



НЕЛІНІЙНІ ХВИЛІ ТА СОЛІТОНИ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Третій (освітньо-науковий)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	4 кредити ЄКТС, з них лекції 26 години, практичні заняття 26 годин, самостійна робота 68 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен
Розклад занять	http://roz.kpi.ua , https://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович Практичні: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович viktor.gera@gmail.com
Розміщення курсу	платформа дистанційного навчання Sikorsky Distance, електронний кампус КПІ esampus.kpi.ua , сайт кафедри, інформаційні ресурси бібліотеки, група в Telegram Підручник: Герасимчук В.С., Ребенчук Т.В., Герасимчук І.В. Метод оберненої задачі розсіяння та його застосування. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019 (2-е видання). – 110 с. Режим доступу https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46097

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання дисципліни є дослідження конфігурацій та стійкості локалізованих (солітонних) розв'язків в теорії нелінійних (еволюційних) хвильових рівнянь. Існує два основних підходи. Перший, який бере свій початок з математичної теорії солітонів, стосується концепції інтегрованості та її застосування в різних моделях. Другий підхід пов'язаний із побудовою багатосолітонних розв'язків цих систем.

До першого класу відносяться нелінійні рівняння у частинних похідних, для яких може бути розв'язана задача Коші за початкової умови досить загального виду. Про такі рівняння кажуть як про точно розв'язувані нелінійні рівняння. Другий клас рівнянь умовно можна назвати класом рівнянь, що інтегруються частково. Задача Коші для них у загальному випадку не розв'язується. При пошуку точних розв'язків рівнянь зазначеного класу зазвичай використовуються авто модельні змінні або біжучі хвилі. Задача Коші для таких рівнянь може бути розв'язана лише для конкретної, як правило, заздалегідь невідомої початкової умови.

Загальна стратегія цієї дисципліни полягає в обговоренні та аналізі обох підходів на деяких базових модельних прикладах. Дана дисципліна є теоретичною основою сукупності знань та вмінь, що формують сучасний математичний апарат дослідника-природознавця. Набуті знання дозволять слухачам розв'язувати комплексні

проблеми в галузі професійної та дослідницької діяльності.

Мета навчальної дисципліни – формування поглиблених уявлень про нелінійні рівняння та математичні методи сучасної нелінійної математичної фізики, а також про їх практичні додатки в сучасній науці та техніці.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

- ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК 3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.
- ЗК 7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК 8 Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.
- ЗК 12 Здатність працювати автономно.
- ЗК 17 Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів.

Фахові компетентності (ФК)

- ФК 1 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.
- ФК 3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізнити основні ідеї від деталей і технічних викладок.
- ФК 4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих.
- ФК 5 Здатність до кількісного мислення.
- ФК 6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.
- ФК 8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.
- ФК 14. Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінності між ними, навести приклади застосувань у природничих науках.

1.2. Предмет вивчення дисципліни

Предмет навчальної дисципліни – математичні моделі процесів і явищ, обумовлені суто *нелінійністю*. За останні пів століття досягнуто значного прогресу в розумінні властивостей деяких нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних, які виникають у вельми різних областях природознавства. Для цих рівнянь, найвизначнішим з яких є рівняння Кортевега-де Вріза, вдалося знайти загальні методи розв'язання. Головною особливістю розв'язків цих рівнянь є їх локалізований стан (усамітнена хвиля), тобто стабільні, недисипативні, локалізовані у просторі конфігурації, які поведуться як частинки (солітони).

Солітон характеризується такими властивостями: локалізований у скінченній області; поширюється без деформації, переносючи енергію, імпульс, момент імпульсу; зберігає свою структуру при взаємодії з іншими такими самими солітонами; може утворювати зв'язані стани, ансамблі. У системі з багатьох солітонів це призводить, зокрема, до появи складних стохастичних рухів (газ солітонів). Профіль (форма) солітону визначається в нелінійному середовищі двома конкуруючими процесами: розпливанням хвилі через дисперсію середовища та «перекиданням» наростаючого хвильового фронту через нелінійність.

Вивчення дисципліни «Нелінійні хвилі та солітони» покликане допомогти студентам третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти опанувати навички та знання, необхідні для виконання науково-дослідної роботи, а також бути конкурентоспроможними на сучасному ринку праці.

1.3. Результати навчання (РН)

- Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають демонструвати **програмні результати навчання**:
- РН 11 Вміти розв'язувати конкретні математичні задачі сформульовані у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення із застосуванням спеціальних функцій;
 - РН 12 Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації.
 - РН 19 Знати теоретичні основи і застосовувати спеціальні функції для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Освітній компонент «Нелінійні хвилі та солітони» є одним із завершальних курсів професійної підготовки докторів філософії спеціальності “Математика” необхідних для написання дисертації третього освітньо-кваліфікаційного рівня .

Цей курс підсумовує раніше засвоєні спеціальні дисципліни в напрямку нелінійної математичної фізики і дає систематизоване викладення основних положень теорії солітонів, її численних теоретичних та практичних застосувань. Ця дисципліна має глибокі логічні зв'язки з попередніми дисциплінами навчального плану підготовки бакалаврів, магістрів та докторів філософії.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Лінійні та нелінійні хвилі

- Тема 1.1. Основні принципи поширення лінійних хвиль. Фазова та групова швидкість. Дисперсія
Тема 1.2. Задача Коші для рівняння дифузії: осцилюючий розв'язок та кноїдальні хвилі
Тема 1.3. Нелінійність і дисперсія середовища як необхідна умова існування солітонів
Тема 1.4. Нелінійні рівняння з дисипацією: рівняння Бюргерса. Перетворення Коула-Хопфа.

Розділ 2. Прямі методи інтегрування еволюційних рівнянь. Солітони.

- Тема 2.1. Канонічні інтегровні моделі нелінійної теорії хвиль: рівняння Кортевега-де Вріза (КдВ), рівняння синус-Гордона, нелінійне рівняння Шредінгера (НРШ)
Тема 2.2. Задача Фермі-Паста-Улама та солітон Забускі-Крускала
Тема 2.3. Білінійна форма інтегровних нелінійних рівнянь у частинах похідних. Метод Хіроті
Тема 2.4. Побудова N-солітонних розв'язків за допомогою перетворення Беклунда

Розділ 3. Метод оберненої задачі розсіювання (МОЗР) та його застосування

- Тема 3.1. Знаходження рівняння КдВ із необхідної та достатньої умов сумісності пари Лакса
Тема 3.2. Схема інтегрування нелінійних рівнянь у частинах похідних МОЗР на прикладі рівняння КдВ
Тема 3.3. Прямі й обернені задачі розсіювання
Тема 3.4. Загальні відомості з квантової теорії розсіювання. Залежність даних розсіювання від часу
Тема 3.5. Неперервний і дискретний спектри задачі на власні значення
Тема 3.6. Рівняння Гельфанда-Левітана-Марченка
Тема 3.7. Обчислення даних розсіювання за заданим потенціалом рівняння Шредінгера
Тема 3.8. Аналітичні властивості власних функцій і даних розсіювання
Тема 3.9. Безвідбиткові потенціали. Знаходження N-солітонних розв'язків за допомогою МОЗР

Розділ 4. Рівняння Клейна-Гордона та пов'язані з ним моделі

- Тема 4.1. Модель Скірма та рівняння синус-Гордона
Тема 4.2. Лоренц-інваріантні розв'язки рівняння синус-Гордона. Топологічні солітони
Тема 4.3. Застосування методу Хіроті та перетворення Беклунда до рівняння синус-Гордона
Тема 4.4. Взаємодія солітонів рівняння синус-Гордона. Бризери.

Заплановано практичні заняття для поглибленого вивчення окремих розділів курсу.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Bullough R.K., Caudrey P.J. Solitons. – Springer Science & Business Media, 2013. – 392 pp.
2. Eilenberger G. Solitons: Mathematical Methods for Physicists. – Springer Science & Business Media, 2012. – 194 pp.
3. Guo B., Pang X-F., Wang Yu-F., Liu N. Solitons. – Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2018. – 376 pp.
4. Trullinger S.E., Zakharov V.E., Pokrovsky V.L. Solitons. – Elsevier, 2012. – 916 pp.
5. Герасимчук В.С., Ребенчук Т.В., Герасимчук І.В. Метод оберненої задачі розсіювання та його застосування. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019 (2-е видання). – 110 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46097>.

Допоміжна

6. Lakshmanan M. Solitons: Introduction and Applications. – Springer Science & Business Media, 2012. – 367 pp.
7. Manton N., Sutcliffe P. Topological solitons. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, Cambridge, 2004. – xii+493 pp.
8. Galaktionov V. A., Vázquez J.L. A Stability Technique for Evolution Partial Differential Equations: A Dynamical Systems Approach. – Springer Science & Business Media, 2003. – 377 pp.
9. Dauxois T, Peyrard M. Physics of Solitons. – Cambridge University Press, 2006. – 422 pp.

Інформаційні ресурси

<https://www.youtube.com/watch?v=vbeEXUs5j7Y>

<http://physics.aps.org/articles/v6/15>

- [Solitons Home Page](#) (Heriot-Watt University, Edinburgh)
- [Soliton-Lab Art Gallery. Many Faces of Solitons](#) (Kyoto University)
- [Nonlinear Physics Group](#) (Australian National University)
- [Klaus Brauer's SOLITON Page](#) (University of Osnabrück)

- [Light Bullet Home Page](#) (Simon Fraser University)
- <http://theor.jinr.ru/~shnir/Solitons/345.html> (Universiitty off Olldenburg)
- [Harmonic maps and integrable systems](#) (ed. A.P. Fordy and J.C. Wood)

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заплановано практичні заняття для поглибленого вивчення окремих розділів курсу.

Завдання циклу практичних занять: засвоєння основних закономірностей нелінійних хвильових явищ і процесів. Відпрацювання навичок самостійного розв'язування нелінійних рівнянь теорії солітонів.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів включає опрацювання лекційного матеріалу, підготовку до практичних занять, виконання домашніх завдань та індивідуального семестрового завдання. Індивідуальні завдання припускають комп'ютерне моделювання нелінійних математичних моделей.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

7.1. Форми роботи

Навчальні заняття зазвичай проводяться у навчальних аудиторіях в off-line режимі; в умовах воєнного стану або карантину – в on-line режимі із застосуванням усіх доступних наочних засобів подання матеріалу (Zoom, Meet Google, Skype та інше). Додатково студенти отримують всі навчальні та методичні матеріали по e-mail, telegram-каналі або в електронному кампусі.

7.2. Правила відвідування занять

Заняття проводяться згідно з розкладом у навчальних аудиторіях; в умовах воєнного стану або карантину – в on-line режимі з використанням доступних засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять в on-line режимі регламентується відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про можливий пропуск контрольного заходу. Протягом наступного тижня здобувач вищої освіти має звернутися до викладача для погодження форми та порядку усунення заборгованості.

Якщо аудиторне заняття випадає на неробочий (святковий) день, то матеріал такого заняття частково переноситься в категорію «Самостійна робота студентів», а частково додається до наступного заняття.

7.3. Правила призначення заохочувальних та штрафних балів

Заохочувальні бали:

До 5 балів – за активну роботу щонайменше на 5-ти заняттях (обґрунтовані відповіді на запитання, самостійне розв'язування задач та їх аналіз, участь в обговореннях);

До 10 балів – студенту, який підготував і подав для участі у студентській науковій конференції матеріал за тематикою навчальної дисципліни (за умови доповіді на конференції).

Штрафні бали:

Під час воєнного стану – не застосовуються.

8. Політика університету

8.1. Політика щодо академічної доброчесності

Безумовне дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділ 3).

Усі завдання мають виконуватися самостійно! Співпраця студентів дозволена лише при розв'язанні проблемних завдань, але свій розв'язок кожен студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту/заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність вважається порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, детальніше: <https://kpi.ua/code>

8.2. Норми етичної поведінки

Безумовне дотримання норм етичної поведінки, визначених у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»; детальніше: <https://kpi.ua/code>

Оцінювання та контрольні заходи

9. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

9.1. Види контролю

Вид контролю	Спосіб контролю
Поточний контроль	Перевірка виконання індивідуальних завдань, опитування за темою заняття, модульні контрольні роботи
Календарний контроль	Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу
Семестровий контроль	Екзамен
Умови допуску до семестрового контролю	Семестровий рейтинг студента не менше 60 балів, за умови зарахування усіх індивідуальних завдань

9.2. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Головна частина рейтингу студента формується завдяки активній творчій праці на практичних заняттях, виконанні індивідуальних домашніх завдань та результатах модульної контрольної роботи.

Види контролю:

- поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий);
- календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

1. Поточний контроль

Включає: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР, захист індивідуальних завдань.

1. Робота на практичних заняттях

Ваговий бал – 2, якість роботи – 0 - 2 (відповідь: повна – 2, неповна –1, відсутня – 0, бездоганна – 4).

Максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях – не обмежена.

2. Модульна контрольна робота

Складається з 2-х частин і виконується перед календарним контролем (атестацією) за пройденим на момент її написання матеріалом. Кожна частина модульної контрольної оцінюється в 14 балів. Максимальна кількість балів за МКР – 28.

Переписування контрольної роботи з метою підвищення балу – не передбачене.

3. Розрахунково-графічна робота

Ваговий бал – 8. Оцінюється кожне індивідуальне завдання у процентному відношенні до правильно розв'язаних задач. Максимальна кількість балів за 4 індивідуальні завдання складає: $4 \times 8 = 32$ бали.

Кожне індивідуальне завдання захищається особисто.

Загальний семестровий рейтинговий бал:

$$R = R_{\text{ПЗ}} + R_{\text{МКР}} + R_{\text{РГР}} = R_{\text{ПЗ}} + 28 + 32,$$

де $R_{\text{ПЗ}}$ – максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях, $R_{\text{МКР}}$ – максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу, $R_{\text{РГР}}$ – максимальна кількість балів за індивідуальні завдання.

2. Календарний контроль

Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

3. Семестровий контроль (екзамен)

Екзамен проводиться в усній формі. Екзаменаційні білети містять два теоретичні питання та два практичні завдання. Ваговий бал кожного завдання – 10.

Критерії оцінювання:

- повна відповідь на всі завдання (не менше 90% потрібної інформації) – 9 - 10 балів;
- достатньо повна відповідь (незначні неточності; не менше 75% потрібної інформації) – 7 - 8 балів;
- неповна відповідь (помилки і певні недоліки; не менше 60%) – 5 - 6 балів;
- незадовільна відповідь (неправильний метод розв'язування) – 0 - 4 бали.

Розмір стартової шкали $R_c = 60$ балів. Розмір екзаменаційної шкали $R_e = 40$ балів.

Розмір шкали рейтингу $R = R_c + R_e = 100$ балів.

Якщо на момент семестрового контролю, за умови виконання всіх умов допуску до семестрового контролю, здобувача вищої освіти не задовольняє набрана кількість балів за семестр, то результати рейтингової оцінки скасовуються і здобувач вищої освіти здає екзамен. У цьому разі екзамен може бути оцінений від 0 до 100 балів.

4 Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь,
доктором фіз.-мат. наук, професором Герасимчуком В.С.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25.06.2025р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025р.)