



Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»



Кафедра
математичної фізики
та диференціальних
рівнянь

МЕТОДИ НАБЛИЖЕНИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти *Перший (бакалаврський)*

Галузь знань	<i>11 Математика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>
Статус дисципліни	<i>За вибором студентів</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)/дистанційна/змішана)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>120 год (4 кредити ЄКТС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік</i> <i>Модульна контрольна робота, домашня контрольна робота, захист робіт з комп'ютерного практикуму</i>
Розклад занять	<i>Лекції– раз на 2 тижні / практичні заняття– щотижня</i> rozklad.kpi.ua
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника	<i>Селезньова Надія Петрівна, к.фіз.-мат.н., доцент (лекції, практичні)</i> nadijasel@gmail.com

курсу викладачів	/ <i>ORCID ID</i> 0000-0003-0849-3092 або <i>Кузьма Олександр Всеволодович, к.фіз.-мат.н., доцент (лекції, практичні)</i>
Розміщення курсу	https://mph.kpi.ua/ https://mph.kpi.ua/navchannya.html

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

- **Метою** навчальної дисципліни є ознайомлення студентів з методами чисельного розв'язування задач при проведенні інженерних обчислень, уміння робити висновки щодо точності обчислень, складання алгоритмів за відомими чисельними методами та їх реалізація за допомогою пакетів прикладних програм, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів, вироблення вміння застосовувати методи обчислювальної математики для розв'язання фахових прикладних задач; іншими спеціалізованим програмними продуктами, що можуть бути корисними при реалізації розроблених в рамках курсу методик та алгоритмів, за умови, що буде додано комп'ютерний практикум.

- програмні компетентності:

https://osvita.kpi.ua/sites/default/files/opfiles/111_oppb_sfm_2024.pdf

1. ЗК 01¹ – Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
2. ЗК 03– Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
3. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
4. ЗК 08– Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
5. ЗК 09– Здатність приймати обґрунтовані рішення;

¹ у дужках після номеру подано шифр компетентності чи результату навчання згідно з ОПП.

6. ЗК 12– Здатність працювати автономно;
7. ЗК 13 – Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов’язків;
8. ЗК16– Здатність адаптуватися і діяти в нових умовах, проявляти творчий підхід та ініціативу;
9. ЗК17– Здатність вести дослідницьку діяльність, включаючи аналіз проблем, постановку цілей і завдань, вибір способу й методів дослідження.

Фахові компетентності

1. ФК 01– Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання;
2. ФК 05 – Здатність до кількісного мислення.
3. ФК 08– Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
4. ФК 10– Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків;
5. ФК 14– Здатність послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв’язок та різницю між ними, навести приклади застосувань у природничих науках.

- програмні результати навчання:

1. ПРН 04– Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;
2. ПРН–06– Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;
3. ПРН7– Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики;
4. ПРН –10– Розв’язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об’єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями
5. ПРН 11– Розв’язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;
6. ПРН ПРН12– Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації.
7. ПРН 14 – Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв’язування професійних задач.
8. ПРН 14 – Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
9. ПРН 21 Розв’язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.

В результаті вивчення освітнього компоненту здобувачі вищої освіти:

- знатимуть наближені методи розв’язування нелінійних алгебричних і трансцендентних рівнянь з однією змінною;
- знатимуть методи математичної обробки експериментальних даних, зокрема: поняття похибки вимірювань, інтерполяцію різними поліномами, що дозволить

знайти з певною похибкою проміжні значення досліджуваної залежності за заданим дискретним набором даних;

- знатимуть поняття апроксимації, метод найменших квадратів, зокрема, лінійною, параболічною, показниковою та степеневою функціями;
- знатимуть методи чисельного інтегрування – формули прямокутників, трапецій, Сімпсона.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з

- Математичного аналізу;
- Алгебри та аналітичної геометрії;
- Функціонального аналізу;
- Знання пакетів прикладних програм, елементи програмування.

Запропонований курс є підґрунтям до вивчення кореляційного та регресійного аналізу, математичної обробки статистичних даних, методів оптимізації.

Зміст навчальної дисципліни

Тема 1. Елементи теорії наближених обчислень. (2 год)

Види та природа похибок. Арифметичні операції над наближеними числами.

Тема 2. Методи наближеного розв'язування нелінійних рівнянь з однією змінною.(4год)

Постановка задачі, методи визначення проміжків ізоляції, метод половинного ділення, метод хорд, метод Ньютона, метод ітерацій.

Тема3. Інтерполяція функцій. (4 год)

Лінійна інтерполяція, побудова інтерполяційного многочлена Лагранжа. Перший та другий інтерполяційний многочлен Ньютона. Похибка інтерполяції та способи її зменшення. Збіжність процесу інтерполяції. Застосування інтерполяції для складання таблиць.

Тема 4. Методи апроксимації та згладжування функцій. (4 год)

Метод найменших квадратів, лінійна, параболічна апроксимація. Апроксимація у вигляді показникової та степеневих функцій.

Тема 5. Чисельні методи обчислення визначених інтегралів. (4 год.)

Формули прямокутників, трапецій, Сімпсона. Оцінка точності формул.

3. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Шахно С.М., Дудикевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2013. – 431 с.
2. Задачин В. М., Конюшенко І. Г. Чисельні методи: навчальний посібник – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
3. Нефьодов Ю.М., Балицька Т.Ю. Методи оптимізації в прикладах і задачах. Київ. Кондор. 2011 – 324с.
4. Бейко И.В., Бублик Б.Н., Зінько П.Н. Методи і алгоритми розв'язування задач оптимізації. — К.: Вища шк., 1988 . — 512 с.
5. Данилович В. Чисельні методи в задачах і вправах: Навч. посіб. — К.: ІСДО, 1995. — 248 с.
6. Селезньова Н.П., Кушлик-Дивульська О.І. ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЦІ ШЛЯХОМ ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ НА ПРИКЛАДАХ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ В EXCEL. Актуальні питання природничо-математичної освіти. Збірник наукових праць Сумський держ. пед. університет, Суми. Випуск 1(17), 2021, с.103–113.
7. Селезньова Н.П., Поліщук Н.В. РОЛЬ ЕЛЕМЕНТІВ БУЛЕВОЇ АЛГЕБРИ У ПІДВИЩЕННІ ЕФЕКТИВНОСТІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЦІ ІНЖЕНЕРІВ Актуальні питання природничо-математичної освіти. Збірник наукових праць Сумський держ. пед. університет, Суми. Випуск 2(18), 2021– с. 41-52.
8. О. І. Кушлик-Дивульська, Н. П. Селезньова, Б. Р. Кушлик, Н. В. Поліщук, В. І. Скринник. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАДАЧ. МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ. Актуальні питання природничо-математичної освіти. Збірник наукових праць Сумський держ. пед. університет, Суми. Випуск 2(18), 2021–с.30-41
9. Методичні вказівки до виконання курсової роботи на тему “Математичне моделювання експериментальних даних”. За напрямом 6.050504 “Зварювання” Укладачі: Селезньова Н.П., Довгай В.В., Коцюк Л.Р. 2017 р., 43 с. Затверджено Вченою Радою Фізико - математичного факультету НТУУ “КПІ” 2017 р.

Додаткова література

10. Методичні вказівки і учбові завдання для самостійної роботи над курсом «Методи обчислень» для студентів мех.-мат. факультету. Під ред. А.А. Глущенко К.:КГУ, 1989. – 124с.
11. Лабораторні роботи та домашні завдання для самостійної роботи з дисципліни «Методи обчислень» для студентів мех.-мат. факультету. – К., 2006 – 32с.

12. Єщенко А. І. Основи програмування в математичному пакеті Mathcad /А . І . Єщенко , І . А . Єщенко . – Одеса : УДАЗ , 2000. – 285 с .

Навчальний контент

4. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Завдання та методичні рекомендації до виконання практичних робіт, питання до МКР, семестрового контролю та інші матеріали публікуються у кампусі та на сайті кафедри: <https://mph.kpi.ua/>.

Орієнтовні плани лекційних та практичних занять для денної форми навчання наведені нижче.

№ з/п	Назва теми лекції та практичного заняття, перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)	Кількість лекційних годин	Кількість годин для практичних занять
1	Елементи теорії наближених обчислень: основні джерела похибок, наближені числа та види похибок. Значуща цифра та число вірних знаків наближеного числа. Правила округлення чисел. Похибки результату виконання математичних операцій. Пряма та обернена задача теорії похибок. <i>Завдання на СРС: Задачі [1-5]</i> <i>Дидактичні засоби: [1-5]</i>	2	4
2	Методи розв'язування нелінійних рівнянь з однією змінною: постановка задачі, методи визначення проміжків ізоляції, метод половинного ділення, метод хорд, метод Ньютона, метод ітерацій.	4	8

	<i>Завдання на СРС: Задачі [1-5]</i> <i>Дидактичні засоби: [1-5]</i>		
4	Лінійна інтерполяція, побудова інтерполяційного многочлена Лагранжа. Перший та другий інтерполяційний многочлен Ньютона. Похибка інтерполяції та способи її зменшення. Збіжність процесу інтерполяції. Застосування інтерполяції для складання таблиць. <i>Завдання на СРС: Задачі [1-5]</i> <i>Дидактичні засоби: [1-5]</i>	4	8
7	Методи апроксимації і згладжування функцій. Метод найменших квадратів. Лінійна, квадратична, показникова, степенева залежності. Лінеаризація функціональних залежностей. <i>Завдання на СРС: Задачі [1-8]</i> <i>Дидактичні засоби: [9,10]</i>	4	8
7	Чисельні методи обчислення визначених інтегралів. Формули прямокутників, трапецій, Сімпсона. Оцінка точності формул. <i>Завдання на СРС: Задачі [1-5]</i> <i>Дидактичні засоби: [1-5, 11-14]</i>	4	8

Можливий комп'ютерний практикум

Проводиться у доступних математичних пакетах

1. Елементи теорії наближених обчислень.
2. Чисельне розв'язування нелінійних рівнянь: побудова графіків, табулювання та здобування коренів рівняння.
3. Інтерполяція функцій.

4. Екстраполяція функцій.
5. Чисельні методи обчислення визначених інтегралів.

5. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента відносяться поточні завдання для домашніх робіт, завдання ДКР, виконання завдань комп'ютерного практикуму.

Політика та контроль

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог, які викладач ставить перед студентом:

Відвідування лекцій, практичних занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання семестрового індивідуального завдання. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за активність студента, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички.

- **правила поведінки на заняттях:**
 - активність студента на занятті означає розв'язування задач та відповіді на теоретичні питання коло дошки;
 - під час практичних та лекційних занять обов'язково мають бути відключеними телефони та будь-які гаджети;
 - захист РР та інших завдань відбувається після представлення відповідних робіт у письмовому/електронному вигляді. Захист робіт включає в себе питання теоретичного характеру, згідно темі роботи;
 - контрольна, розрахункова роботи, завдання комп'ютерного практикуму, які подаються на перевірку з порушенням терміну виконання, оцінюються із врахуванням штрафних балів;
 - заохочувальні бали надаються за підготовку доповіді на конференцію, написанні під керівництвом викладача наукової роботи, розв'язування задач підвищеної складності, підготовку презентацій;
 - передбачено перескладання модульних контрольних робіт (не більше двох раз). Обов'язково слід виконати роботу над помилками в РР та завданнях комп'ютерного практикуму, якщо такі помилки буде допущено;
 - роботи виконані несамотійно, чи за допомогою онлайн-калькулятора, які автор не може пояснити, не зараховуються.

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: відповіді на практичних заняттях, експрес-опитування та тести, МКР, захист ДКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу. Для тих студентів, які протягом семестру не наберуть достатню кількість балів передбачено підсумкову контрольну роботу.

Семестровий – контроль: залік.

Рейтингова система оцінювання для денного навчання

№ з/п	Контрольний захід оцінювання	%	Ваговий бал	Кіл-ть	Всього
1.	Активність на практичних заняттях	5	1	5	5
2.	Експрес-контрольні (тести)	10	5	2	10
3.	МКР	20	10	2	20
4.	Виконання та захист ДКР	30	30	1	30
6.	Виконання та захист завдань комп'ютерного практикуму	35	7	5	35
	Всього				100

Критерії оцінювання кожного заходу розміщуються в кампусі, груповій пошті /або оголошуються перед контрольним заходом.

Обов'язкові умови отримання заліку		Критерій
1	Рейтинг	Не менше 60 балів
2	Експрес-контрольні та тести та МКР	Не менше 15 балів
3	Виконання та захист ДКР	Не менше 20 балів
4	Виконання та захист завдань комп'ютерного практикуму	Не менше 25 балів

Заохочувальні та штрафні бали

Написання тез за тематикою навчальної дисципліни	10 балів
Написання статті або участь у міжнародних, всеукраїнських та/або інших заходах чи конкурсах (за тематикою навчальної дисципліни)	20 балів

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

8. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Перелік теоретичних питань курсу

Тема 1.

1. Дайте означення наближеного числа.
2. Назвіть причини виникнення похибок.
3. Як класифікуються похибки? Дайте їх означення.
4. Які цифри називаються значущими, правильними значущими? Наведіть приклади.
5. Що є заокругленням чисел? Які є правила заокруглень? Наведіть приклади.
6. Виведіть формули для обчислення похибок арифметичних дій.

7. Наведіть приклади розв'язання прямої та оберненої задач теорії похибок.
8. Які умови накладаються на вихідні дані для того, щоб обернена задача набула однозначності?

Тема 2.

1. Що називають розв'язком рівняння ?
2. Що є проміжком ізоляції кореня ?
3. Сформулюйте задачу віднаходження розв'язку рівняння із заданою точністю .
4. Перелічіть етапи віднаходження розв'язку рівняння .
5. Які методи визначення проміжків ізоляції вам є відомі ?
6. Які властивості неперервної функції при цьому використовуються ?
7. Які методи використовуються задля обчислення розв'язку рівняння із заданою точністю ?
8. У чому полягає метод ділення навпіл ?
9. У чому полягає метод Ньютона (дотичних)?
10. У чому полягає метод простої ітерації ?
11. У чому полягає метод хорд ?
12. Дайте геометричну ілюстрацію методу хорд, дотичних та ітерацій.
13. Зазначте переваги й недоліки методів обчислення розв'язків рівняння .
14. Як ви розумієте фразу “корінь обчислено із наперед заданою точністю”?
15. Що означає термін “відокремити корені рівняння” ?
16. Сформулюйте теореми, на яких ґрунтується аналітичний метод відокремлення коренів.
17. Дайте геометричну ілюстрацію методу хорд, дотичних та ітерацій.

18. Сформулюйте достатні умови збіжності методу ітерацій.

Тема 3.

1. Сформулюйте постановку задачі інтерполювання функції.
2. Що таке параболічне інтерполювання?
3. Дайте означення інтерполяційного многочлена, інтерполяційної формули.
4. Виведіть формулу інтерполяційного многочлена Лагранжа.
5. Многочлен у формі Ньютона.
6. Похибка інтерполяції.
7. Збіжність процесу інтерполяції.
8. Складіть таблицю значень деякої функції $f(x)$ і побудуйте для неї перший та другий інтерполяційні многочлени Ньютона.

Тема 4.

1. Чому інтерполювання функції не можна вважати методом обробки експериментальних даних?
2. Опишіть загальну характеристику методу найменших квадратів.
3. Виведення нормальної системи методу найменших квадратів.
4. Вибір оптимального степеня апроксимуючого многочлена.
5. Опишіть процес побудови емпіричної формули у випадку:
а) лінійної залежності; б) параболічної залежності; в) показникової та степеневій залежності.

Тема 5.

Формули наближеного обчислення інтегралів:

- а) формули прямокутників;
- б) трапецій;
- в) Сімпсона;
- г) оцінка точності вищезгаданих формул.

Онлайн-курси

Дистанційне навчання через проходження сторонніх онлайн-курсів за тематикою дисципліни допускається за умови погодження із викладачем. При пред'явленні сертифікату про проходження курсу та його програми студенту можуть бути зараховані бали за виконання певних поточних завдань (відповіді на семінарах, практичні завдання). При цьому контрольні заходи з дисципліни виконуються на загальних підставах.

Інклюзивне навчання

Навчальна дисципліна може викладатися для усіх студентів з особливими освітніми потребами та задовільним знанням курсу шкільної математики. У випадку потреби завдання можуть бути скориговані.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено:

доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, кандидатом фіз.- мат. наук

Кузьмою Олександром Всеволодовичем

доцентом кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, кандидатом фіз.- мат. наук

Селезньовою Надією Петрівною

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь (протокол № 9 від 25.06.2025)

Погоджено Методичною комісією фізико-математичного факультету² (протокол № 10 від 27.06.2025)

² Методичною радою університету – для загальноуніверситетських дисциплін.