



НАЗВА КУРСУ

Математичний аналіз. Частина 3.

Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)				
Галузь знань	12 Інформаційні технології				
Спеціальність	122 Комп'ютерні науки				
Освітня програма	Цифрові технології в енергетиці (Digital Technologies in Energy Industry)				
Статус дисципліни	Нормативна				
Форма навчання	заочна				
Рік підготовки, семестр	2 курс, III семестр				
Обсяг дисципліни	150 год./5 кредитів				
		Лекції	Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття
	Години	6	6	0	0
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)
	+	-	1	1	0
					Реферат (вказати кількість)
Розклад занять	На сайті університету http://rozklad.kpi.ua , інституту ІАТЕ				
Мова викладання	Українська				
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Пилипенко Віта Анатолівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, v.pylypenko.kpi@gmail.com, https://intellect.kpi.ua/profile/pva21, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0383-6271 Практичні: Пилипенко Віта Анатолівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, v.pylypenko.kpi@gmail.com, https://intellect.kpi.ua/profile/pva21, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0383-6271				
Розміщення курсу	Сайт кафедри, Google Class, https://ecampus.kpi.ua				

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатності логічного мислення, розвитку їх здібностей та інтелекту; оволодіння основами сучасного математичного апарату, необхідного для розв'язання практичних задач; вміння використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках, моделювати та розв'язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

- ЗК 01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК 06 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК 11 Здатність приймати обґрунтовані рішення.

Фахові компетентності (ФК)

- ФК 01 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

Програмні результати навчання (ПРН)

ПРН 02 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчається в третьому семестрі на базі курсу математичного аналізу 1, 2 та повної середньої або середньої професійної освіти.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. **Кратні інтеграли.** Подвійні, потрійні інтеграли та їх застосування.
2. **Криволінійні інтеграли.** Криволінійні інтеграли 1-го, 2-го роду, загальні властивості, обчислення. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Елементи теорії поля.
3. **Числові та функціональні ряди.** Числові ряди. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Розклад функцій в ряд Тейлора. Ряди Фур'є.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навчальний посібник. — К.: "А.С.К", 2006. — С. 648. — ISBN 966-539-320-0.
2. Вища математика. Збірник задач: початковий посібник / В. П. Дубовик [та ін.]. — К.: "А.С.К.", 2005. — С. 480. — ISBN 966-319-036-1.
3. Дудкін М. Є., Дюженкова О. Ю., Степахно І. В. Вища математика: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями. — К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. — С. 449. — URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/51064/1/Dudkin_V_matymatyka_22.pdf.
4. Кратні інтеграли. Частина І [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ»; уклад.: Є. В. Масалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. — Електронні текстові дані (1 файл: 1,19 Мбайт). — Київ : НТУУ «КПІ», 2015. — 45 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32161>

5. Кратні інтеграли. Частина II [Електронний ресурс]: методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ»; уклад.: Є. В. Масалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,03 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 44 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32163>
6. Вища математика. Ряди. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. В. А. Пилипенко, Є. В. Масалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,22 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 36 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46039>
7. Збірник завдань з вищої математики. Частина 2 / за ред. В. М. Владіміров, О. А. Пучков, М. В. Шмигевський. — К.: Політехніка, 2003.

Додаткова література

1. Дудкін М. Є., Дюженкова О. Ю., Степахно І. В. Вища математика. Практикум: навчальний посібник. — К.: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2021. — С. 409. — URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/47504/1/Vyshcha%20matematyka_Praktykum.pdf.
2. Шкіль М. І. Математичний аналіз : у двох частинах. Т. 2. — 3-є вид. — К.: Вища школа, 2005. — С. 510. — ISBN 966-642-290-5.
3. Вища математика. Криволінійні інтеграли. Елементи теорії поля. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: Є. В. Масалітіна, О. О. Кільчинський. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,92 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 36 с.
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/39959>

Основну та додаткову літературу можна знайти в мережі інтернет, в науково-технічній бібліотеці ім. Г. І. Денисенка, а також *в електронних ресурсах у відповідному Google class.*

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

На лекційних заняттях – конспект (електронний варіант) лекції, постановка проблеми, мотивація і аргументація матеріалу, пояснення, приклади для ілюстрації теоретичних понять.

Перелік лекцій

Тема 1. Кратні інтеграли

Лекція 1.

Означення подвійного та потрійного інтегралів. Обчислення подвійних та потрійних інтегралів в декартових координатах. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. Застосування кратних інтегралів.

Тема 2. Криволінійні інтеграли

Лекція 2.

Означення, властивості та обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду. Означення, властивості та обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Робота та циркуляція векторного поля. Потенціальні векторні поля.

Тема 3. Числові та функціональні ряди

Лекція 3.

Ряди з додатними членами. Теореми порівняння. Ознаки збіжності Даламбера і Коші. Інтегральна ознака Коші. Знакозмінні ряди. Теорема Лейбніца. Оцінка залишку знакозмінного ряду. Функціональні та степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності степеневих рядів. Ряд Тейлора. Ряди Фур'є. Знакозмінні ряди. Теорема Лейбніца. Оцінка залишку знакозмінного ряду. Функціональні та степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності степеневих рядів. Ряд Тейлора. Ряди Фур'є.

На практичних заняттях – типові завдання і задачі підвищеної складності, які дають змогу засвоїти основні математичні поняття та їх властивості, виробити вміння використовувати матеріал для самостійного розв’язування задач.

Перелік (орієнтовний) практичних занять

Тема 1. Кратні інтеграли

Практичне заняття 1.

Обчислення подвійного інтегралу в декартових та полярних координатах. Обчислення потрійного інтеграла в декартових, циліндричних та сферичних координатах. Застосування кратних інтегралів.

Тема 2. Криволінійні інтеграли

Практичне заняття 2.

Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду та їх застосування. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду та їх застосування. Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Скалярне поле. Похідна за даним напрямом. Градієнт, векторне поле.

Розрахункова робота.

Тема 3. Числові та функціональні ряди

Практичне заняття 3.

Числові ряди. Ряди з додатними членами. Ознаки порівняння. Ознаки Даламбера та радикальна Коші. Достатні умови збіжності рядів з додатними членами. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Знакопочергові ряди. Теорема Лейбніца. Функціональні ряди. Область збіжності. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності степеневих рядів. Розклад функцій в ряди Тейлора. Ряди Фур’є.

Модульна контрольна робота.

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, розв’язування практичних завдань, виконання розрахункової роботи.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться онлайн згідно розкладу. Присутність на заняттях не є обов’язковою, проте студентам рекомендується під’єднуватися на заняття, оскільки робота в групі з викладачем є більш якісною, крім того, студент може отримати відповіді на питання під час заняття та розвинути потрібні вміння й навички, що передбачені в глобальному розумінні вивчення курсу «Математичний аналіз. Частина 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз», та є основною метою навчання в цілому. Якщо студент не відвідує заняття, але завдання виконує, викладач може провести усну співбесіду, щоб уникнути порушення академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Дотримання положень «Кодексу честі КПП ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3).

Співпраця студентів у розв’язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час екзамену категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Для покращення зв’язку студента та викладача всі лекційні матеріали та матеріали практичних занять (PDF файли та відео-запис лекцій і практичних занять) розміщуються в GoogleClass.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування на заняттях, написання МКР і РР.

Семестровий контроль: екзамен.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів: семестровий рейтинг (50 балів) та екзаменаційний рейтинг (50 балів).

1. Семестровий рейтинг складається з 50 балів, які студент отримує протягом семестру, розподілення балів відбувається за баченням викладача з практики.

Види робіт для оцінювання балами:

- виконання модульної контрольної роботи, яка може бути поділена на частини за основними розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами модульної контрольної роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).
- виконання розрахункової роботи, яка може бути поділена на частини за основними розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами розрахункової роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).

Наприклад:

- Розрахункова робота (25 балів) по темі «Кратні та криволінійні інтеграли».
- Модульна контрольна робота (25 балів) по темі «Числові та функціональні ряди».

Розрахункову роботу студент повинен здати не пізніше, ніж за тиждень до екзамену, щоб викладач зміг її перевірити. Якщо студент не виконує цю вимогу, то він до екзамену не допускається.

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 95% потрібної інформації);
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- «незадовільно» – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

2. Екзамен. Екзаменаційний рейтинг – 50 балів.

Умови допуску до екзамену: мінімальна позитивна оцінка за МКР (не менше 60%), зарахована розрахункова робота, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Екзаменаційна робота складається з 2-х теоретичних запитань та 3-х практичних завдань. Всі завдання оцінюються по 10 балів. Екзамен відбувається усно в режимі відеозв'язку згідно з розкладом. Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Перелік теоретичних запитань, що виносяться на екзамен:

Кратні інтеграли.

1. Задачі, які приводять до поняття подвійного інтегралу.
2. Подвійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
3. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій системі координат.
4. Обчислення подвійного інтеграла в полярній системі координат.
5. Заміна змінних в подвійному інтегралі.
6. Обчислення координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури.
7. Геометричне використання подвійного інтегралу.
8. Задача, що приводить до поняття потрійного інтегралу.
9. Потрійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
10. Потрійний інтеграл в декартовій системі координат і його обчислення.
11. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній системі координат.
12. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в сферичній системі координат.
13. Координати центра мас та моменти інерції просторової області.

Криволінійні інтеграли.

1. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
2. Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.

3. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
4. Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
5. Формула Гріна .
6. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
7. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Означення, властивості, обчислення.
8. Градієнт, його властивості. Інваріантне означення градієнту.
9. Векторне поле. Векторні лінії векторного поля. Означення та виведення їх рівнянь.
10. Потенціальне поле. Умови потенційності. Потенціал та його знаходження.

Числові та функціональні ряди

1. Поняття числового ряду. Часткова сума, залишок ряду. Сума ряду. Збіжність і розбіжність ряду.
2. Основні властивості збіжних числових рядів.
3. Необхідна умова збіжності числового ряду. Необхідна та достатня умова збіжності числового ряду (критерій Коші).
4. Ознака д'Аламбера.
5. Радикальна ознака Коші.
6. Інтегральна ознака Коші.
7. Перша теорема порівняння.
8. Друга теорема порівняння
9. Ряди, в яких знаки членів строго чергуються.. Теорема Лейбніца. Наслідок
10. Поняття абсолютної та умовної збіжності. Теорема про абсолютну збіжність.
11. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.
12. Функціональний ряд. Рівномірна збіжність. Теорема Вейерштрасса.
13. Теорема про неперервність суми функціонального ряду.
14. Теорема про почленне інтегрування функціонального ряду.
15. Теорема про почленне диференціювання функціонального ряду.
16. Степеневий ряд. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.
17. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду. Теорема про неперервність суми степеневого ряду.
18. Теореми про почленне диференціювання та інтегрування степеневого ряду.
19. Теорема про необхідну та достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
20. Теорема про достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
21. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
22. Теорема про достатню умову подання функції через її ряд Фур'є.
23. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.
24. Ряд Фур'є для 2l - періодичної функції.
25. Ряд Фур'є для неперіодичної функції, заданої на півперіоді.

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

- 10 балів– повна відповідь, теоретичне запитання з повним доведенням теорем та властивостей, практичне – з наведенням потрібних формул, повним поясненням, якщо потрібно малюнками (не менше 95% потрібної інформації);
- 8-9 балів – достатньо повна відповідь (не менше 80% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- 6-7 балів– неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- 4-5 балів– більш неповна відповідь та значні помилки;
- 0-3 балів– немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

Бали, набрані на екзамені, додаються до балів семестрового рейтингу і, згідно приведеної таблиці, виставляється підсумкова оцінка.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Передбачається можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) складено

старшим викладачем кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук *Пилипенко Вітою Анатоліївною*.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 10 від 24.06.2026)

Погоджено Методичною комісією ІАТЕ (протокол № 9 від 26.06.2026)