



Вища математика. Частина 2

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)					
Галузь знань	<i>G Інженерія, виробництво та будівництво</i>					
Спеціальність	<i>G4 Енерговиробництво (спеціалізація G4.03 Відновлювані джерела енергії та гідроенергетика)</i>					
Освітня програма	<i>Нетрадиційні та відновлювані джерела енергії</i>					
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>					
Форма навчання	<i>очна(денна) /дистанційна/змішана</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>240/ 8 кредитів</i>					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	
	Години	Лекції	60	0	0	СРС 120
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	http://roz.kpi.ua , <i>Лекційні заняття – 2 пари на тиждень; практичні заняття – 2 пари на тиждень</i>					
Мова викладання	<i>Українська</i>					
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: Денисенко Наталя Леонідівна, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ</i> nldenisenko@gmail.com ; denysenko.natalia@lil.kpi.ua <i>Практичні заняття:</i> Денисенко Наталя Леонідівна, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ nldenisenko@gmail.com ; denysenko.natalia@lil.kpi.ua ; Вдовенко Тетяна Іванівна, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук, tanyavdovenko@meta.ua ; Цуканова Аліса Олегівна, асистент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук					
Розміщення курсу	Google classroom: https://classroom.google.com/c/NzcwMjc3Mjg0MTU1?cjc=opxhe2f3					

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є: – формування у здобувачів освіти логічного мислення, розвиток їх інтелекту та здібностей; – формування здатностей до необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики, виховання у студентів прикладної математичної культури; формування здатностей самостійно використовувати і вивчати літературу з математики, розвивати гнучкість мислення, творчу самостійності та дію.
Предмет навчальної дисципліни	Загальні математичні властивості та закономірності. Основні моделі і поняття інтегрального числення, диференціальних рівнянь, рядів та кратних інтегралів, аналіз та методи розв'язання.
Компетентності	ЗК 01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу. ЗК 02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. ЗК 03. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово. ЗК 08. Здатність працювати автономно. ФК 02. Здатність вирішувати практичні задачі із залученням методів математики, фізики та електротехніки. Здатність використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках; Здатність доводити розв'язок задачі до практично прийнятого результату – числа, графіка, точного якісного висновку із застосуванням для цього адекватних обчислювальних засобів, таблиць і довідників; Здатність аналізувати одержані результати, здатності до узагальнення, постановки цілі та вибору шляхів її розв'язання, володіння культурою мислення.
Програмні результати навчання	ПРН 05. Знати основи теорії електромагнітного поля, методи розрахунку електричних кіл та уміти використовувати їх для вирішення практичних проблем у професійній діяльності. ПРН 08. Обирати і застосовувати придатні методи для аналізу і синтезу електромеханічних та електроенергетичних систем із заданими показниками. Знати основні положення дисциплін природничого-наукового блоку підготовки за спеціальністю, достатніх для розв'язання фахових завдань діяльності Знати основи застосування фізико-математичного апарату для аналізу процесів у телекомунікаційних та радіотехнічних пристроях і системах; Знати основи інтегрального числення функцій однієї змінної (невизначені та визначені інтеграли, невластиві інтеграли першого та другого роду). Знати основи інтегрального числення функцій багатьох змінних (задачі, що приводять до поняття подвійних та потрійних інтегралів, означення, умови існування, властивості, прийоми обчислення в різних системах координат, застосування до розв'язання задач геометрії та прикладних задач; задачі, що приводять до поняття криволінійних та поверхневих інтегралів першого та другого роду, означення, умови існування, властивості, застосування до розв'язання задач геометрії та

	прикладних задач); Знати основи теорії поля (скалярне та векторне поля та їх характеристики; обчислення потоку та циркуляції векторного поля з використанням формул Остроградського–Гауса та Стокса; Знати основи теорії та практики звичайних диференціальних рівнянь (задачі, що приводять до диференціальних рівнянь, означення, загальні поняття задача Коші; види диференціальних рівнянь; лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння, зокрема , рівняння зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною; системи диференціальних рівнянь). Уміти обчислювати невизначені, визначені, невластиві, подвійні та потрійні інтеграли у різних системах координат; криволінійні інтеграли, розв'язувати приклади щодо їх застосувань; Уміти обчислювати поверхневі інтеграли, потік векторного поля, обчислювати дивергенцію векторного поля, застосовувати формулу Остроградського–Гауса, обчислювати ротор і циркуляцію векторного поля, застосовувати формулу Стокса, визначати основні типи полів; Уміти розв'язувати звичайні диференціальні рівняння та системи лінійних однорідних та неоднорідних систем зі сталими коефіцієнтами.
--	--

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Загальний курс вищої математики є фундаментом математичної та інженерної освіти спеціаліста. Він є необхідним для успішного засвоєння спеціальних дисциплін. Навчальна дисципліна «Вища математика. Частина 2» (ЗО11.2) є складовою частиною дисципліни «Вища математика», вивчається в другому семестрі і базується на знаннях, отриманих при вивченні кредитного модуля «Вища математика. Частина 1» (ЗО11.1) та є його логічним продовженням.

Постреквізити: Отримані під час вивчення освітнього компоненту «Вища математика. Частина 2» теоретичні знання та засвоєні практичні навички використовуються в подальшому під час вивчення переважної більшості навчальних дисциплін спеціальності і забезпечує наступні навчальні дисципліни: «Теоретичні основи електротехніки» (ПО 04), «Математичні задачі у відновлюваній енергетиці» (ПО 12).

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 5. Інтегральне числення функції однієї змінної

Тема 5.1. Невизначений інтеграл

Тема 5.2. Визначений інтеграл та його застосування

Тема 5.3. Невласні інтеграли

Розділ 6. Звичайні диференціальні рівняння

Тема 6.1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку

Тема 6.2. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків

Тема 6.3. Системи звичайних диференціальних рівнянь

Тема 6.4. Перетворення Лапласа та його застосування

Розділ 7. Числові і степеневі ряди. Ряди Фур'є

Тема 7.1. Числові ряди

Тема 7.2. Степеневі ряди

Тема 7.3. Ряди Фур'є

Розділ 8. Кратні інтеграли, криволінійні і поверхневі інтеграли. Теорія поля

Тема 8.1. Кратні інтеграли

Тема 8.2. Криволінійні та поверхневі інтеграли

Тема 8.3. Елементи теорії поля

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібн. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К.: А.С.К., 2006. – 648 с.: іл. – Бібліогр.: с. 632-633. – (Універс. б-ка).
2. Вища математика: Збірник задач: Навч. посіб. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик, І. П. Вовкодав та ін.; За ред. В. П. Дубовика, І. І. Юрика – К.: А.С.К., 2005. – 480 с.: іл. – (Універс. б-ка).
3. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І., Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі. Навч. посіб. – К.: Книги України ЛТД, 2010. – 470 с. — ISBN 978-966-2331-05-9.
4. Алексєєва І. В. Математика в технічному університеті. Том 3 [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 6,84 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 454 с. – Режим доступу : <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/39003> . – Назва з екрана.
5. Алексєєва І. В. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. У 4-х частинах. Ч. 3. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння : Навч. посібник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова. — Київ : НТУУ «КПІ», 2015. — 188 с. – Режим доступу : <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16633> . – Назва з екрана.

Додаткова література

6. Вища математика. Невизначений інтеграл [Електронний ресурс] : практикум : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра спец. 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Н. Л. Денисенко, В. В. Могильова. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 70 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/74277>
7. Завдання та методичні вказівки до виконання типового розрахунку з курсу вищої математики на тему “Визначений та невластні інтеграли” [Електронний ресурс] / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. Ф. Зражевська, В. В. Могильова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,04 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 37 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/23008>
8. Розв’язання в полярній системі координат геометричних задач за допомогою визначеного інтеграла [Електронний ресурс] : методичний посібник до вивчення дисципліни «Вища математика» для студентів усіх спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. Г. К. Новикова, Є. В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл 3,62 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 70 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/27858>
9. Диференціальні рівняння та системи [Електронний ресурс] : методичні вказівки та варіанти завдань для типового розрахунку з вищої математики для студентів напрямів підготовки «Теплоенергетика», «Електротехніка та електротехнології», «Електромеханіка» і «Гірництво» / НТУУ «КПІ» ; уклад. Т. В. Карнаухова, В. Ф. Зражевська, В. В. Могильова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,41 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2014. – 80 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/7668>
10. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів енергетичних спеціальностей усіх форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. М. І. Черней, Г. К. Новикова,

- Н. Л. Денисенко ; ред. М. Є. Дудкін. – Електронні текстові дані (1 файл: 738 Кбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 62 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/17673>
11. Операційне числення. Теорія та методика розв'язування задач [Електронний ресурс] : методичний посібник для студентів технічних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Є. В. Масалітіна, О. О. Кільчинський. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,29 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 90 с., <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/27920>
 12. Вища математика. Кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли та їх застосування. Елементи теорії поля. Практикум, розрахункова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями галузі знань 14 Електрична інженерія / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. Ф. Зражевська, Г. М. Зражевський. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,93 МБ). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 131 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/47874>
 13. Кратні інтеграли. Частина I [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад.: Є. В. Масалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,19 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 45 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32161>
 14. Кратні інтеграли. Частина II [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад.: Є. В. Масалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,03 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 44 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32163>
 15. Збірник задач до розрахункових робіт з вищої математики. Збірник завдань [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: А. Л. Гречко, М. Є. Дудкін. – Електронні текстові дані (1 файл: 8,26 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021 – 280 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41212>
 16. Вища математика. Числові та функціональні ряди [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою 111 «Математика» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», 142 «Енергетичне машинобудування», 143 «Атомна енергетика», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / І. В. Веригіна, Т. О. Єрємін, О. А. Поварова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 65 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67983>
 17. Вища математика. Числові та функціональні ряди. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою 111 «Математика» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», 142 «Енергетичне машинобудування», 143 «Атомна енергетика», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / І. В. Веригіна, Т. О. Єрємін, О. А. Поварова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 46 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67994>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція, пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

Перелік лекцій

Тема 5.1. Невизначений інтеграл

Лекція 1. Поняття первісної функції, її властивості. Невизначений інтеграл: означення, властивості. Таблиця інтегралів. Метод безпосереднього інтегрування, «введення функції під знак диференціалу». Заміна змінної у невизначеному інтегралі.

Література [1], гл.7, §1, стор. 331-336.

Лекція 2. Інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Деякі відомості про раціональні функції. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Дробово-раціональні функції та їх інтегрування.

СРС: Вивід рекурентної формули для інтегралу $I_n = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}$, $n \in \mathbb{N}$.

Література [1], гл.7, §1, стор. 340, 347-350, 352-353.

Лекція 3. Інтегрування тригонометричних функцій.

Література [1], гл.7, §1, стор. 355-362.

Лекція 4. Інтегрування деяких ірраціональних та трансцендентних функцій.

Література [1], гл.7, §1, стор. 355-362.

Тема 5.2. Визначений інтеграл та його застосування

Лекція 5,6. Задачі, які приводять до поняття визначеного інтегралу. Визначений інтеграл: означення, достатні умови існування визначеного інтегралу. Геометричний і фізичний зміст. Властивості визначеного інтегралу. Визначений інтеграл як функція зі змінною верхньою межею інтегрування. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу. Інтеграли із симетричними межами інтегрування.

СРС: Доведення властивостей визначеного інтегралу. Обчислення інтегралів $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$ та $\int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$, $n \in \mathbb{N}$, вивід формули.

Література [1], гл.7, §2, стор. 365-370, 370-376, 376-385.

Лекція 7,8. Обчислення площі плоскої фігури в декартових координатах. Обчислення площі плоскої фігури в полярних координатах. Знаходження об'єму тіла за відомими площами паралельних перерізів. Обчислення об'єму тіл обертання. Довжина плоскої дуги, заданої в декартових координатах, параметричними рівняннями та в полярній системі координат. Площа поверхні тіла обертання.

СРС. Вивід формули для обчислення площі поверхні тіла обертання. Застосування визначеного інтегралу в задачах механіки. Статичні моменти та координати центру мас плоскої матеріальної дуги та матеріальної плоскої фігури. Теореми Гульдіна. Моменти інерції.

Література [1], §3, стор. 401-404, 406-408, стор. 405-409.

Тема 5.3. Невласні інтеграли

Лекція 9. Невласні інтеграли від обмежених функцій по необмеженому проміжку (невласні інтеграли 1-го роду). Достатні умови збіжності і розбіжності невластних інтегралів 1-го роду. Невласні інтеграли від необмежених функцій по обмеженому проміжку (невласні інтеграли 2-го роду). Достатні умови збіжності і розбіжності невластних інтегралів 2-го роду. Поняття про абсолютну збіжність.

Література [1], гл.7, §2, стор. 385-394.

Тема 6.1. Диференціальні рівняння першого порядку

Лекція 10. Основні поняття. Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Порядок диференціального рівняння, означення його розв'язку. Задача Коші. Теорема про існування та

єдиність розв'язку задачі Коші для диференціальних рівнянь першого порядку. Особливі розв'язки. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.

Література [1], гл.8, §1, стор. 421-429.

Лекція 11. Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння в повних диференціалах.

Література [1], гл.8, §1, стор. 421-429, стор. 430-440.

Тема 6.2. Диференціальні рівняння вищих порядків

Лекція 12. Диференціальні рівняння вищих порядків, означення загального розв'язку, задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку. Деякі типи диференціальних рівнянь вищих порядків, які допускають зниження порядку. Лінійні диференціальні рівняння n -ого порядку. Властивості розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь. Визначник Вронського. Фундаментальна система розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння n -ого порядку, її властивості. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння. Теорема про суперпозицію розв'язків.

СРС: Доведення теорем про структуру загального розв'язку ЛОДР, ЛНДР, про суперпозицію розв'язків.

Література [1], гл.8, §2, стор. 451-460; §3,4, стор. 461-482.

Лекція 13. Побудова частинного розв'язку ЛНДР методом варіації довільних сталих. Лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку із сталими дійсними коефіцієнтами; характеристичне рівняння; побудова загального розв'язку. Побудова фундаментальної системи розв'язків ЛОДР n -ого порядку із сталими коефіцієнтами. Знаходження частинних розв'язків ЛНДР зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.

Література [1], гл.8, §4, стор. 470-482.

СРС: Тема 6.3. Системи звичайних диференціальних рівнянь

Лінійні системи диференціальних рівнянь. Література [1], гл.8, §6, стор. 488-493.

Тема 6.4. Перетворення Лапласа та його застосування.

Лекція 14. Перетворення Лапласа, основні поняття. Його основні властивості.

Література [11].

Лекція 15. Обернене перетворення Лапласа. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування диференціальних рівнянь і їх систем. Приклади.

Література [11].

Тема 7.1. Числові ряди

Лекція 16. Числові ряди, основні поняття. Збіжність і сума числового ряду. Ряд геометричної прогресії. Властивості числових рядів. Необхідна умова збіжності ряду. Достатня умова розбіжності ряду. Ряди з додатними членами. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Узагальнений гармонічний ряд. Гармонічний ряд.

Література [1], гл.9, §1 стор. 494-498, стор. 498-505.

Лекція 17. Теорема порівняння. Ознаки збіжності Д'аламбера і Коші. Знакозмінні числові ряди. Теорема про абсолютну збіжність. Абсолютна і умовна збіжності. Знакопочережні ряди.

Теорема Лейбніца.

Література [1], гл.9, §1 стор. 498-505, стор. 505-509.

Тема 7.2. Степеневі ряди

Лекція 18-19. Степеневі ряди. Перша та друга теореми Абеля. Інтервал і радіус збіжності степеневих рядів. Властивості степеневих рядів. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Теорема про єдиність розкладу функції в степеневий ряд. Необхідна і достатня умова розкладу функції в ряд Тейлора. Розклад в степеневі ряди функцій e^x , shx , chx , $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^m$, $\ln(1+x)$. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень, наближених обчислень інтегралів. Наближене інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.

Література [1], гл.9, §2 стор. 512-515, стор. 516-521, стор. 516-531.

Тема 7.3. Ряди Фур'є.

Лекція 20-21. Ортогональні системи функцій. Тригонометричні ряди. Ряди Фур'є, формули для коефіцієнтів ряду Фур'є. Ознаки збіжності ряду Фур'є. Розклад в ряди Фур'є парних і непарних функцій. Розклад в ряди Фур'є $2l$ -періодичних функцій. Розклад в ряди Фур'є неперіодичних функцій заданих на скінченному інтервалі $[0; b]$ або на відрізку $[a; b]$. Комплексна форма ряду Фур'є.

Література [1], гл.9, §3 стор. 538-547, 547-553, 553-556.

Тема 8.1. Кратні інтеграли

Лекція 22. Задача про знаходження об'єму циліндричного тіла. Означення подвійного інтеграла. Його властивості, геометричний і механічний зміст. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах.

Література [1], гл.10, §1 стор. 564-572.

Лекція 23. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах. Застосування подвійних інтегралів.

СРС: Механічні застосування подвійного інтегралу, вивід основних формул.

Література [1], гл.10, §1 стор. 574-583.

Лекція 24. Задача про знаходження маси неоднорідного матеріального тіла. Означення потрійного інтеграла. Його механічний зміст та властивості. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах.

СРС: Механічні застосування потрійного інтегралу, вивід основних формул.

Література [1], гл.10, §2 стор. 585-594.

Тема 8.2. Криволінійні та поверхневі інтеграли

Лекція 25. Означення, властивості та застосування криволінійних інтегралів першого та другого роду.

Література [1], гл.10, §3 стор. 595-608.

Лекція 26. Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від форми шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів.

СРС: Механічні властивості криволінійних інтегралів.

Література [1], гл.10, §3 стор. 608-617, 600, 601-602.

Лекція 27. Означення поверхневого інтеграла першого роду, його механічний зміст. Його властивості та обчислення. Застосування поверхневого інтеграла першого роду до задач геометрії

та механіки: площа поверхні, маса матеріальної поверхні, статичні моменти та моменти інерції, координати центру мас.

СРС: Механічні властивості поверхневих інтегралів першого та другого роду.

Література [1], гл.10, §4 стор. 618-621.

Лекція 28. Означення поверхневого інтеграла другого роду, його обчислення. Формула Остроградського-Гаусса.

СРС: Доведення теореми Остроградського-Гаусса.

Література [1], гл.10, §4 стор. 521-628.

Тема 8.3. Елементи теорії поля

Лекція 29. Векторне поле. Потік векторного поля крізь поверхню та фізичний зміст потоку. Дивергенція векторного поля. Теорема Остроградського-Гаусса. Фізичний зміст дивергенції.

Література [1], гл.10, §4 стор. 521-630; [4], розділ 11, стор. 305-312.

Лекція 30. Циркуляція векторного поля. Ротор векторного поля, його інваріантне означення та фізичний зміст. Теорема Стокса. Класифікація векторних полів та їхні основні властивості.

СРС: Оператор Гамільтона. Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа.

Література [4], розділ 11, стор. 312-323.

Основні завдання циклу практичних занять: студенти після засвоєння циклу практичних занять мають уміти застосовувати теоретичну базу до розв'язування практичних задач, розвивати логічне і алгоритмічне мислення, самостійно поширювати свої математичні знання та проводити математичний аналіз прикладних задач; набуті знання студент має використовувати при опануванні курсів фізики, теоретичної механіки, спеціальних дисциплін та при інженерних розрахунках.

На практичних заняттях - Завдання до виконання

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1. Обчислення невизначених інтегралів за таблицею. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування методом введення функції під знак диференціала.

Практичне заняття 2. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами невизначеного інтегралу.

Практичне заняття 3. Інтегрування елементарних дробів I, II, III типів. Інтегрування дробово-раціональних функцій.

Практичне заняття 4. Інтегрування тригонометричних функцій.

Практичне заняття 5. Інтегрування деяких ірраціональних та трансцендентних функцій.

Практичне заняття 6. Визначений інтеграл. Формула Ньютона - Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу. Обчислення площ плоских фігур в прямокутній декартовій системі координат.

Практичне заняття 7-8. Обчислення площ плоских фігур в прямокутній декартовій системі координат і в полярній системі координат. Обчислення довжини дуги кривої.

Практичне заняття 9. Обчислення об'ємів тіл, об'єму тіла обертання.

Практичне заняття 10. Невласні інтеграли першого роду. Невласні інтеграли другого

роду.

Практичне заняття 11. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

СРС: Диференціальні рівняння в повних диференціалах.

Практичне заняття 12. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.

Практичне заняття 13. Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами; характеристичне рівняння; побудова загального розв'язку. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.

Практичне заняття 14. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Інтегрування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку методом варіації довільних сталих.

Практичне заняття 15. Перетворення Лапласа. Знаходження оригіналів і зображень. Розв'язання диференціальних рівнянь операційним методом.

Практичне заняття 16. Числові ряди. Необхідна умова збіжності ряду. Достатня умова розбіжності ряду. Числові ряди з додатними членами, дослідження збіжності рядів. Ознака Д'Аламбера та радикальна ознака Коші. Інтегральна ознака Коші-Маклорена. Ознаки порівняння.

Практичне заняття 17. Знакозмінні ряди. Знакопочережні ряди.

Практичне заняття 18. Знаходження області збіжності степеневого ряду.

Практичне заняття 19. Розклад функцій в ряди Тейлора і Маклорена. Застосування степеневих рядів: наближене обчислення значень функцій і визначених інтегралів, наближене аналітичне розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь.

Практичне заняття 20-21. Розклад функцій в ряди Фур'є.

МКР (частина 1) за темами: "Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальні рівняння. Ряди".

Практичне заняття 22-23. Подвійний інтеграл. Обчислення подвійного інтеграла в декартових координатах. Подвійний інтеграл в полярній системі координат. Застосування подвійних інтегралів.

Практичне заняття 24. Потрійний інтеграл. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах. Перехід до циліндричної та сферичної координатних систем.

Практичне заняття 25. Застосування потрійних інтегралів до задач геометрії та механіки. Обчислення і застосування криволінійних інтегралів першого роду.

Практичне заняття 26. Обчислення і застосування криволінійних інтегралів другого роду. Формула Гріна.

Практичне заняття 27. Обчислення і застосування поверхневих інтегралів першого роду.

Практичне заняття 28. Обчислення поверхневих інтегралів другого роду. Знаходження

поток векторного поля. Теорема Остроградського-Гаусса.

Практичне заняття 29. Векторне поле, дивергенція, ротор векторного поля. Класифікація векторних полів, знаходження потенціалу векторного поля. Циркуляція та робота векторного поля.

Практичне заняття 30. МКР (частина 2) за темами " Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли, теорія поля ".

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної і додаткової літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Zoom, Google classroom.

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного і теоретичного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв’язок задач, виконання розрахунково-графічної роботи, виконання самостійних робіт, підготовка до модульної контрольної роботи (розбивається на дві частини).

Самостійна робота студента передбачає:

підготовку до лекційних та практичних занять, самостійне опрацювання тем, виконання домашніх завдань – 64 год;

підготовку до модульної контрольної роботи (МКР) – 6 год;

виконання розрахунково-графічної роботи (РГР) та підготовку до її захисту – 20 год;

підготовку до іспиту – 30 год.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв’язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій та конспект практичних занять. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання РГР, підготовку до МКР та іспиту.

Академічна доброчесність

Порушення Кодексу академічної доброчесності Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» є серйозним порушенням, навіть якщо воно є ненавмисним. Кодекс доступний за посиланням: <https://kpi.ua/code.3>.

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3). Зокрема, дотримання Кодексу академічної доброчесності означає, що вся робота на іспитах та заліках має виконуватися індивідуально. Під час виконання самостійної роботи студенти можуть консультуватися з викладачами, але повинні самостійно розв’язувати завдання, керуючись власними знаннями, уміннями та навичками. Посилання на всі ресурси та джерела (наприклад, у самостійних роботах чи презентаціях) повинні бути чітко визначені та оформлені належним чином. У разі спільної роботи з іншими студентами над виконанням індивідуальних завдань, ви повинні зазначити ступінь їх участі в роботі. Співпраця студентів у розв’язанні проблемних завдань на парах дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Використання засобів зв’язку для пошуку інформації в інтернеті, взаємодія студентів під час МКР та екзамену категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

При використанні цифрових засобів зв’язку з викладачем (мобільний зв’язок, електронна пошта, переписка на форумах та у соцмережах тощо) необхідно дотримуватись загальноприйнятих етичних норм, зокрема бути ввічливим та обмежувати спілкування робочим часом викладача.

Вимоги, які ставляться перед студентом дисципліни:

- відвідування лекційних та практичних занять є обов'язковою складовою вивчення матеріалу, викладач фіксує присутність на заняттях;
- наявність написаного власноруч конспекту лекцій з даної дисципліни є обов'язковою умовою допуску до екзамену;
- викладач використовує *Google classroom* та *ZOOM* (при дистанційній формі навчання) для викладання поточного лекційного матеріалу з дисципліни, домашніх завдань, деяких допоміжних матеріалів для вивчення дисципліни та оголошень для студентів;
- на лекції не рекомендовано відволікати викладача від подання матеріалу студентам, усі питання, уточнення та ін. студенти ставлять в кінці лекції у відведений для цього час;
- РГР захищається індивідуально після здачі роботи студентом на перевірку викладачу;
- у відповідності до «Кодексу честі» МКР, РГР студенти виконують самостійно;
- політика дедлайнів та перескладань: кожен студент зобов'язаний дотримуватися термінів виконання завдань у межах розкладу проведення аудиторних занять з дисципліни. Обов'язковим контрольним заходом оцінювання для допуску до екзамену є написання МКР та виконання РГР. Студент, що з поважної причини (лікарняний, академічна мобільність тощо) не написав МКР, має право зробити це по узгодженню з викладачем під час регулярних консультацій. Порядок перескладання семестрового контролю визначається загальними правилами університету.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
2	8	240	60	60	120	1	1	екзамен

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, експрес-контроль, самостійна робота, МКР (розбивається на декілька частин), РГР (розбивається на декілька частин).

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Семестровий контроль: екзамен, форма екзамену: письмово-усна (комбінована).

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР (7 балів), зарахування розрахункової роботи, **семестровий рейтинг не менше 30 балів**, наявність власноруч написаного конспекту лекцій.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується зі 100 балів, з яких 50 балів складає стартова шкала.

Стартовий рейтинг (протягом семестру) студента з кредитного модуля складається з балів, що він отримує за:

- робота на практичних заняттях, опитування за темою заняття, експрес-контролі, опитування з обчислення невизначених інтегралів – загалом 10 балів;
- виконання та захист розрахункової роботи (розбивається на декілька частин) – 26 балів;
- модульна контрольна робота МКР (розбивається на декілька частин) – 14 балів;

Модульна контрольна робота (МКР)

МКР "Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальні рівняння. Ряди. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли, теорія поля" (розбивається на декілька частин)

Ваговий бал - 14 балів (загалом, максимальна кількість балів):

відмінно	– 13.3-14 балів;
добре	– 10.5-13.2 балів;
задовільно	– 8.4-10.4 балів;
незадовільно	– 0-8.3 балів.

Студент, що з поважної причини (лікарняний, академічна мобільність тощо) не написав МКР, має право зробити це по узгодженню з викладачем під час регулярних консультацій. Якщо студент без поважної причини (лікарняний, академічна мобільність тощо) був відсутній і не написав МКР, він має право зробити це по узгодженню з викладачем під час регулярних консультацій, при цьому максимальна оцінка загалом за МКР знижується до 8.5 балів.

У випадку дистанційного навчання контрольна робота, що мала писатися в аудиторії, пишеться студентами на практичних заняттях за розкладом з використанням платформ Zoom і Google Classroom (або іншої, в залежності від домовленості з викладачем) з опитуванням студента після здачі роботи. Студентам надсилаються завдання до контрольної роботи, і вони через відведений для написання контрольної роботи час, повинні здати написаний розв'язок задач до заданого завдання на Google Classroom. Після здачі роботи проводиться обов'язкове усне опитування студента. Під час індивідуального усного опитування викладач задає питання для визначення у студента рівня знань теоретичного матеріалу за темою контрольної роботи та його розуміння методів розв'язання задач. Якщо студент не з'являється на усний захист МКР, то максимальна оцінка за роботу знижується до 8.5 балів.

Якщо розв'язок від студента не надіслано вчасно, то вважається, що цей студент був відсутній на контрольній роботі, робота не перевіряється, і він отримує 0 балів.

Повторне написання модульної контрольної роботи не допускається.

Розрахункова робота (РГР)

РГР "Інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальні рівняння. Ряди. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли та теорія поля "

Ваговий бал – 26 балів (загалом, максимальна кількість балів):

відмінно	– 24.7-26 балів;
добре	– 19.5-24.6 балів;
задовільно	– 15.6-19.4 балів;
незадовільно	– 0-15.5 балів.

Розрахункова робота (РГР) складається з декількох частин, кожна з яких оформлюється та здається окремо після вивчення певної теми або розділу у визначений викладачем термін.

Домашня частина виконується студентом в поза аудиторний час і загалом складається з 20-40 завдань по розглянутих розділах цього семестру, оцінюється в 13 балів (загалом за всі частини РГР). Захист РГР оцінюється в 13 балів (загалом за всі частини).

До захисту РГР допускаються студенти, які у визначений викладачем термін виконали РГР та оформили її у відповідності до встановлених вимог. Під час усного захисту викладач задає питання по змістовній частині РГР для визначення у студента рівня знань теоретичної частини та його розуміння методів вирішення завдань. Захист розрахункової роботи з дисципліни здійснюється індивідуально.

Критерії оцінювання домашньої частини РГР:

- а) правильно і вчасно виконане завдання оцінюється в 0,5-1 бал;
- б) неправильно або невчасно виконане завдання оцінюється в 0 балів;
- в) до захисту РГР студент допускається, якщо він здав на перевірку домашню частину РГР і правильно виконав роботу не менше ніж на 50%;
- г) якщо домашня частина РГР виконана менше ніж на 50% – на доопрацювання;
- д) якщо студент невчасно здав на перевірку РГР без поважних причин, то оцінка за РГР знижується на 1 бал за кожний тиждень невчасного подання РГР, починаючи з наступного дня після встановленого терміну здачі (усього не більше 10 балів).

Критерії оцінювання усного захисту РГР:

- а) своєчасна здача домашньої частини РГР, розуміння представленого матеріалу, повні відповіді на запитання захисту (включно з теоретичною складовою), якісно захищена РГР оцінюється в 12-13 балів;
- б) своєчасна здача домашньої частини РГР, розуміння представленого матеріалу, відповіді на запитання захисту (включно з теоретичною складовою) з деякими неточностями оцінюються в 7.5-11.5 балів;
- в) своєчасна здача домашньої частини РГР, не повне розуміння представленого матеріалу, відповіді на запитання захисту (включно з теоретичною складовою) зі значними неточностями оцінюються в 1-7 балів;
- г) домашня частина роботи виконана, але студент взагалі не орієнтується в матеріалі – оцінюється в 0 балів.

Додаткові (бонусні) бали

Додаткові заохочувальні бали виставляються за успішну участь (призове місце) в університетській олімпіаді з вищої математики (1 – 5 балів). Також бонусний 1 бал може бути отриманий при здачі в кінці семестру лектору власноруч написаного конспекту лекцій.

Максимальна кількість заохочувальних балів не перевищує 5 балів у семестрі.

Форма семестрового контролю – екзамен

Значення **R_с – стартової шкали** поточної успішності дорівнює сумі максимальних вагових балів:

$$R_c = 10 + 26 + 14 = 50 \text{ балів.}$$

Екзаменаційні бали **R_е = 50** балів (теоретичні питання і практичні завдання з різних тем).

Екзаменаційний білет з кредитного модуля «Вища математика. Частина 2» складається з 5 питань (1 теоретичне і 4 задачі з різних тем), кожне питання оцінюється в 10 балів. Всього 50 балів.

У випадку переходу на дистанційне навчання за рішенням викладача передбачена можливість виставлення екзаменаційної оцінки «автоматом» (за згодою студента) шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою. У разі незгоди студента з оцінкою «автоматом», студент складає екзамен в режимі відео зв'язку згідно з розкладом екзаменаційної сесії, при цьому проводиться усне опитування студента, усно перевіряються знання теоретичного матеріалу за семестр та перевіряються вміння застосовувати їх для розв'язання різних практичних задач. У разі технічних збоїв (відключення світла, Інтернету, тощо) керуватися додатком 1 до наказу 7-86, п.3.15.

Розмір рейтингової шкали з кредитного модуля формується як сума балів поточної успішності – стартового рейтингу **R_с** (рейтингові бали та заохочувальні/штрафні бали) та екзаменаційних балів **R_е**:

$$R = R_c + R_e = 50 + 50 = 100.$$

Якщо індивідуальний рейтинг студента $R_i < 30$ балів і він вважається не допущеним до екзамену основної сесії, то, у випадку зарахованої розрахункової роботи, студенту надається можливість отримання допуску до додаткової сесії, шляхом проведення додаткових контрольних заходів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою;

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено Денисенко Н. Л., доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 10 від 24.06.2026 р.)

Погоджено Методичною комісією ФЕА (протокол № 10 від 24.06.2026 р.)

Додаток А**Приклад типового варіанту МКР за темами всього семестру**

(рекомендована схема типового варіанту МКР, кількість завдань може відрізнятися, МКР може розбиватися на декілька частин), також проводиться усне опитування з розглянутого на лекціях теоретичного матеріалу з тем МКР

Варіант 51 (зразок).

1. Знайти об'єм тіла, утвореного при обертанні фігури $\Phi: y = x^3; y = x$; навколо осі Ox та Oy .
2. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \frac{x+y}{x-y}$.
3. Знайти частинний розв'язок рівняння $y'' - 2y' + y = 10 \sin 2x$, який задовольняє початкові умови $y(0) = 0, y'(0) = -1$.
4. Дослідити на абсолютну або умовну збіжність ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \left(\frac{2n^3 + 1}{3n^3 + 5n - 1} \right)^{7n^2}$.
5. Знайти область збіжності функціонального ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n \cdot (2x+1)^n}{3^n (n^2 + 1)}$.
6. Обчислити $\iiint_G (xy + z) dx dy dz$, де область G обмежена поверхнями $x^2 + y^2 = 4, z = -\sqrt{x^2 + y^2}, z = 0$.
7. Обчислити інтеграл $\int_L (2y^2 + x) dx + (x^2 - xy) dy$, де L це ламана ABC : $A(0,2), B(2,0), C(-1,0)$.
8. Знайти потік векторного поля $\vec{a} = 2x\vec{i} + 8y\vec{j} + 4z\vec{k}$ через частину площини $\sigma: 2x + y + 4z = 8$, що лежить у першому октанті $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ (кут між нормаллю і віссю Oz – тупий).

Варіант 52 (зразок).

1. Обчислити довжину дуги кривої $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/6 \leq t \leq \pi/4.$
 2. Знайти розв'язок задачі Коші $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$, $y(0) = \frac{\pi}{2}$, $y'(0) = 2$.
 3. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' + y = 2 \operatorname{ctg} x$.
 4. Знайти область збіжності функціонального ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-5)^{2n}}{9^n (3n^2 - 2)}$.
 5. Розкласти функцію в ряд Фур'є $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-2; 0); \\ 3x - 1, & x \in (0; 2). \end{cases}$
 6. Обчислити $\iint_D (4xy + 1) dx dy$, де область D: $y = x^2$, $x + y - 2 = 0$.
 7. Знайти масу поверхні $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 9$, ($z \geq 0$) з поверхневою густиною $\gamma(x, y, z) = z$.
 8. Знайти циркуляцію векторного поля $\vec{a} = 2x\vec{i} + (8 + zx)\vec{j} + 4z^2xy\vec{k}$ вздовж контуру $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ z = 4. \end{cases}$
-

Додаток Б

Перелік екзаменаційних питань, що виносяться на екзаменаційну сесію з дисципліни «Вища математика. Частина 2»

1. Поняття первісної, її властивості. Означення невизначеного інтеграла.
2. Основні властивості невизначеного інтеграла (з доведенням).
3. Метод підстановки: теорема про заміну змінної у невизначеному інтегралі. Метод інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. (з доведенням). Типи інтегралів, які інтегруються методом інтегрування частинами.
4. Інтегрування раціональних функцій вигляду $R(\sin x; \cos x)$.
5. Інтегрування раціональних функцій вигляду $R\left(x, (ax + b)^{\frac{m_1}{n_1}}, \dots, (ax + b)^{\frac{m_s}{n_s}}\right)$. Інтегрування раціональних функцій вигляду $R(x; \sqrt{a^2 - x^2})$, $R(x; \sqrt{x^2 - a^2})$, $R(x; \sqrt{x^2 + a^2})$ за допомогою тригонометричних підстановок (з доведенням).
6. Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла.
7. Визначений інтеграл: означення, його геометричний та фізичний зміст. Теорема про достатні умови інтегровності функції. Основні властивості визначеного інтеграла.
8. Інтеграл зі змінною верхньою межею. Теорема Барроу, її наслідки. Формула Ньютона-Лейбніца (з доведенням).
9. Теорема про заміну змінної у визначеному інтегралі. Теорема про інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Інтеграли з симетричними межами інтегрування. (з виводом)
10. Обчислення за допомогою визначеного інтегралу площі плоских фігур в декартових координатах та заданих параметричними рівняннями (з виводом). Означення криволінійного сектора. Обчислення площі криволінійного сектора (з виводом).
11. Обчислення за допомогою визначеного інтегралу об'єму тіла за площами паралельних перерізів. Об'єм тіла обертання (з виводом)

12. Обчислення за допомогою визначеного інтегралу довжини дуги кривої, заданої в декартових координатах (з виводом). Обчислення довжини дуги кривої, заданої параметричними рівняннями та в полярній системі координат. (з виводом)
13. Невласний інтеграл 1-го роду: означення, геометричний зміст. Дослідження збіжності інтеграла
$$\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}, \quad p \in \mathbb{R}, \quad a > 0.$$
14. Невласний інтеграл 2-го роду: означення, геометричний зміст. Дослідження збіжності інтеграла
$$\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^p}, \quad p \in \mathbb{R}, \quad a < b.$$
15. Диференціальні рівняння першого порядку: основні означення, початкова умова, загальний і частинний розв'язок, задача Коші. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші, її геометричний зміст.
16. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними: означення, знаходження загального розв'язку (з виводом). Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних: означення, знаходження загального розв'язку. (з виводом)
17. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку: означення, знаходження загального розв'язку методом Бернуллі. Знаходження загального розв'язку методом Лагранжа. (з виводом)
18. Рівняння Бернуллі: означення, знаходження загального розв'язку. Рівняння в повних диференціалах.
19. Диференціальні рівняння вищих порядків: основні означення, загальний і частинний розв'язок, теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Деякі диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку (I, II, III тип); їх інтегрування.
20. Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку, основні означення, властивості розв'язків. Визначник Вронського. Фундаментальна система розв'язків, її властивості.
21. Сформулювати теорему про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку та теорему про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку. Метод Лагранжа знаходження розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
22. Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами (якщо корені характеристичного рівняння дійсні різні (з виводом), корені характеристичного рівняння дійсні і рівні, корені характеристичного рівняння комплексно спряжені).
23. Знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами та правою частиною спеціального вигляду.
24. Поняття числового ряду, частинної суми. Збіжність і розбіжність ряду. Сума ряду. Дослідження на збіжність геометричного ряду $\sum_{n=0}^{+\infty} b_1 \cdot q^n$ (з виводом).
25. Сформулювати основні властивості збіжних числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Її наслідок (достатня умова розбіжності ряду). (з виводом)
26. Знакододатні ряди. Сформулювати достатні ознаки збіжності знакододатних рядів: інтегральна ознака Коші-Маклорена, перша теорема порівняння, друга теорема порівняння, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші.
27. Знакозмінні ряди. Теорема про абсолютну збіжність. Поняття абсолютної та умовної збіжності ряду. Властивості знакозмінних рядів (сформулювати). Знакопочережні ряди. Сформулювати теорему Лейбніца і її наслідок.
28. Означення функціонального ряду. Область збіжності та розбіжності. Рівномірна збіжність. Теорема Вейєрштрасса (сформулювати).
29. Означення степеневого ряду, сформулювати теорему Абеля. Поняття радіуса та інтервалу збіжності степеневому ряду. Спосіб знаходження радіуса збіжності степеневому ряду. Сформулювати властивості степеневих рядів.
30. Розклад функції в ряд Тейлора, ряд Маклорена. Сформулювати теорему про необхідні та достатні умови розкладу функції у ряд Тейлора.
31. Теорема про достатні умови розкладу функції у ряд Тейлора (сформулювати). Розклад в ряд Маклорена елементарних функцій $e^x, \operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x$. (з виводом)
32. Тригонометричний ряд. Обчислення коефіцієнтів Фур'є. Ряд Фур'є. Теорема Діріхле про достатні умови розкладу 2π -періодичної функції в ряд Фур'є.
33. Розклад в ряд Фур'є парних і непарних 2π -періодичних функцій. (з виводом)
34. Розклад в ряд Фур'є $2l$ -періодичної функції, $l \neq \pi$, (вивід основних формул). Теорема Діріхле про достатні умови для розкладу $2l$ -періодичної функції в ряд Фур'є.

35. Розклад в ряд Фур'є неперіодичних функцій, заданих на $(a;b)$ і на $(0;b)$.
36. Комплексна форма ряду Фур'є (з виводом).
37. Подвійний інтеграл: означення, геометричний та механічний зміст подвійного інтегралу, достатні умови інтегровності функції. Сформулювати основні властивості подвійного інтегралу.
38. Двократні інтеграли (основні поняття). Обчислення подвійного інтеграла в прямокутній декартовій системі координат.
39. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення подвійного інтегралу в полярній системі координат (з виводом).
40. Потрійний інтеграл: означення, геометричний та механічний зміст потрійного інтегралу, умови існування та основні властивості.
41. Трикратні інтеграли (основні поняття). Обчислення потрійного інтеграла в прямокутній декартовій системі координат.
42. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній системі координат (з виводом).
43. Обчислення потрійного інтеграла в сферичній системі координат (з виводом).
44. Криволінійний інтеграл I-го роду: означення, геометричний та механічний зміст, теорема існування, властивості.
45. Обчислення криволінійного інтеграла I-го роду при параметричному, явному та полярному представленні кривої інтегрування. Застосування криволінійного інтегралу першого роду
46. Криволінійний інтеграл II-го роду: означення, теорема існування, деякі властивості. Обчислення криволінійного інтеграла II-го роду.
47. Формула Гріна (сформулювати). Умови незалежності криволінійного інтеграла II-го роду від шляху інтегрування, наслідки. Інтегрування повних диференціалів.
48. Поверхневий інтеграл I-го роду: означення, геометричний та механічний зміст, теорема існування, механічний та геометричний зміст, властивості. Обчислення поверхневого інтеграла I-го роду.
49. Поверхневий інтеграл II-го роду: означення, властивості. Обчислення поверхневого інтегралу II-го роду. Теорема Остроградського-Гаусса (сформулювати).
50. Векторне поле. Векторні лінії. Потік векторного поля: означення, обчислення, фізичний зміст потоку.
51. Дивергенція векторного поля: означення, властивості. Теорема Остроградського-Гаусса. Інваріантне означення дивергенції. Фізичний зміст дивергенції.
52. Циркуляція векторного поля: означення, фізичний зміст циркуляції. Ротор векторного поля: означення, властивості. Теорема Стокса. Інваріантне означення ротора.
53. Потенціальне, соленоїдальне та гармонійне поле: їх означення та деякі властивості. Потенціал векторного поля, його знаходження.