток В

### Приклад завдання РР/РГР

**РР-2 (частина 1) на тему: „Визначений інтеграл”** (Збірник завдань з вищої математики (типові розрахунки). Частина 1. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. – К.: ІВЦ „Політехніка”, 2003., ТР-4, стор. 107) №6, 7, 8, 9.

**РР-2(частина 2) на тему: „Кратні інтеграли”** Збірник завдань з вищої математики. (типові розрахунки). Частина 2. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. – К.: ІВЦ „Політехніка”, 2003., ТР-8, стор. 35) №1, 2, 3, 4, 5.

## Додаток Г

### Рейтингова система оцінки успішності студентів

Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання розраховується виходячи із 100-бальної шкали ( $R=100$ ), з них 50 балів складає стартова шкала ( $R_C=50$ ) та 50 балів - екзаменаційна шкала ( $R_E=50$ ). Сума вагових балів  $R_K$  з кожного контрольного заходу кредитного модуля дорівнює розміру стартової шкали  $R_C$  ( $R_C = \sum_K R_K = 50$ ).

Стартовий рейтинг  $r_C$  студента складається з балів  $r_K$ , що студент отримує протягом семестру з кожного контрольного заходу ( $r_C = \sum_K r_K$ ):

- модульний контроль (МКР) – 25 балів ( $\sum_K R_K = 25$ );
- виконання розрахункових робіт (РР) – 20 балів ( $\sum_K R_K = 20$ );
- експрес-контроль (роботи на лекційних та практичних заняттях і самостійної роботи в позаурочний час) – 5 балів ( $\sum_K R_K = 5$ ).

Значення стартової рейтингової оцінки  $r_C$  доводиться до студентів на останньому занятті.

*Модульний контроль* (МКР, ваговий бал – 25) проводиться у вигляді контрольної роботи (КР) тривалістю 2 академічні години. КР складається з 4-8 завдань (можливе одне чи два теоретичних запитання (завдання)), які оцінюються по 2-6 балів. КР може бути поділена на декілька контрольних робіт (частин) (наприклад, дві одногодинні контрольні роботи, чи три контрольні роботи по 30 хвилин), кожна з яких оцінюється по  $R_K$  балів і складається з 2-5 завдань, які оцінюються по 1-4 бали. Максимальна кількість балів в сумі за всі КР складає 25 балів. Кількість КР, їх структура та критерії оцінювання завдань доводяться до студентів завчасно. Рейтинг кожної частини КР вважається позитивним, якщо студент отримав не менше  $0,6R_K$  балів. Якщо студент отримав оцінку меншу  $0,6R_K$  балів за КР, то він зобов'язаний переписати цю роботу, але не більше двох разів (один раз до сесії та один раз після сесії). Робота оцінюється не більше, ніж у  $0,6R_K$  балів.

*Розрахункова робота* (РР) (ваговий бал - 20) виконується студентом в позааудиторний час і складається з 4 – 40 завдань, кожне з яких оцінюється в 0,2-2 бали. Всього 8 балів (40%). Захист РР оцінюється в 12 балів (60%) (рекомендовано 3 бали (25%) за захист практичної частини та 9 балів (75%) – теоретичної). РР може бути поділена на декілька РР (частин), кожна з яких оцінюється по  $R_K$  балів. Максимальна кількість балів в сумі за всі частини РР складає 20 балів. Якщо РР поділено на декілька частин, то бали за перевірку та захист виставляються

пропорційно до вагового балу кожної частини. Кількість частин РР, їх структура та критерії оцінювання завдань доводяться до студентів завчасно.

*Критерії оцінювання кожної частини РР при перевірці:*

- якісно виконана робота – 8 балів; роботу виконано з незначними недоліками – 7 балів;
- роботу виконано з певними незначними помилками – 6-5 балів;
- роботу не зараховано (завдання не виконане або є грубі помилки) – 0 балів.

До захисту кожної частини РР студент допускається за умови правильного виконання всіх завдань з можливими незначними недоліками та помилками, та набраними не менше 5 балів за всю роботу при перевірці.

Захист розрахункової роботи або її частини складається з одного теоретичного запитання з переліку, що наданий у додатку до робочої програми КМ, та одного чи двох практичних завдань, подібних до завдань РР (з теми).

*Експрес-контроль* ( ваговий бал – 5) проводиться з метою перевірки якості роботи студента на лекційних та практичних заняттях та самостійної роботи в позаурочний час протягом семестру.

*Критерії нарахування балів за експрес-контроль:*

- активна творча робота студента протягом семестру – 5-4 бали;
- плідна робота студента протягом семестру з незначними недоліками – 3-2 бали;
- студент працював протягом семестру, але з певними недоліками та помилками – 1 бал;
- пасивна робота – 0 балів.

***Календарний контроль:***

проводиться викладачами за значенням поточного рейтингу студента на час атестації. Якщо значення цього рейтингу не менше 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано». Також не атестується студент у разі невиконання або незахисту хоча б однієї з частин РР, термін подання якої був до тижня проведення атестації, або не написав на позитивну оцінку всі, заплановані на цей час, частини КР.

Необхідною умовою допуску студента до екзамену з дисципліни є позитивний рейтинг з усіх форм семестрової атестації (позитивний рейтинг з усіх частин КР та РР, не менше 30 балів). Студенти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані до початку екзаменаційної сесії підвищити його, усунувши поточні заборгованості, що призвели до цього, інакше вони не допускаються до екзамену з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.

***Екзаменаційна робота*** ( ваговий бал - 50) проводиться відповідно до навчального плану у вигляді семестрового екзамену в терміни, встановлені графіком навчального процесу та в обсязі навчального матеріалу, визначеному робочою програмою дисципліни. Форма проведення семестрового контролю – комбінована, зміст і структура екзаменаційних білетів (контрольних завдань) та критерії оцінювання визначаються рішенням кафедри. На консультації доводяться до відома студентів правила проведення екзамену, критерії оцінювання, стартові рейтинги, а також зазначається, хто не допущений до екзамену і з якої причини. На екзамені студенти виконують письмову контрольну роботу. Кожен білет, як правило, містить два теоретичних питання і два практичних завдання. Перелік теоретичних питань та тем практичних завдань наведений у методичних рекомендаціях до засвоєння кредитного модуля. Кожне теоретичне питання оцінюється у 13 балів, а практичне – 12 балів.

*Система оцінювання теоретичного питання:*

- «відмінно» – повна відповідь, надані відповідні обґрунтування (не менше 90% потрібної інформації) – 13-12 балів;
- «добре» – достатньо повна відповідь з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – 11-10 балів;
- «задовільно» – неповна відповідь з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – 9-8 балів;
- «незадовільно», відповідь не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.

*Система оцінювання практичного завдання:*

- «відмінно», повне розв'язання (не менше 90% потрібної інформації) – 12-11 балів;
- «добре», достатньо повне розв'язання з незначними недоліками (не менше 75% потрібної інформації) – 10-9 балів;
- «задовільно», неповне розв'язання з певними недоліками та деякими помилками (не менше 60% потрібної інформації) – 8-7 балів;
- «незадовільно», відповідь не відповідає вимогам до рівня «задовільно» – 0 балів.

Після оцінювання відповідей студента на екзамені (виконання екзаменаційної контрольної роботи та відповідей на додаткові питання) викладач підраховує суму  $r_E$  балів з екзаменаційної роботи. Рейтинг  $r_E$  вважається позитивним, якщо студент отримав не менше  $0,6R_E = 0,6 \cdot 50 = 30$  балів. Якщо студент отримав оцінку меншу  $0,6R_E = 30$  балів, то екзаменаційна робота оцінюється в 0 балів.

*Розрахункова шкала рейтингу роботи студента протягом семестру*

Рейтингова оцінка ( $R$ ) з кредитного модуля, формується як сума балів поточної успішності навчання – стартового рейтингу та екзаменаційних балів  $R = R_C + R_E$ .

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

| <i>Кількість балів</i>    | <i>Оцінка</i> |
|---------------------------|---------------|
| 100-95                    | Відмінно      |
| 94-85                     | Дуже добре    |
| 84-75                     | Добре         |
| 74-65                     | Задовільно    |
| 64-60                     | Достатньо     |
| Менше 60                  | Незадовільно  |
| Не виконані умови допуску | Не допущено   |