



# ОСНОВИ ВЕКТОРНОГО ТА ТЕНЗОРНОГО АНАЛІЗУ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>Е Природничі науки, математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>Е5 Фізика та астрономія</i>
Освітня програма	<i>Комп'ютерне моделювання фізичних процесів</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>150 годин (5 кредитів ЕКТС), з них лекції - 30 годин, практичні заняття - 30 годин, самостійна робота - 90 годин</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен/ модульна контрольна робота (МКР), розрахункова робота (РР)</i>
Розклад занять	<i>Згідно з розкладом на сайті університету <a href="https://schedule.kpi.ua">https://schedule.kpi.ua</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна Практичні: доцент, кандидат фіз.-мат.наук, Журавська Ганна Вікторівна <a href="mailto:annzhuravsky@ukr.net">annzhuravsky@ukr.net</a></i>
Розміщення курсу	<i>Визначається лектором та доводиться до відома студентів на першому занятті</i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здібностей до володіння основними поняттями та методами векторного та тензорного аналізу; застосовувати отримані знання, уміння та навички для розв'язання прикладних задач у галузі фізики; самостійне використання та вивчення математичної літератури та інших інформаційних джерел.

**Завдання навчальної дисципліни** полягає у формуванні у студентів наступних **здатностей**:

*згідно з матрицею відповідності програмних компетентностей компонентам освітньої програми:*

– **загальні компетентності:**

ЗК 01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

ЗК 02. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

– **фахові компетентності:**

ФК 01. Здатність до аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки;

ФК 02. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів;

ФК 06. Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси;

ФК 10. Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей.

Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають продемонструвати такі **результати навчання**:

*згідно з матрицею забезпечення програмних результатів навчання відповідними компонентами освітньої програми:*

ПРН 09. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання;

ПРН 16. Вміти самостійно навчатися та підвищувати рівень своєї кваліфікації.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Навчальна дисципліна «Основи векторного та тензорного аналізу» ґрунтується на знаннях студентів, набутих при вивченні «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» та «Аналітична геометрія та лінійна алгебра». Дана дисципліна забезпечує такі дисципліни, як «Загальна фізика. Частина 3. Електрика та магнетизм», «Теоретична фізика. Частина 1. Класична механіка» та «Теоретична фізика. Частина 2. Електродинаміка» та інші згідно структурно-логічної схеми відповідної освітньої програми.

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

Тема 1. Лінійні та евклідові простори.

Тема 2. Лінійні оператори.

Тема 3. Основи тензорної алгебри.

Тема 4. Вектор функція скалярного аргументу.

Тема 5. Скалярні та векторні поля.

Тема 6. Диференціальні операції першого та другого порядків.

Тема 7. Інтегральні теореми.

Тема 8. Тензорне поле.

Тема 9. Криволінійні системи координат.

Тема 10. Вектори та тензори в криволінійних системах координат.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Рекомендована література**

#### **Базова**

1. М. А. Разумова, В. М. Хотяїнцев, Основи векторного і тензорного аналізу/ Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2011. — 216 с.
2. Міхлін Ю.В., Кириллова Н.О., Морачковська І.О. Елементи диференціальної геометрії/ Харків: НТУ "ХПІ", 2019. — 49 с.
3. Грищак В. З., Гребенюк С. М. Тензорний аналіз і його застосування/ Запоріжжя : ЗНУ , 2016. - 134с.
4. Григорчак О. І., Самар М. І. Основи векторного і тензорного аналізу у задачах і прикладах : методичні вказівки / Львів : Львівський національний університет імені Івана Франка, 2023.- 72 с.
5. Лиман Ф.М. Основи векторного та тензорного аналізу./ Суми: СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2005. — 84 с.

#### **Додаткова**

6. П. О. Наказной, Тензорний аналіз. Збірник задач/ Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021, 35с.
7. Авдєєва Т.В., Шраменко В.М. Лінійна алгебра. Збірник задач / Київ: НТУУ "КПІ -2011, Част. 2, 92с
8. С.М. Гребенюк, Ю.М Стреляєв, М. І. Клименко. Тензорний аналіз./ Запоріжжя: ЗНУ, 2015. - 90с.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Методика вивчення даної дисципліни є традиційною: на лекціях подається теоретичний матеріал та наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. На практичних заняттях студенти опрацьовують теоретичний та практичний матеріал, розв'язуючи задачі, подібні до розглянутих на лекціях. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються домашні завдання та індивідуальні завдання розрахункової роботи. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою контрольних заходів: контрольні роботи, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

#### Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Поняття лінійного та евклідового просторів.
2	Перетворення базисів та координат векторного простору. Ортонормований базис. Взаємний базис.
3	Лінійні перетворення та оператори. Власні числа та власні вектори.
4	Спряжені, самоспряжені та ортогональні перетворення.
5	Поняття евклідового тензора. Дії над тензорами.
6	Тензори другого рангу. Спектральні характеристики.
7	Вектор-функція скалярного аргументу. Диференціювання та інтегрування вектор-функцій за скалярним аргументом.
8	Поняття скалярного та векторного полів. Похідна за напрямком.
9	Градiєнт скалярного поля та його властивості. Лінійний інтеграл від вектора. Циркуляція
10	Потік векторного поля. Дивергенція та її властивості. Ротор вектора та його властивості.
11	Диференціальні операції другого порядку.
12	Інтегральні теореми.
13	Тензорне поле. Тензори в косокутній системі координат.
14	Криволінійні системи координат.
15	Вектори та тензори в криволінійних системах координат.

#### Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань
1	Поняття лінійного та евклідового просторів.
2	Перетворення базисів та координат векторного простору. Ортонормований базис. Взаємний базис.
3	Лінійні перетворення та оператори. Власні числа та власні вектори.
4	Спряжені, самоспряжені та ортогональні перетворення.
5	Поняття евклідового тензора. Дії над тензорами.
6	Дії над тензорами. Спектральні характеристики.
7	Контрольна робота.
8	Вектор-функція скалярного аргументу. Диференціювання та інтегрування вектор-функцій за скалярним аргументом.

9	Скалярне поле. Похідна від скалярної функції за напрямком. Градієнт скалярного поля та його властивості.
10	Векторне поле. Дивергенція векторного поля та її властивості. Ротор вектора та його властивості.
11	Диференціальні операції другого порядку.
12	Інтегральні теореми.
13	Тензорне поле.
14	Криволінійні системи координат.
15	Контрольна робота.

## 6. Самостійна робота студента

На самостійну роботу студента (СРС) відводиться 90 годин навчального часу.

До СРС відносяться: опрацювання лекцій, підготовка до аудиторних занять, виконання домашніх завдань - (35 год.), підготовка до контрольної роботи (5 год.), виконання завдань розрахункової роботи (20 год.), підготовка до екзамену (30 год.).

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться в навчальних аудиторіях згідно розкладу. Також заняття можуть проводитись онлайн з використанням засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять онлайн повинно бути передбачене відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Система вимог, які викладач ставить перед студентом та РСО результатів навчання оголошують студентам на першому занятті.

#### Відвідування занять

Відсутність на лекціях та на практичних заняттях не карається штрафними балами, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються уміння й навички, необхідні для виконання практичних завдань, семестрової індивідуальної роботи, успішного написання МКР та складання екзамену.

#### Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

#### Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і педагогічних працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Поточний контроль:** опитування за темою заняття, МКР, розрахункова робота, домашня робота.

**Календарний контроль:** проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

**Семестровий контроль:** екзамен.

#### Рейтингова система оцінювання результатів навчання

**1. Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується** зі 100 балів, з них 50 балів – стартова складова (семестровий рейтинг) і 50 балів – екзаменаційна складова. Стартовий рейтинг складається з балів, які студент отримує протягом семестру за:

- роботу на практичних заняттях;
- виконання домашніх робіт;
- виконання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи.

## 2. Критерії нарахування балів

2.1. Робота на практичних заняттях може включати усне чи письмове опитування для перевірки знань теоретичного матеріалу; розв'язування практичних задач біля дошки чи невеликі за часом письмові роботи для перевірки вміння студента застосувати теоретичні знання до розв'язування прикладних задач. Робота оцінюється в

- 1 бал при точній відповіді на поставлене запитання, правильному записі формул, вмінні застосувати необхідні методи, формули для розв'язання практичної задачі;
- 0,5 бала при нечіткому формулюванні основних теоретичних положень, формул або розв'язанні задачі з допомогою викладача;
- 0 балів при незнанні формул, теорем та нездатності застосувати їх до розв'язання поставлених задач;
- у кінці семестру студентам можуть додаватися заохочувальні бали за активність, але не більше 10 % від семестрового рейтингу, тобто не більше 5 балів.

Ваговий бал – 1. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях (в середньому 6 відповідей на 13 заняттях):  $1 \text{ бала} \times 6 = 6 \text{ балів}$ .

2.2. Домашня робота включає в себе виконання вдома завдань за кожною розглянутою темою. Правильно виконана і вчасно здана на перевірку домашня робота оцінюється в 0,5 бала.

Максимальна кількість балів за всі домашні роботи:  $0,5 \text{ бал} \times 14 = 7 \text{ балів}$ .

У випадку дистанційного навчання домашня робота має бути сфотографована студентом і вчасно надіслана викладачу для перевірки.

### 2.3. Модульна контрольна робота (МКР)

Згідно з навчальним планом заплановано проведення модульної контрольної роботи яка розподіляється на дві тематичні контрольні роботи. Ваговий бал – 10 балів.

Види робіт	Мах балів
Тематична контрольна робота №1 (за темами 1-3)	10
Тематична контрольна робота № 2 (за темами 4-9)	10

### **Система оцінювання контрольної роботи:**

- «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) — 9,5–10 балів;
- «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями — 7,5–9 балів;
- «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та незначні помилки — 6–7 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь (не відповідають зазначеним вище критеріям оцінювання) — 0–5 балів.

Модульна контрольна робота та всі інші письмові роботи пишуться студентами самостійно без застосування допоміжних засобів (довідкові матеріали, мобільні телефони, планшети та ін.). Для підтвердження факту самостійного виконання будь-якої письмової роботи студент повинен вміти усно продемонструвати повне розуміння виконаної контрольної роботи.

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала проводитися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформи Zoom.

Студентам надсилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні надіслати оформлені розв'язки задач. Якщо робота від

студента не надіслана вчасно, вважається що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів (у разі відсутності поважної причини).

Як виняток, за поважної причини контрольна робота може бути перенесена на інший день (за попередньою домовленістю з викладачем).

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

#### 2.4. Розрахункова робота (РР)

Максимальна кількість балів за виконану розрахункову роботу – 17 балів.

– виконані та захищені (студент може розв'язати будь-яке завдання зі своєї розрахункової роботи або аналогічне завдання та пояснити кожен крок свого розв'язання) всі завдання з урахуванням вимог до роботи, можливі незначні недоліки при оформленні результату — 16–17 балів, «відмінно»;

– виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки — 13–15 балів, «добре»;

– є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки — 10–12 балів, «задовільно»;

– завдання не виконано або допущено грубі помилки, роботу не зараховано — 0–9 балів.

Студент має вчасно здавати завдання розрахункової роботи на перевірку, термін здачі частин розрахункової роботи визначається викладачем. Повністю виконану розрахункову роботу студент повинен подати не пізніше останнього заняття семестру. У разі порушення цього дедлайну студент вважається недопущеним до екзамену основної сесії. У подальшому студент для отримання допуску до екзамену додаткової сесії може здати та захистити свою розрахункову роботу тільки на мінімальну позитивну оцінку, що складає 60 % від максимально можливої кількості балів за розрахункову роботу.

У випадку дистанційного навчання виконана РР надсилається на електронну пошту викладача або іншу платформу за домовленістю з викладачем.

**3. Умовою позитивного календарного контролю є** отримання студентом щонайменше 50 % від максимально можливої кількості балів на момент контролю.

**4. Умовою допуску до екзамену є** зарахована розрахункова робота та індивідуальний семестровий рейтинг не менше ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за семестр (50 балів), тобто 30 балів.

**5. Умовою здачі екзамену є** екзаменаційний рейтинг студента не менш ніж 60 % від максимально можливої кількості балів за екзамен (50 балів), тобто 30 балів.

**На екзамені** студенти виконують **екзаменаційну контрольну роботу**. Кожен екзаменаційний білет містить два теоретичних питання і три практичних завдання, які оцінюються у 10 балів за наступними критеріями.

#### **Система оцінювання теоретичних питань:**

– «відмінно», повна відповідь (не менше 90 % потрібної інформації) — 9–10 балів;

– «добре», достатньо повна відповідь (не менше 75 % потрібної інформації), або незначні неточності — 7,5–8 балів;

– «задовільно», неповна відповідь (не менше 60 % потрібної інформації) та деякі помилки — 6–7 балів;

– «незадовільно», незадовільна відповідь — 0–5 балів.

#### **Система оцінювання практичних завдань:**

– «відмінно», повне безпомилкове розв'язування завдання — 9–10 балів;

– «добре», повне розв'язування завдання з несуттєвими неточностями — 7,5–8 балів;

– «задовільно», завдання виконане з певними недоліками — 6–7 балів;

– «незадовільно», завдання не виконано — 0–5 балів.

Під час екзамену, забороняється використання будь-яких довідкових матеріалів, телефонів та інших гаджетів.

6. Сума стартових балів та балів за екзаменаційну контрольну роботу переводиться до **екзаменаційної оцінки** згідно з таблицею відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою.

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою**

Бали: практичні заняття + МКР + розрахункова робота + + екзаменаційна контрольна робота	Оцінка
95–100	Відмінно
85–94	Дуже добре
75–84	Добре
65–74	Задовільно
60–64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не зараховано розрахункову роботу, або стартовий рейтинг менше 30 балів	Не допущено

У випадку дистанційного навчання за рішенням адміністрації університету передбачена можливість виставлення екзаменаційної оцінки «автоматом» (за згодою студента) через перерахунок стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D},$$

де  $R_C = 50$  балів - максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру,

$R_I$  – сума балів, набрана студентом протягом семестру (індивідуальний рейтинг за семестр),

$R_D = 30$  балів - допусковий бал до екзамену.

У разі незгоди студента з оцінкою «автоматом», студент складає екзамен у режимі відео зв'язку згідно з розкладом екзаменаційної сесії.

Якщо індивідуальний рейтинг студента  $R_I < 30$  балів і він вважається не допущеним до екзамену основної сесії, то, у випадку зарахованої розрахункової роботи, студенту надається можливість отримання допуску до екзамену додаткової сесії, шляхом проведення додаткових контрольних заходів.

#### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

##### **Складено:**

доцент кафедри МФДР, канд. фіз.-мат. наук, доц. Журавська Ганна Вікторівна

##### **Ухвалено**

кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25 червня 2025 р.)

##### **Погоджено**

Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27 червня 2025 р.)