



Сучасні методи топології

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>					
Галузь знань	<i>11 Математика та статистика</i>					
Спеціальність	<i>111 Математика</i>					
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>					
Статус дисципліни	<i>За вибором</i>					
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>120/ 4 кредитів</i>					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	CPC
	Години	36	18	0	0	66
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзаме н	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	-	+	1	0	1	0
Розклад занять	<i>На сайті університету, також сайті кафедри</i>					
Мова викладання	<i>Українська</i>					
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Дудкін Микола Євгенович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, <i>доктор. фіз.-мат. наук</i> dudkin@imath.kiev.ua http://intellect.difur.kpi.ua/profile/dme4 ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5554-182X Практичні: Дудкін Микола Євгенович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, <i>доктор. фіз.-мат. наук</i> dudkin@imath.kiev.ua http://intellect.difur.kpi.ua/profile/dme4 ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5554-182X					
Розміщення курсу	<i>Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці</i>					

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у сучасних новітніх технологіях та комп'ютерному дизайнові матеріалів, використовувати методи топології в розрахунках.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

- ЗК1** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу
- ЗК2** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях
- ЗК3** Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності
- ЗК6** Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій
- ЗК7** Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями
- ЗК8** Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел
- ЗК9** Здатність приймати обґрунтовані рішення
- ЗК10** Здатність працювати в команді
- ЗК11** Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань)
- ЗК12** Здатність працювати автономно
- ЗК13** Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків
- ЗК16** Здатність адаптуватися і діяти в нових умовах, проявляти творчий підхід та ініціативу
- ЗК17** Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів

Спеціальні (фахові) компетентності

СК1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання

СК2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі

СК3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок

Програмні результати навчання

РН1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці

РН3 Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень

РН4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми

РН7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики

РН10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями

РН11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей

РН12 Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації

РН14 Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач

РН16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем

РН24 Застосовувати отримані знання з математичних дисциплін, у яких вивчаються моделі природничих процесів; математичні методи аналізу та прогнозування; математичні способи інтерпретації числових даних; принципи функціонування природничих процесів, математичні моделі оцінки ризиків в тих предметних областях, де проводяться дослідження.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається у третьому семестрі на базі курсу математичного аналізу

3. Зміст навчальної дисципліни

1. Основні поняття топології
2. Топологічні властивості операції над топологічними просторами.
3. Класифікація топологічних просторів.
4. Теорія гомотопій.
5. Теорія гомологій .

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Борисенко О.А.. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995.
2. Пришляк О.О., Основи сучасної топології, Навчальний посібник, КНУ ім. Т. Шевченка, 2006

Додаткова література

1. Никифорович О.Р. Загальна топологія. Івано-Франківськ, Прикарпатський університет. 3-є видання, виправлене і доповнене – 2015. – 240 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

Перелік лекцій

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТОПОЛОГІЇ

Лекція 1. 1. Топологія та топологічні простори.

2. Метрика та метричні простори. Топологія індукована метрикою.

3. Відкриті множини, околи, внутрішність, ізольовані точки.

4. Замкнені множини, замикання множини, граничні точки.

Лекція 2. 5. Підпростори топологічних просторів. Індукована топологія.

6. Неперервні відображення. Гомеоморфізми.

7. Аксиоми відокремленості.

Лекція 3. 8. Зв'язні та незв'язні топологічні простори та множини. Неперервні відображення зв'язних множин. Компоненти зв'язності.

9. Локально зв'язні і лінійно зв'язні топологічні простори.

10. База топології, продбаза топології, покриття.

2. ТОПОЛОГІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ. ОПЕРАЦІЇ НА ТОПОЛОГІЧНИМИ ПРОСТОРАМИ

Лекція 4. 1. Топологічні простори, що задовольняють другій аксіомі зліченості та першій аксіомі зліченості. Фінально-компактні простори.

2. Скрізь щільні простори та ніде нещільні простори та їх властивості.

Сепарабельні топологічні простори.

Лекція 5 3. Граничні множини. Границя множини.

4. Топологічна сума топологічних просторів, сума топологій. Топологічний добуток топологічних просторів. Добуток топологій.

5. Фактор-топології на множині індукована неперервним відображенням топологічного простору у множину. Фактор-простір. Склеювання просторів.

3. КЛАСИФІКАЦІЯ ТОПОЛОГІЧНИХ ПРОСТОРІВ

Лекція 6. 1. Регулярні та цілком регулярні простори.

2. Нормальні простори.

Лекція 7. 3. Функціональна відокремленість в нормальних просторах. Велика лема Урисона.

4. Продовження неперервних відображень. Теорема Тітце-Брауера-Урисона.

Лекція 8. 5. Розбиття одиниці. Компактні простори та їх властивості. Теорема Тихонова.

6. Локально-компактні простори та їх властивості. Теорема Алексанрова про одноточкову компактифікацію локально компактного хаусдорфового простору.

Лекція 9. 7. Паракомпактні простори та їх властивості. Теорема Дьедонне про нормальність паракмпактного хаусдорфового простору. Наслідки.

8. Топологічні простори першої та другої категорії.

Лекція 10. 9. Метрізовані топологічні простори.

10. Метризаційна теорема Урисона.

11. Цілком обмежені топологічні простори.

4. ТЕОРІЯ ГОМОТОПІЙ

Лекція 11.1. Гомотопія неперервних відображень. Гомотопічні класи. Властивості гомотопних відображень. Гомотопічна еквівалентність.

2. Ретракти та ретракції. Деформація та деформаційні ретракти.

Лекція 12. 3. Фундаментальна група (група Пуанкаре) топологічного простору.

4. Фундаментальна група лінійно зв'язних топологічних просторів.

Лекція 13 5. Однозв'язні топологічні простори, фундаментальна група однозв'язного топологічного простору.

6. Фундаментальна група топологічного добутку.

Лекція 14.7. Фундаментальна група та гомотопічна еквівалентність. Теорема про гомотопічну класифікацію.

8. Стягувані простори. Цілком стягувані простори.

5. ТЕОРІЯ ГОМОЛОГІЙ

Лекція 15.1. Симплиціальні комплекси. Симплиціальна апроксимація. Поліедри. Барицентр. Барицентричний підрозділ симплиціального комплексу.

2. Ланцюгові комплекси. p -вимірні ланцюги, цикли, границі. Граничний оператор та його властивості. p -вимірна група гомологій ланцюгового комплексу. Ланцюгове відображення ланцюгових комплексів.

Лекція 16. 3. Групи гомологій симпліціального комплексу.

4. Сингулярні гомології точки, нуль вимірні гомології лінійно зв'язного простору. Теорема про гомотопічну класифікацію.

Лекція 17 5. Сингулярні гомології сфер. Точна гомологічна послідовність пари просторів.

Лекція 18 6. Застосування теорії гомологій до теорії вимірності. Теорема Борсука. Теорема Брауера про існування нерухомої точки неперервного відображення кулі в кулю.

На практичних заняттях - Завдання до виконання.

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1. 1. Топологія та топологічні простори. Метрика та метричні простори. Топологія індукована метрикою. Відкриті множини, околи, внутрішність, ізольовані точки.

2. Замкнені множини, замикання множини, граничні точки. Підпростори топологічних просторів. Індукована топологія. Неперервні відображення. Гомеоморфізми

Практичне заняття 2. 3. Аксиоми відокремленості. Зв'язні та незв'язні топологічні простори та множини. Неперервні відображення зв'язних множин. Компоненти зв'язності.

4. Локально зв'язні і лінійно зв'язні топологічні простори. База топології, продбаза топології, покриття.

Практичне заняття 3. 5. Скрізь щільні простори та ніде нещільні простори та їх властивості. Сепарабельні топологічні простори. Граничні множини. Границя множини. Топологічна сума топологічних просторів, сума топологій.

6. Топологічний добуток топологічних просторів. Добуток топологій. Фактор-топології на множині індукована неперервним відображенням топологічного простору у множину. Фактор-простір. Склеювання просторів.

Практичне заняття 4. 7. Регулярні та цілком регулярні простори. Нормальні простори. Функціональна відокремленість в нормальних просторах. Продовження неперервних відображень.

8. Компактні простори та їх властивості. Локально-компактні простори та їх властивості.

Практичне заняття 5. 9. Паракомпактні простори та їх властивості. Метрізовані топологічні простори. Цілком обмежені топологічні простори.

10. Модульна контрольна робота.

Практичне заняття 6. 11. Гомотопія неперервних відображень. Гомотопічні класи. Властивості гомотопних відображень. Гомотопічна еквівалентність.

12. Ретракти та ретракції. Деформація та деформаційні ретракти. Фундаментальна група (група Пуанкаре) топологічного простору. Фундаментальна група лінійно зв'язних топологічних просторів.

Практичне заняття 7. 13. Однозв'язні топологічні простори, фундаментальна група однозв'язного топологічного простору. Фундаментальна група топологічного добутку.

14. Фундаментальна група та гомотопічна еквівалентність. Теорема про гомотопічну класифікацію. Стягувані простори. Цілком стягувані простори.

Практичне заняття 8. 15. Ланцюгові комплекси. p -вимірні ланцюги, цикли, границі. Граничний оператор та його властивості. p -вимірна група гомологій ланцюгового комплексу. Ланцюгове відображення ланцюгових комплексів.
16. Групи гомологій симпліціального комплексу.

Практичне заняття 9. 17. Сингулярні гомології точки, нуль вимірні гомології лінійно зв'язного простору. Теорема про гомотопічну класифікацію.

18. Сингулярні гомології сфер. Точна гомологічна послідовність пари просторів.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (відповідно до семестрової планової атестації).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента)

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання розрахункової роботи та модульної контрольної роботи (відповідно до семестрових планових атестацій).

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Відвідування занять

Відвідування лекцій, практичних занять та консультацій не оцінюється. Однак, студентам рекомендується їх відвідувати, оскільки на них викладається теоретичний та практичний матеріал, розвиваються навички, необхідні для виконання практичних завдань та успішного написання КР, виконання РР та самостійних робіт.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, захист РР, написання КР, виконання індивідуальних домашніх завдань (ІДЗ), СРС.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр (на 8 та 14 тижнях) з метою підвищення якості навчання студентів та моніторингу виконання графіку освітнього процесу студентами.

Атестація студентів проводиться за значенням поточного рейтингу студента на час атестації. Якщо значення цього рейтингу не менше 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано». Також не атестується студент у разі невиконання або не захисту

хоча б однієї з частин РР, термін подання якої був до тижня проведення атестації, або не написав на позитивну оцінку всі, заплановані на цей час, частини КР.

Семестровий контроль: залік.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання студентів (РСО).

Рейтинг студента розраховується виходячи із 100-бальної шкали ($R=100$), з них 50 балів складає стартова шкала ($R_c=50$) та 50 балів - залікова шкала ($R_e=50$).

Стартовий рейтинг R_c студента складається з балів R_k , що студент отримує протягом семестру з кожного контрольного заходу:

- модульний контроль (МК, ваговий бал – 24). МК проводиться у вигляді КР. КР може бути поділена на декілька КР (частин). Максимальна кількість балів в сумі за всі КР складає – 24 бали. Кількість КР, їх структура та критерії оцінювання завдань доводяться до студентів завчасно.

- розрахункова робота та її захист (РР+ЗРР, ваговий бал – 20). РР може бути поділена на декілька частин. РР виконується студентом в поза-аудиторний час (10 балів). Захист РР оцінюється в 10 балів.

- експрес-контроль (ЕК, ваговий бал – 6). Робота на лекційних та практичних заняттях і самостійної роботи в поза-аудиторний час.

За несвоєчасне виконання РР та відсутність без поважної причини при проведенні МКР та захисті РР викладач має право виставити не більше, ніж 60% від максимальної кількості балів за даний вид роботи (застосувати так звані штрафні бали), але, якщо навчання відбувається в умовах правового режиму воєнного стану, то застосування штрафних балів не здійснюється.

Сума вагових балів R_k з кожного контрольного заходу дорівнює розміру стартової шкали

$R_c = \sum R_k = 50$. Значення стартової рейтингової оцінки R_c доводиться до студентів на останньому занятті.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР (14 балів), зарахування РР 14 (балів), семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Студенти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані до початку залікової сесії підвищити його, усунувши поточні заборгованості, що призвели до цього, інакше вони не допускаються до заліку з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість.

Залікова робота (ваговий бал - 50) проводиться відповідно до навчального плану у вигляді семестрового заліку в терміни, встановлені графіком навчального процесу та в обсязі навчального матеріалу, визначеному робочою програмою дисципліни. Форма проведення семестрового контролю – комбінована, зміст і структура (контрольних завдань) та критерії оцінювання визначаються рішенням кафедри. На консультації доводяться до відома студентів правила проведення заліку, критерії оцінювання, стартові рейтинги, а також зазначається, хто не допущений до заліку і з якої причини. На заліку студенти виконують письмову контрольну роботу.

Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента викладачу надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Після оцінювання відповідей студента на заліку (виконання залікової контрольної роботи та відповідей на додаткові питання) викладач підраховує суму R_e балів з залікової роботи студента.

Рейтинг R_e вважається позитивним, якщо студент отримав не менше $0,6 \cdot R_e = 0,6 \cdot 50 = 30$ балів. Якщо студент отримав оцінку меншу 30 балів, то залікова робота оцінюється в 0 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- *можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою;*

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри МФ та ДР, доктором фіз.-мат. наук, професором Дудкіним М.Є.

Ухвалено кафедрою МФ та ДР (протокол № 9 від 25.06. 2025 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025 р.)