



ВИЩА МАТЕМАТИКА. ЧАСТИНА 1. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА

ГЕОМЕТРИЯ. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ.

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>G Інженерія, виробництво та будівництво</i>
Спеціальність	<i>G21 Біотехнології та біоінженерія</i>
Освітня програма	<i>Біотехнології</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів (150 годин): лекції-30 год; практичні-30 год; СРС-90 год.</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Іспит, МКР</i>
Розклад занять	http://roz.kpi.ua , https://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Коваль Ольга Олександрівна, ст. викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ Практичні: Коваль Ольга Олександрівна, ст. викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ Koval_O_A@ukr.net
Розміщення дисципліни	<i>Платформа дистанційного навчання «Сікорський». Електронний Кампус КПІ ім. Ігоря Сікорського, сайт кафедри</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності у новітніх технологіях та комп'ютерному дизайнові матеріалів, використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Програмні компетентності

З К 1 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

З К 5 Здатність вчитись і оволодівати сучасними знаннями.

ФК1 Здатність використовувати знання з математики та фізики в обсязі, необхідному для досягнення інших результатів освітньої програми.

Програмні результати навчання

ПРН 1. Вміти застосовувати сучасні математичні методи для розв'язання практичних задач, пов'язаних з дослідженням і проектуванням біотехнологічних процесів. Використовувати знання фізики для аналізу біотехнологічних процесів.

ПРН 15. Базуючись на знаннях про закономірності механічних, гідромеханічних, тепло- та масообмінних процесів та основні конструкторські особливості, вміти обирати відповідне устаткування у процесі проектування виробництв біотехнологічних продуктів різного призначення для забезпечення їх максимальної ефективності.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в першому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти. Є основою для вивчення інформаційних технологій, методів аналізу у біотехнології, процесів, апаратів, устаткування біотехнологічних виробництв.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. *Елементи лінійної алгебри і аналітичної геометрії*: Елементи лінійної алгебри. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії на площині та в просторі.
2. *Вступ до математичного аналізу*: Множини чисел. Числові послідовності, границі. Границі та неперервність функції однієї змінної.
3. *Диференціальне числення функції однієї змінної*: Похідна функції, диференціал. Похідні та диференціали вищих порядків, їх застосування. Застосування диференціального числення для дослідження функцій і побудови їх графіків.
4. *Елементи вищої алгебри*: Комплексні числа. Полярна система координат. Многочлени. Раціональні дробі.
5. *Інтегральне числення. Невизначений інтеграл*: первісна функції, невизначений інтеграл та його властивості, основні методи інтегрування, основні класи інтегрованих функцій. *Визначений інтеграл*: задачі, що призводять до поняття визначеного інтеграла, означення визначеного інтеграла та його геометричний зміст, основні властивості визначеного інтеграла, формула Ньютона-Лейбніца, заміна змінної у визначеному інтегралі та інтегрування частинами, невластні інтеграли першого та другого роду, застосування визначеного інтеграла в задачах геометрії та фізики.
6. *Функції багатьох змінних*. Функції двох та багатьох змінних. Частинні похідні та їх геометричний зміст. Частинні диференціали. Повний диференціал функції двох та багатьох змінних. Диференціали вищих порядків функції двох змінних. Похідна за напрямком. Градієнт скалярного поля і його властивості. Дотична площина і нормаль до поверхні. Екстремуми функції двох змінних. Векторне поле, основні характеристики векторного поля.
7. *Диференціальні рівняння*. Диференціальні рівняння першого порядку, основні означення, задача Коші. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та методи їх розв'язування. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння другого та вищих порядків, методи їх розв'язування. Задача Коші. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базові інформаційні ресурси

1. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – Київ: Ігнатекс–Україна, 2013. – 648 с.
2. Герасимчук І.С., Васильченко І.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу.

Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі: Навч. Посіб. – Вид: 2-ге, випр.. – К.: Книги України ЛТД, 2014. – 578 с.

3. Коваль, О. О. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення. Конспект лекцій [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями 161 «Хімічні технології та інженерія», 162 «Біотехнології та біоінженерія» / О. О. Коваль, О. Б. Поліщук, В. І. Стогній ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 6.36 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. - 196 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/58438>
4. Вища математика. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: збірник задач до розрахункової роботи та приклади розв'язування типових задач [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальностями 161«Хімічні технології та інженерія», 162 «Біотехнології та біоінженерія» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Качаєнко О. Б., Коваль О. О., Поліщук О. Б., Стогній В. І. – Електронні текстові дані. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 117 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48741>

Додаткові інформаційні ресурси

- 1.Гудименко Ф.С.,Борисенко Д.М.,Волкова В.О. Збірник задач з вищої математики:навч.посібник для студентів природничих факультетів університетів-К.:вид-во Київського університету,352с.
2. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.

Інформаційні ресурси

1. Дудкін М. Є. Вища математика [Електрон. ресурс]: підруч. для здобувачів ступеня бакалавра за інженер. спец. / М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахно; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електрон. текстові дані (1файл: 10,96 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с. – Назва з екрана. – Режим доступу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51064>

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

Перелік лекцій

Лекція 1. Матриці та визначники..

- 1.1. Основні поняття та означення.
- 1.2 Дії над матрицями, добуток матриць і його властивості.
- 1.3. . Визначники. Основні поняття.
- 1.4. Властивості визначників і їх обчислення

Лекція 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

- 2.1. Системи алгебраїчних лінійних рівнянь. Метод Крамера.
- 2.2. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування СЛАР.
- 2.3.. Метод Гаусса.

СРС: .Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі.

Лекція 3. Вектори в прямокутній системі координат. Скалярний добуток векторів

- 3.1 Вектори. Лінійні операції над векторами.
- 3.2. Скалярний добуток векторів та його властивості.
- 3.3. Геометричний та фізичний зміст скалярного добутку

3.4. Застосування скалярного добутку до розв'язування планіметричних задач

СРС: Базис та координати

Лекція 4. Векторний та мішаний добуток векторів. Лінійно залежна та незалежна система векторів

4.1. Векторний добуток, його основні властивості.

4.2. Мішаний добуток трьох векторів, компланарність векторів.

Лекція 5. Аналітична геометрія на площині. Пряма.

5.1. Пряма на площині, рівняння прямої в різних видах:

загальне, канонічне, параметричне, нормальне, у відрізках на осях, з кутовим коефіцієнтом.

5.2. Взаємне розташування прямих, умова перпендикулярності і паралельності прямих.

Лекція 6. Аналітична геометрія на площині. Криві другого порядку..

6.1. Еліпс. Рівняння, вивід, основні характеристики

6.2. Парабола. Рівняння, основні характеристики

6.3. Парабола. Рівняння, вивід, основні характеристики.

СРС. Коло. Рівняння, вивід.

Лекція 7. Границя числової послідовності. . Границя функції.

7.1. Означення числової послідовності. Границя послідовності.

7.2. Обмежені і необмежені послідовності.

7.3. Збіжні послідовності.

7.4. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності.

7.5. Границя функції, основні поняття.

7.6. Зв'язок нескінченно великих та нескінченно малих функцій.

Лекція 8. Перша визначна границя. Друга визначна границя.

СРС: Наслідки визначних границь

Лекція 9. Порівняння нескінченно малих функцій. Неперервність функції.

9.1. Еквівалентні нескінченно малі функції.

9.2. Інші визначні границі..

9.3. Таблиця еквівалентності.

9.4. Означення неперервності функції..

9.5. Точки розриву, Класифікація точок розриву.

Лекція 10. Похідна функції.

10.1. Похідна, означення.

10.2. Таблиця похідних.

10.3. Односторонні похідні..

СРС: Дотична і нормаль до кривої

Лекція 11. Диференціювання функцій.

11.1. Правила диференціювання.

11.2.. . Похідна складеної функції.

Лекція 12. Диференціювання функцій.

12.1. Похідна функції заданої параметрично.

12.2. Похідна неявної функції.

12.3. Логарифмічне диференціювання.

Лекція 13. Диференціал функції.

13.1. Означення і властивості диференціала.

13.2. Похідні і диференціали вищих порядків.

13.3. Правило Лопіталя

СРС. Застосування диференціала в наближених обчисленнях.

Лекція 14. Застосування диференціального числення для дослідження функцій.

14.1. Екстремум функції.

14.2. Точки перегину функції.

14.3. Асимптоти функції.

СРС. Монотонність функції.

Лекція 15. Повне дослідження функції та побудова її графіка.

15.1. Диференціальні теореми про середні значення.

15.2. Схема повного дослідження функції..

На практичних заняттях - Завдання до виконання

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1. Обчислення визначників. Правила Крамера. Дії над матрицями, Обернена матриця.

Практичне заняття 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Крамера, матричний метод, метод Гауса.

Практичне заняття 3. Вектори, скалярний добуток

Практичне заняття 4. Векторний та мішаний добуток векторів

Практичне заняття 5. Пряма на площині. **МКР(ч.1):**«Елементи лінійної та векторної алгебри»

Практичне заняття 6. Границя числової послідовності. Границя функції.

Практичне заняття 7. Перша і друга визначні границі.

Практичне заняття 8. Неперервність функції Порівняння нескінченно малих функцій.

Практичне заняття 9. Правила диференціювання та похідні елементарних функцій. Диференціювання складених функцій.

Практичне заняття 10. Диференціювання параметричних, неявних функцій, логарифмічне диференціювання.

Практичне заняття 11. Похідні вищих порядків. Правило Лопітала

Практичне заняття 12. Дослідження функції на монотонність, екстремум **МКР(ч.2)**
«Границі. Похідна функції. Правило Лопітала».

Практичне заняття 13. Дослідження функції на опуклість, асимптоти.

Практичне заняття 14. Повне дослідження функції і побудова графіка.

Практичне заняття 15. Підсумкова МКР «Повне дослідження функції і побудова графіка».

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента)

6. Самостійна робота.

– Перелік питань для підготовки до іспиту надано у **додатку А.**

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язування задач, підготовка до контрольних робіт та експрес опитування.

7. Політика та контроль

Політика щодо академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>.

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Політика дедлайнів та перескладань. Контрольні заходи (МКР) та завдання на практичних заняттях виконуються студентами тільки за розкладом, у встановлений для групи час, (виключення – перенесення написання групою (або окремих студентів) в зв'язку з необхідним дотриманням безпекових умов або з попередженням викладача та офіційним підтвердженням причини відсутності студента на написанні разом з групою).

У разі виявлення академічної недобросовісності під час виконання модульної контрольної роботи – результати контрольної заходу не враховуються. Повторне написання МКР передбачено за розкладом консультацій.

У разі виявлення академічної недобросовісності під час виконання екзаменаційної роботи студент усувається з іспиту і може повторити спробу здачі семестрового контролю на 1 чи 2 перескладанні.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР (у вигляді трьох частин МКР).

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу

Перелік питань, що виносяться на іспит наведений в Додатку А.

Семестровий контроль: іспит

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за підсумкову(третю частину МКР)12б., семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Модульна контрольна робота (МКР) поділена на 3 короткочасні контрольні роботи по 30 хвилин кожна. Виконуються наступні короткочасні контрольні роботи (ККР):

- ККР1 «Елементи лінійної і векторної алгебри».
- ККР2 «Границі .Дослідження функції на неперервність. Похідні».
- Підсумкова –ККР3 «Повне дослідження функції та побудова її графіка».

Зауваження. Всі контрольні роботи проводяться в рамках поточного контролю, що описується в PCO.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- 1) дві короткочасні контрольні роботи тривалістю 30 хвилин кожна і підсумкову КР тривалістю 30 хвилин;
- 2) 5 відповідей на практичних заняттях;
- 3) захист контрольних робіт,що включає теоретичне опитування з тем «Елементи лінійної і векторної алгебри, аналітичної геометрії», «Границі», «Диференціальне числення та його застосування для дослідження функції і побудови графіка»;
- 4) іспит.

Система рейтингових (вагових) балів та критерії оцінювання.

1. Контрольна робота.

Ваговий бал – 10, якість виконання: 6 – 10 (кількість завдань – залежно від теми). Кожне завдання оцінюється згідно з наступними критеріями:

бал	Опис критеріїв
10	Отримано правильну відповідь, обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування.
8-9	Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Окремі ключові моменти розв'язування обґрунтовано недостатньо. Можливі 1-2 негрубі помилки чи описки в обчисленнях або перетвореннях, які не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною.

6-7	Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування, але розв'язано правильно лише частину завдання. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною.
-----	--

Максимальна кількість балів за всі ККР дорівнює :106.х3=306.

2. Теоретичне опитування за темами :

«Лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія», «Диференціальне числення та його застосування».

Ваговий бал – 10, якість виконання: 6 – 10 (кількість завдань – залежно від теми). Кожне завдання оцінюється згідно з наступними критеріями:

Теоретична частина складається з п'яти питань по 2 бали, кожне з яких оцінюється за наступними критеріями:

Бали	Опис критеріїв
2	Якщо при відповіді на теоретичне питання екзамену студент у повному обсязі, безпомилково викладає програмний матеріал, логічно поєднує теоретичний матеріал з практикою та наводить конкретні приклади (якщо це вимагається у питанні).
[1.75; 2)	Якщо при відповіді на теоретичне питання екзамену студент відображає знання основного змісту курсу, але недостатньо розкриває деякі поняття, не наводить конкретні приклади.
[1,5; 1.75)	Якщо при відповіді на теоретичне питання екзамену студент припускає помилки, не відображає знання основних понять або не може поєднати набуті знання з практикою(якщо це вимагається у питанні).
[1; 1,5)	Якщо при відповіді на теоретичне питання екзамену студент слабо орієнтується у програмному матеріалі, припускає грубі помилки у відповідях.
[0.5;1)	Якщо при відповіді на теоретичне питання екзамену студент виявив незнання змісту програмного матеріалу.
[0,0,5)	Якщо студент взагалі не приступив до відповіді на теоретичне питання.

Бали за порушення дедлайнів та заохочувальні бали:

- За порушення дедлайну надсилання КР без поважних причин знімаються бали наступним чином: 0.5-1год.-1 бал.;1-2 год.-2бал.;2-3год.-3бали. При порушенні дедлайну більше трьох годин КР вважається ненадісланою, тобто рейтингова оцінка невиконаного завдання $r = 0$ балів,
- за участь в математичній олімпіаді надається від 2 до 5 балів.

Розрахунок шкали (R) рейтингу студента.

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає

$$R_c = 10 \times 3 + 10 + 10 = 50 \text{ балів}$$

Календарна атестація студентів з дисципліни проводиться за значенням поточного рейтингу студента на час атестації. Якщо значення цього рейтингу не менше 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається задовільно атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється “неатестовано”.

Необхідною умовою допуску до іспиту є:

- стартовий рейтинг (r_c) не менше ніж 60% від R_c , тобто $r_c \geq 30$ балів;
- не менш ніж одна позитивна атестація з дисципліни.

Система оцінювання теоретичних питань на іспиті:

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації): 9-10 балів;
- повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації або незначні неточності) : 7-8 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації та деякі помилки): 5-6;
- незадовільна відповідь оцінюється у 0-4 балів.

Система оцінювання практичних завдань на іспиті:

- повне безпомилкове розв’язування задачі: 10 балів;
- повне розв’язування задачі з несуттєвими неточностями: 8-9 балів;
- завдання виконане із суттєвими недоліками : 6-7 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь 0-5 бали.

Для отримання студентом відповідних оцінок його рейтингова оцінка RD переводиться згідно з таблицею:

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- При проходженні курсів(дистанційних чи онлайн) за темами з елементарної математики в рамках структури КПП ім. Ігоря Сікорського і отриманні сертифікату надається можливість отримання додаткових балів в залежності від успішності проходження цих курсів.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

ст. викладачем кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ

Ольгою Олександрівною Коваль

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол №10 від 24.06. 2026р.)

Погоджено Методичною комісією ФБТ (протокол № 6 від 26.06.2026р.)

Питання, що виносяться на іспит

1. Матриці. Означення, основні поняття. Алгебраїчні операції(дії) над матрицями і їх властивості.
2. Визначники. Означення і властивості визначників.
3. Алгебраїчні доповнення і мінори елементів визначника.
Обернена матриця і правило її знаходження.
4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Основні поняття.
Метод Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
5. Вектори (основні поняття і означення). Лінійні операції над векторами.
6. Скалярний добуток. Означення і властивості. Геометричний і фізичний зміст скалярного добутку. Проекція вектора на вісь. Зв'язок проекції і скалярного добутку.
7. Векторний добуток. Означення, властивості, геометричний і фізичний зміст
8. Мішаний добуток. Означення, властивості, геометричний зміст.
9. Канонічне і параметричне рівняння прямої на площині.
10. Рівняння прямої на площині у відрізках на осях; рівняння прямої на площині, що проходить через дві точки.
11. Кут між прямими на площині. Умова перпендикулярності і паралельності прямих.
12. Криві другого порядку. Коло, еліпс. Основні характеристики.
13. Гіпербола, парабола.. Основні характеристики.
14. Границя послідовності і функції.. Означення, основні поняття, геометрична інтерпретація.
15. Основні теореми про границі послідовності і функції.
16. Перша визначна границя. Вивід $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x) \cdot x = 1$
17. Друга визначна границя функції $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$
18. Наслідки першої і другої визначної границі.
19. Неперервність функції. Означення. Класифікація точок розриву.
20. Похідна функції. Означення. Геометричний і фізичний зміст. Рівняння дотичної і нормалі до функції.
21. Похідна степеневої і показникової функцій. Вивід.
22. Похідна $y = \log_a x$, $y = \ln x$. Вивід.
23. Похідна $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Вивід.
24. Похідна $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$. Вивід.
25. Похідні від гіперболічних функцій.
26. Показниково – степенева функція. Логарифмічне диференціювання.
27. Похідні параметрично заданих функцій. Друга похідна параметрично заданої функції.
28. Диференціал. Означення, властивості, геометричний зміст.
29. Теорема Ферма, теорема Ролля, Лагранжа і Коші. Геометрична інтерпретація.
30. Правило Лопітала. Узагальнення правила Лопітала на випадки $[0 \cdot \infty]$, $[1^\infty]$ і $[0^0]$
31. Перша і друга ознака монотонності функцій. Доведення.
32. Екстремуми. означення. Необхідна і достатня умови існування екстремума. Доведення.