



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Т.В. Авдеева

О.Б. Качаєнко

# ЧІСЛОВІ ТА ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ. РЯДИ ФУР'Є

**Збірник задач**

**“Рекомендовано”**

Методичною радою “КПІ ім. Ігоря Сікорського”

Київ  
«КПІ ім. Ігоря Сікорського»  
2019

УДК 517.521 (075.8)  
518.45 (075.8)  
ББК 22.161.542

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 4 від 19.12.2019 р.)*

*За поданням Вченої ради Фізико-математичного факультету  
(протокол № 9 від 28.11.2019 р.)*

Рецензенти:

**Іллічева Людмила Максимівна**

кандидат фіз.–мат. наук,  
доцент кафедри прикладної математики  
Національного авіаційного університету

**Дюженкова Ольга Юріївна,**

кандидат фіз.–мат. наук,  
доцент кафедри вищої та прикладної математики НУБіП

Відповідальний

редактор: **Дудкін Микола Євгенович,**  
доктор фіз.-мат. наук,  
професор кафедри диференціальних рівнянь  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

**Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є.** Збірник задач.

/Т.В. Авдєєва, О.Б. Качаєнко – К.: «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2019. – 131 с. –  
Бібліогр.: с. 131. – електронний ресурс.

Запропонований збірник задач з вищої математики «Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є» призначено для студентів інженерних спеціальностей. Він містить підбірку задач, які скомпоновані за типом завдань, як правило, у кількості достатньої для роботи із групою в 30 студентів. Запропоновані задачі практичного та теоретичного характеру, які необхідні для свідомого оволодіння матеріалом з числових та функціональних рядів (включаючи ряди Фур'є).

© Т.В. Авдєєва,  
О.Б. Качаєнко, 2019

## Зміст

№			
	Передмова	4	
1.	За заданим загальним членом ряду $a_n$ записати перші п'ять членів ряду, $(n + 1)$ -й член ряду та сам ряд.	5	88
2.	Записати одну з можливих формул загального члену ряду та сам ряд.	5	90
3.	Знайти суму ряду:	7	90
4.	За означенням дослідити ряди на збіжність:	8	91
5.	Довести границю	10	
6.	Користуючись достатньою ознакою розбіжності ряду, з'ясувати поведінку рядів	12	91
7.	Дослідити ряди на збіжність, використовуючи інтегральну ознаку Коші	14	92
8.	Дослідити на збіжність ряди за допомогою ознак порівняння	16	92
9.	Дослідити на збіжність ряди за допомогою радикальної ознаки Коші	18	93
10.	Дослідити на збіжність ряди за допомогою ознаки Даламбера	20	93
11.	Дослідити знакозмінні ряди на абсолютну та умовну збіжність	22	94
12.	Знайти суму ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ з точністю до $\varepsilon$ .	24	95
13.	Знайти область збіжності степеневого ряду та вказати радіус збіжності	25	96
14.	Знайти мажоранту ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ при умові $x \in [a; b]$ .	26	97
15.	Розкласти функцію $f(x)$ за степенями $(x - x_0)$ , вказати область збіжності.	28	97
16.	Розкласти функцію $f(x)$ в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду	29	99
17.	Обчислити границю, використовуючи розклад відповідних функцій в ряд Маклорена	32	101
18.	Обчислити значення функції $f(x)$ з точністю до $\varepsilon$ .	33	102
19.	Використовуючи розклад в ряд Маклорена підінтегральної функції, обчислити інтеграл $\int_a^b f(x) dx$ з точністю до $\varepsilon$ .	35	104
20.	Знайти п'ять перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд частинного розв'язку диференціального рівняння	37	106
21.	Розвинути функцію $f(x)$ в ряд Фур'є	38	110
22.	Розвинути функцію $f(x)$ в ряд Фур'є за синусами	40	111
23.	Розвинути функцію $f(x)$ в ряд Фур'є за косинусами	42	113
24.	Розвинути функцію $f(x)$ в ряд Фур'є	45	115
25.	Розвинути в ряд Фур'є функцію $y = f(x)$ , задану графічно на $(a; b)$	47	119
26.	Розвинути функцію $f(x)$ в ряд Фур'є	54	
27.	Теоретичне завдання.	57	
	Додаток 1. Питання для самоконтролю	59	
	Додаток 2. Тестові питання для самоконтролю	62	
	Додаток 3. Завдання підвищеної складності	75	
	Додаток 4. Питання до заліку з теми «Числові та функціональні ряди»	77	
	Додаток 5. Основні формули за темою «Ряди Фур'є»	79	
	Кросворди	80	128
	Література	131	

## Передмова

Важливою формою навчання студентів є самостійна робота над навчальним матеріалом, яка складається з вивчення теоретичних положень за лекціями або підручником, розгляду прикладів та самостійного розв'язання задач, причому опанування теоретичного матеріалу є необхідною передумовою формування практичних навичок, але не завжди є достатнім для цього. Вміння розв'язувати задачі формується виключно шляхом цілеспрямованої та кропіткої самостійної роботи, в тому числі і над аналізом прикладів розв'язання задач, які наведені у підручниках та навчальних посібниках.

При самостійному розв'язанні задач часто виникають певні труднощі, які пов'язані або з вибором методу розв'язування задачі, або з суто технічними особливостями обраного методу. Побороти утруднення другого роду порівняно нескладно – треба лише систематично працювати, виконуючи всі завдання викладача, в тому числі й ті, які здаються дуже простими. Вибір методу розв'язування вимагає більш глибокого аналізу прикладів з метою встановлення закономірностей, яким підкоряється цей вибір.

Збірник задач з вищої математики «Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є» має за мету організувати групову та індивідуальну (самостійну) роботу студентів при вивченні розділу «Ряди».

Збірник містить умови понад 1000 завдань, які скомпоновані за типом завдань, схожих за структурою та одного рівня складності. Автори сподіваються, що така підбірка задач дозволить користувачам свідомо оволодіти матеріалом з числових та функціональних рядів (включаючи ряди Фур'є).

У додатках наведені питання для самоконтролю, тестові питання для самоконтролю, завдання підвищеної складності, а також питання до заліку (іспиту). Теоретичні питання складено у відповідності до робочої програми кредитного модуля. Запропоновані завдання є багатоцільовими і можуть бути використані для семестрової розрахункової роботи студентів стаціонару, семестрової контрольної роботи студентів-заочників, модульної контрольної роботи, домашніх індивідуальних завдань. Наприкінці збірника наводяться відповіді на всі завдання практичного напрямку та перелік рекомендованої літератури. Збірник буде корисним не тільки для студентів інженерно-хімічного факультету, але й для студентів інших спеціальностей, де тема «Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є» вивчається у повному обсязі.

**Завдання 1.** За заданим загальним членом ряду  $a_n$  записати перші п'ять членів ряду,  $(n+1)$ -й член ряду та сам ряд:

$$1. a_n = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{n!}.$$

$$2. a_n = \frac{3n-1}{2^n \cdot \sqrt{n}}.$$

$$3. a_n = \frac{(3n+1)^n}{n!}.$$

$$4. a_n = \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{n!}.$$

$$5. a_n = \frac{\ln n}{n^2 + n + 1}.$$

$$6. a_n = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{(n+1)!}.$$

$$7. a_n = \frac{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (4n+1)}{(n+1)^2}.$$

$$8. a_n = \frac{(n+1)^n}{n! \cdot 3^n}.$$

$$9. a_n = \frac{n!}{n^n}.$$

$$10. a_n = \frac{(2n-1) \cdot 2^n}{n^n}.$$

$$11. a_n = \sqrt{\frac{n}{3n+1}} \cdot 2^n.$$

$$12. a_n = \frac{(n-1)!}{2n+1}.$$

$$13. a_n = \frac{\ln(n+1)}{n^2}.$$

$$14. a_n = \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right).$$

$$15. a_n = \frac{n^n}{n! \cdot \sqrt{n+2}}.$$

$$16. a_n = \frac{n}{e^n}.$$

$$17. a_n = \frac{2n-1}{n^3+1}.$$

$$18. a_n = \frac{2^n \cdot n!}{n^n}.$$

$$19. a_n = \frac{n+\sqrt[3]{3}}{\sqrt{n}}.$$

$$20. a_n = \frac{\ln(n+1)}{n^2+2}.$$

$$21. a_n = \frac{n \cdot 2^n}{(n+1)!}.$$

$$22. a_n = \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{2^n}.$$

$$23. a_n = \frac{e^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}.$$

$$24. a_n = \sin^n\left(\frac{\pi}{n}\right).$$

$$25. a_n = \left(\frac{n+1}{n}\right)^n \cdot \frac{1}{3^n}.$$

$$26. a_n = \frac{n+1}{n!}.$$

$$27. a_n = \frac{5n-1}{n \cdot 2^n}.$$

$$28. a_n = \frac{n^3}{\sqrt{1+2^n}}.$$

$$29. a_n = \sqrt[3]{n} \cdot \ln(n+1).$$

$$30. a_n = \frac{(n+1)^2}{4n-3}.$$

**Завдання 2.** Записати одну з можливих формул загального члену ряду та сам ряд.

$$1. 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{7}} + \frac{1}{\sqrt[3]{10}} + \dots$$

$$2. \frac{1}{2!} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} - \frac{1}{8!} + \dots$$

$$3. \frac{1}{2} - \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} - \frac{4}{2^4} + \dots$$

$$4. 1 + \frac{2!}{2^2} + \frac{3!}{3^2} + \frac{4!}{4^2} + \dots$$

$$5. 1 + \frac{2}{3!} + \frac{3}{5!} + \frac{4}{7!} + \dots$$

$$6. 1 + \frac{3}{3 \cdot 2} + \frac{3^2}{5 \cdot 2^2} + \frac{3^3}{7 \cdot 2^3} + \dots$$

$$7. 3 - \frac{9}{\sqrt[3]{2}} + \frac{27}{\sqrt[3]{3}} - \frac{81}{\sqrt[3]{4}} + \dots$$

$$8. 1 - \frac{2}{7} + \frac{3}{13} - \frac{4}{19} + \dots$$

9.  $\frac{1}{2} - \frac{2}{4} + \frac{3}{8} - \frac{4}{16} + \dots$
10.  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{3!}{2 \cdot 2^2} + \frac{5!}{3 \cdot 2^3} + \frac{7!}{4 \cdot 2^4} + \dots$
11.  $\frac{1!}{2 \cdot 3} + \frac{2!}{4 \cdot 5} + \frac{3!}{8 \cdot 7} + \frac{4!}{16 \cdot 9} + \dots$
12.  $\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{8^2} - \frac{1}{11^2} + \dots$
13.  $\frac{2!}{1 \cdot 1} + \frac{4!}{2^2 \cdot 2!} + \frac{6!}{3^2 \cdot 3!} + \frac{8!}{4^2 \cdot 4!} + \dots$
14.  $\frac{1}{2} + \frac{4}{9} + \frac{9}{28} + \frac{16}{65} + \dots$
15.  $\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \dots$
16.  $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{4}} + \dots$
17.  $1 - \frac{1}{6^2} + \frac{1}{11^2} - \frac{1}{16^2} + \dots$
18.  $1 + \frac{4}{5} + \frac{6}{10} + \frac{8}{17} + \dots$
19.  $3 + \frac{3^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{3^3 \cdot 3!}{3^3} + \frac{3^4 \cdot 4!}{4^4} + \dots$
20.  $1 - \frac{2!}{7} + \frac{3!}{13} - \frac{4!}{19} + \dots$
21.  $1 + \frac{1}{101} + \frac{1}{201} + \frac{1}{301} + \dots$
22.  $1 + \frac{2^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{4^4}{4!} + \dots$
23.  $\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 25}} + \frac{7}{\sqrt{3 \cdot 125}} + \frac{10}{\sqrt{4 \cdot 625}} + \dots$
24.  $\frac{1}{1 \cdot 2!} + \frac{1}{3 \cdot 4!} + \frac{1}{5 \cdot 6!} + \frac{1}{7 \cdot 8!} + \dots$
25.  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} + \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 4}} - \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 5}} + \dots$
26.  $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} + \dots$
27.  $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$
28.  $\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + \left(\frac{7}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} + \left(\frac{7}{2}\right)^4 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}} + \dots$
29.  $\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{4 \cdot 2} + \frac{1}{8 \cdot 3} + \frac{1}{16 \cdot 4} + \dots$
30.  $\frac{1}{5} + \left(\frac{3}{9}\right)^2 + \left(\frac{5}{13}\right)^3 + \left(\frac{7}{17}\right)^4 + \dots$

**Завдання 3.** Знайти суму ряду:

1. а)  $\frac{1}{10 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 18} + \dots;$
2. : а)  $\frac{1}{5 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 15} + \frac{1}{15 \cdot 20} + \frac{1}{20 \cdot 25} + \dots;$
3. а)  $\frac{6}{10 \cdot 13} + \frac{6}{13 \cdot 16} + \frac{6}{16 \cdot 19} + \frac{6}{19 \cdot 22} + \dots;$
4. а)  $\frac{4}{1 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 9} + \frac{4}{9 \cdot 13} + \frac{4}{13 \cdot 17} + \dots;$
5. а)  $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{6 \cdot 8} + \dots;$
6. а)  $\frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \frac{2}{6 \cdot 8} + \frac{2}{8 \cdot 10} + \dots;$
7. а)  $\frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots;$
8. а)  $\frac{2}{5 \cdot 6} + \frac{2}{6 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 8} + \frac{2}{8 \cdot 9} + \dots;$
9. а)  $\frac{4}{3 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 7} + \frac{4}{7 \cdot 9} + \frac{4}{9 \cdot 11} + \dots;$
10. а)  $\frac{2}{3 \cdot 6} + \frac{2}{6 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 12} + \frac{2}{12 \cdot 15} + \dots;$
- 11.)  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots;$
12. а)  $\frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} + \dots;$
13. а)  $\frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{11 \cdot 13} + \dots;$
14. а)  $\frac{2}{4 \cdot 6} + \frac{2}{6 \cdot 8} + \frac{2}{8 \cdot 10} + \frac{2}{10 \cdot 12} + \dots;$
15. а)  $\frac{4}{5 \cdot 9} + \frac{4}{9 \cdot 13} + \frac{4}{13 \cdot 17} + \frac{4}{17 \cdot 21} + \dots;$
16. а)  $\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots;$
17. а)  $\frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \dots;$

- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n}{6^n} ..$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 2^n - 2 \cdot 5^n}{10^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n - 5^n}{7^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot 2^n + (-1)^n}{4^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + (-4)^n}{6^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 - (-2)^n}{4^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n + (-1)^n 4^n}{10^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + (-1)^n}{6^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 6^n}{10^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 - 3^n}{6^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 + 3^n}{6^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot 2^n + (-3)^n}{6^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 + (-2)^n}{4^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot 3^n + (-1)^n}{6^n} .$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n} ..$
- б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3 \cdot 4^n}{8^n} .$

$$18.a) \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}.$$

$$19.a) \frac{4}{7 \cdot 11} + \frac{4}{11 \cdot 15} + \frac{4}{15 \cdot 19} + \frac{4}{19 \cdot 23} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n + 6^n}{9^n}.$$

$$20.a) \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \frac{3}{10 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 17} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot 3^n + 2^n}{6^n}.$$

$$21.a) \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \frac{3}{10 \cdot 13} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot 3^n - 2^n}{5^n}.$$

$$22.) \frac{3}{7 \cdot 4} + \frac{3}{10 \cdot 7} + \frac{3}{13 \cdot 10} + \frac{3}{16 \cdot 13} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{9^n}.$$

$$23.a) \frac{6}{1 \cdot 7} + \frac{6}{7 \cdot 13} + \frac{6}{13 \cdot 19} + \frac{6}{19 \cdot 25} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^n + 3 \cdot 5^n}{15^n}.$$

$$24.a) \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + (-5)^n}{10^n}.$$

$$25.a) \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 6} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 + 2^n}{6^n}.$$

$$26.a) \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - 3^n}{6^n}.$$

$$27.a) \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 + 2^n}{4^n}.$$

$$28.a) \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 2 \cdot 4^n}{6^n}.$$

$$29.a) \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}.$$

$$30.a) \frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 5} + \dots;$$

$$б) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 - 2^n}{4^n}.$$

**Завдання 4.** За означенням дослідити ряди на збіжність:

$$1. \quad a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n};$$

$$б) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right).$$

$$2. \quad a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot 2^n + (-1)^n}{4^n};$$

$$б) \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 5n + 6};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n^2 + 15n + 57}\right).$$

$$3. \quad a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 - 3^n}{6^n};$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{16n^2 + 8n - 3};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{9n^2 + 9n + 3}\right).$$

$$4. \quad a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{9^n};$$

$$б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2}{4n^2 - 1};$$

$$в) \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+3}{n+4}\right).$$



5. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n}{6^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{9n^2 - 3n - 2}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ .
6. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3 \cdot 4^n}{8^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16n^2 + 24n + 5}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{9n^2 + 15n + 7}\right)$ .
7. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^n + 3 \cdot 5^n}{15^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+5}{n+4}\right)$ .
8. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5+3^n}{6^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{16n^2 - 8n - 3}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{4n^2 + 14n + 13}\right)$ .
9. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{1-4n^2}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+4}{n+5}\right)$ .
10. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot 3^n - 3 \cdot 5^n}{15^n}$ ;      б)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{-2}{n^2 - 1}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{9n^2 + 3n + 1}\right)$ .
11. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n + (-1)^n 4^n}{10^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 16n + 15}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{16n^2 + 4n + 1}\right)$ .
12. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3+2^n}{6^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2 - 1}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+4}{n+3}\right)$ .
13. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 - (-2)^n}{4^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 4n - 3}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+6}{n+7}\right)$ .
14. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16n^2 - 24n + 5}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{9n^2 + 21n + 13}\right)$ .
15. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n + 6^n}{9^n}$ ;      б)  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 3n + 2}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{4n^2 + 10n + 7}\right)$ .
16. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 2^n - 2 \cdot 5^n}{10^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{2+n}{1+n}\right)$ .
17. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n - 5^n}{7^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 15n + 4}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n^2 + 11n + 31}\right)$ .
18. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot 3^n + 2^n}{6^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n^2 + 7n + 12}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$ .
19. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - 3^n}{6^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n^2 + 9n + 21}\right)$ .
20. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3+2^n}{4^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 3n + 2}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+8}{n+7}\right)$ .
21. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot 2^n + (-3)^n}{6^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n^2 + 7n + 13}\right)$ .
22. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1-2^n}{4^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 + 4n - 3}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+7}{n+6}\right)$ .

23. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 2 \cdot 4^n}{6^n}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 3n + 2}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg\left(\frac{1}{4n^2 + 2n + 1}\right)$
24. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 + (-2)^n}{4^n}$ ;	б) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 3n + 2}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+7}{n+8}\right)$ .
25. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n 4^n}{6^n}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 5n + 6}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)$ .
26. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + (-5)^n}{10^n}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 14n + 48}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg\left(\frac{1}{n^2 + 13n + 43}\right)$ .
27. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{6^n}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 9n + 20}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg\left(\frac{1}{n^2 + 5n + 7}\right)$ .
28. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot 2^n + (-3)^n}{6^n}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 13n + 42}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg\left(\frac{1}{4n^2 + 6n + 3}\right)$ .
29. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 15n + 4}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+3}{2+n}\right)$ .
30. а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot 3^n + (-1)^n}{6^n}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 - 3n - 2}$ ;	в) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$ .

**Завдання 5.** Довести границю, використовуючи числові ряди.

1. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!! \cdot 3^n} = 0$ .
2. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} = 0$ .
3. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{(2n)!!} = 0$ .
4. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{3^n \cdot (n+1)!} = 0$ .
5. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{(2n)!!} = 0$ .
6. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(2n)!!} = 0$ .
7. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{3^n \cdot (n+2)!} = 0$ .
8. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)!!}{(2n+2)!! \cdot 5^n} = 0$ .

9. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^n}{2^{n^2}} = 0$ .
10. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{(2n+1)!!} = 0$ .
11. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{5^n \cdot (n+1)!} = 0$ .
12. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln^n(n+2)} = 0$ .
13. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n)!}{(n!)^3 \cdot 4^{3n}} = 0$ .
14. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^3}{(3n+1)!} = 0$ .
15. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^2} = 0$ .
16. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (4n-2)} = 0$ .
17. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} = 0$ .
18. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)} = 0$ .
19. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-2)!!}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \dots \cdot (5n-3)} = 0$ .
20. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \dots \cdot (5n-3)} = 0$ .
21. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!} = 0$ .
22. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{n!}} = 0$ .
23. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{2n}}{(2n)!!} = 0$ .
24. Довести границу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{2n}}{\sqrt[n]{(2n+1)!}} = 0$ .

25. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{(2n)!} = 0$ .

26. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)!!}{n! \cdot 4^n} = 0$ .

27. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}} = 0$ .

28. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(3n)!!!} = 0$ .

29. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^4}{((2n)!)^2} = 0$ .

30. Довести границю  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{(2n)!} = 0$ .

**Завдання 6.** Користуючись достатньою ознакою розбіжності ряду, з'ясувати поведінку рядів:

1. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \arctg \frac{3}{n^2 + 5n + 2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 2n + 2}{n^2 + n - 3} \right)^{n+2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 2} - n)$ .

2. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (5n + 1) \cdot \left( e^{\frac{3}{6n+1}} - 1 \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(2n^2 + 1)^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 9} - \sqrt{n^2 + 2n + 5})$ .

3. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \tg \frac{2}{3^n + 5}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^4}{(n^2 + 1)^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 - 2n + 8})$ .

4. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) \cdot (\sqrt[n]{e} - 1)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 7n + 1}{n^2 + n - 2} \right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 5n + 2} - \sqrt{n^2 + 3})$ .

5. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \tg \frac{2}{n^2 + 3n + 1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{n+3} \right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n)$ .

6. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 3) \cdot \left( e^{\frac{2}{n+1}} - 1 \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2}{(2n+3)^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 5n + 3} - \sqrt{n^2 + 2n + 5})$ .

7. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} e^n \cdot \tg \frac{5}{e^n + 7}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3n+2)^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + n + 10} - \sqrt{n^2 + 2n})$ .

8. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \cdot \arcsin \frac{5}{4^n + 1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{(n+1)^3}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 - n + 2} - \sqrt{n^2 + 2n + 4})$ .

9. а)  $\sum_{n=2}^{\infty} (n+5) \cdot \ln \left( \frac{n+1}{n-1} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n+3}{4n+2} \right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{9n^4 + 3n^2 + 4} - 3n^2)$ .

10. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \arctg \frac{1+3n}{n^3 + 1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{2n+5} \right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^4 + 3n^2 + 1} - n^2)$ .

11. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (4n+3) \cdot \ln\left(\frac{3n+6}{3n+2}\right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2}{n^2+8}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+3n+7} - \sqrt{n^2-2n+11})$ .
12. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2^n+1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{3n+2}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2-4n+13} - \sqrt{n^2+3n+1})$ .
13. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (5n+1) \cdot \ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+5}{4n+3}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{25n^4-3n^2+7} - 5n^2)$ .
14. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \sin \frac{2n}{n^3+3}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+4}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2+2n+4})$ .
15. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \arcsin \frac{n}{4n^3+1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+4}{2n+1}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+4} - \sqrt{n^2+2n+2})$ .
16. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \cdot \sin \frac{2n}{3n^4+1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-1}{4n+2}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{4n^4+3n^2+n} - 2n^2)$ .
17. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{2+n}{n^3+n+1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+4n+1} - \sqrt{n^2+1})$ .
18. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \cdot (\ln n - \ln(n+2))$ ; б)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n-1}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{3n^2+n+1} - \sqrt{3n^2+2})$ .
19. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \sin \frac{3}{2^n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{3n+1}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2-4n+5} - \sqrt{n^2+2n-1})$ .
20. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (3n+1) \cdot \ln\left(\frac{n+3}{n+2}\right)$ ; б)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+2}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{3n^2+n+1} - \sqrt{3n^2+4n+2})$ .
21. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n} \cdot \sin \frac{5}{n+2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{3n-2}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{3n^2+n+1} - \sqrt{3n^2+2n-2})$ .
22. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \cdot \operatorname{arctg} \frac{3}{n+2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{3n+2}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{3n^2+n+1} - \sqrt{3n^2+2n+3})$ .
23. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1) \cdot \left(e^{\frac{2}{3n+1}} - 1\right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2n^2+2} - \sqrt{2n^2-3n+1})$ .
24. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2n \cdot \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+n+1}{2n^2+3}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+4n+1} - \sqrt{n^2+2n-1})$ .
25. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2n \cdot \left(e^{\frac{2}{3n}} - 1\right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+1}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2n^2+1} - \sqrt{2n^2+n+2})$ .
26. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (3n+1) \cdot \left(e^{\frac{2}{n}} - 1\right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+2n+5}{3n^2+n+1}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+3n-1} - \sqrt{n^2+n-1})$ .
27. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (3n+1) \cdot \left(e^{\frac{3}{2n+1}} - 1\right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2+2n+3}{4n^2+n-2}\right)^n$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{2n^2+n} - \sqrt{2n^2+3})$ .

$$28. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \sin \frac{2}{n^2 + n + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 2n + 2}{n^2 + n} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{4n^4 + 3n^2 + 10} - 2n^2).$$

$$29. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \arcsin \frac{4n}{n^3 + n + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+11}{n+10} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 2} - \sqrt{n^2 + 4}).$$

$$30. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \sin \frac{2n}{n^3 + n + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+4}{n+3} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - \sqrt{n^2 + 1}).$$

**Завдання 7.** Дослідити ряди на збіжність, використовуючи інтегральну ознаку Коші:

$$1. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)\ln^3(n+1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{\sqrt{n^3+1}}.$$

$$2. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^2(3n+1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+3}}.$$

$$3. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{\sqrt{n^2+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(2n-1)\ln^3(n+1)}.$$

$$4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{(n^3+1)\ln(n+2)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(2n+1)^4}.$$

$$5. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{n^2 \cdot \ln^4 n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n^2+1}.$$

$$6. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\ln(n+4)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+9}.$$

$$7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(3n+1)\ln(2n+2)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+4n+5}.$$

$$8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(3n+1)}{3n+2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{n^6+1}.$$

$$9. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^4 n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{\sqrt[3]{n^2+2}}.$$

$$10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n\sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+2)}{(n+4)(\ln^2(n+2)+1)}.$$

$$11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n \cdot \ln(n+1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-8}{(3n+1)^2}.$$

$$12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2+1)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+2)}{n+1}.$$

$$13. \text{ a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{(2n+1)\ln(3n+3)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt[3]{(n+1)^4}}.$$

14.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(\ln^2 n + 3)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n-1}}$ .
15.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(3n+1)\ln^2(5n+1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{\sqrt[3]{(n+5)^2}}$ .
16.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+5)\ln^3(2n+1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{3n+1}}$ .
17.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{20}{(3n-1)\ln^4(5n-1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n}{n^2+3}$ .
18.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(2n+1)\ln^3(3n+2)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^3+1}$ .
19.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2(5n+3)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{\sqrt[3]{4n^2-1}}$ .
20.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(2n-1) \cdot \sqrt[3]{\ln(n+1)}}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+1}$ .
21.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\ln^3(3n+2)}$ ;	б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{\sqrt[3]{3n-4}}$ .
22.a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n \cdot (\ln^2 n + 1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2+4n+5}$ .
23.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2+n)\ln^2 n}$ ;	б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n^2}{n^3-2}$ .
24.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^2}{n^6+9}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1)\ln(2n+3)}$ .
25.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)(\ln^2 n + 1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^4+5}$ .
26.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+2)}{(2n+1)(\ln^2(n+2)+1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n}{n^4+25}$ .
27.a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3\ln^2 n}{(n+1)(\ln^3 n + 2)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^4+4}$ .
28.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+5)\ln(2n+1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2n+2}$ .
29.a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+1)(\ln^2 n + 1)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+4}}$ .
30. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^3(3n+2)}$ ;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2+5}$ .

**Завдання 8.** Дослідити на збіжність ряди за допомогою ознак порівняння:

1. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left( 5^{\frac{2}{n^2+1}} - 1 \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 1}{5^n + 2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\cos n^2|}{5n^3 + 3n + 12}$ .
2. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{n^3 - 2n^2 + 2n + 6}{n^3 + 3n + 7} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2\sqrt{n}}}{n\sqrt{n}}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{\sqrt[3]{n^4 + 2n + 4}}$ .
3. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{n^2 + 6n - 1}{n^2 + 7n} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{3n^3 + 2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{\sqrt{n^4 + n + 3}}$ .
4. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{n^2 + 2n + 5}{n^2 + n + 3} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt[3]{n^5}}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^4 + n^2 + 1} - \sqrt{n^4 + n^2 + 2} \right)$ .
5. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{n^2 - 4n + 6}{n^2 + 3n + 1} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{2}{(n+1)^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\cos 2n|}{\sqrt[3]{n^5 + 5n}}$ .
6. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^3 + 2n^2 + n} - \sqrt{n^3 + 2n^2 + 5} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3n^2 + 1}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{2n^3 + n + 3}{2n^3 + 3} \right)$ .
7. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{4n^2 + 3} - 2n \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{n}}{n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^4 n}{n^4 + n^2 + 2}$ .
8. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{5n^2 + 3n - 2}{5n^2 + 7n - 5} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\sqrt{n^3}}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(n+1)}{n^2 + 3n + 2}$ .
9. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left( 2^{\frac{1}{\sqrt{n^5}}} - 1 \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n^3}}}{n^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin 2n|}{\sqrt{n^3 + 2n + 5}}$ .
10. a)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left( \sqrt{9n^2 + 10} - 3n \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{2\sqrt{n}}}{n}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{n^4 + n^2 + 3}{n^4 + n + 2} \right)$ .
11. a)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left( \sqrt{n^3 - n - 1} - \sqrt{n^3 - 8n + 10} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{3}{n}}{\sqrt{n}}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n^2 + 3^n}$ .
12. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^3 + 4n + 7} - \sqrt{n^3 - 3n + 5} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{7^n - 5}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin 3n|}{2n^3 + 3n + 7}$ .
13. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 1}{7^n + 3}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n}{n^3 + 2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(2n+1)}{n^3 + n + 2}$ .
14. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{\frac{\pi}{\sqrt[3]{n}}} - 1}{\sqrt{n}} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \operatorname{tg} \frac{2n}{n^4 + 3}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{3n^3 + 4}{3n^3 + n + 1} \right)$ .



15. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{2n^2 + n + 3}{2n^2 + 3} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \cos \frac{\pi}{2n+3} \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n + 3}$ .
16. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n^3}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( e^{\frac{2}{n}} - 1 \right)}{n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 2^n}$ .
17. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \arcsin^2 \frac{1}{n\sqrt{n}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{5^n - 3}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\cos n|}{3n^2 + n + 5}$ .
18. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{n^2}{n+1}}{\sqrt{n}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{4n^4 + 3} - 2n^2 \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n + n^3}$ .
19. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{6n^3 + 3n^2 - 5}{6n^3 + n^2 - 7} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 2^{\frac{1}{n\sqrt{n}}} - 1 \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{2n^2 + 5n}$ .
20. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \arcsin^5 \frac{2}{4\sqrt{n}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{\frac{\pi}{n^3}} - 1 \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\cos 4n|}{2n^3 + 3n + 7}$ .
21. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{4n^2 + 5n - 3}{4n^2 + 2n - 7} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5}{3^n + 1}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{\sqrt{4n^6 + 3n^5 + 1}}$ .
22. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{\frac{3}{\sqrt{n}}} - 1}{\sqrt{n}} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{3}{n^2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + n}$ .
23. a)  $\sum_{n=2}^{\infty} n \left( \sqrt{n^3 + 5} - \sqrt{n^3 + 8} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n + 3}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin n|}{2n^3 + 3n + 7}$ .
24. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left( 1 - \cos \frac{2}{n^2} \right)$ ; б)  $\sum_{n=2}^{\infty} \left( \sqrt{n^4 + 5} - \sqrt{n^4 - 2} \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + \operatorname{arctg}^2 n}{n^3 + 2n + 5}$ .
25. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left( e^{\frac{\pi}{2n^3}} - 1 \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^6 + 3n^2 + 3n} - \sqrt{n^6 + 3n^2 - 2n} \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^3 + 1}}$ .
26. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left( e^{\frac{1}{n^2}} - 1 \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^7 + 7n + 3} - \sqrt{n^7 + 2n + 1} \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{2n^2 + 5n}$ .
27. a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{n^2}{n^2 + 1}}{\sqrt{n}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{7^n + 8}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{n^4 + 2n + 3}{n^4 + n + 2} \right)$ .
28. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{3n^2 + 4n + 2}{3n^2 + 2n + 7} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left( e^{\frac{\pi}{n^4}} - 1 \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^4 n}{n^3 + 3n^2 + 1}$ .
29. a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{7n^2 + 8}{7n^2 + n + 3} \right)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left( 3^{\frac{1}{n^3}} - 1 \right)$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\cos n|}{(2n+1)^2}$ .

$$30. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{\pi}{(n+2)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} (\sqrt{n^5-2} - \sqrt{n^5-8}); \quad \text{в) } \sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( \frac{4n^3+3}{4n^3+n+5} \right).$$

**Завдання 9.** Дослідити на збіжність ряди за допомогою радикальної ознаки

Коші:

$$1. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \left( \frac{2n-1}{2n+3} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n-1}{4n+2} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}.$$

$$2. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \arcsin^n \left( \frac{\pi n}{4n^2+1} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n+1} \right)^{3n+1}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3^n}} \left( \frac{n+4}{n+3} \right)^{n^2}.$$

$$3. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} 2^n \cdot \arctg^n \left( \frac{n-1}{n+2} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n^n \cdot \left( e^{\frac{1}{3^n}} - 1 \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n+7}{3n+4} \right)^{n^2}.$$

$$4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \arctg^n \left( \frac{n+1}{2n-1} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} n^5 \left( \frac{n+3}{n+2} \right)^{n^2}.$$

$$5. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \left( \frac{2n-1}{n^2+3} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+2}{3} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n+2}{5n-3} \right)^{n^2}.$$

$$6. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} \arctg^n \left( \frac{n+2}{n^4-3} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{3n+1}{2n-3} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}.$$

$$7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \arctg^n \left( \frac{3-n^2}{2n+1} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} 5^n \cdot \left( \frac{n}{n+2} \right)^{n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n-1}.$$

$$8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \arctg^{2n} \left( \frac{\sqrt{3n}}{n+4} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n+5^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+7}{3n-1} \right)^{n^2}.$$

$$9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \arctg^{-n} \left( \frac{n+2}{n} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=3}^{\infty} \left( \frac{2n-4}{3n+1} \right)^{2n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+6}{n+2} \right)^{n^2}.$$

$$10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \left( \frac{n+1}{n-2} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=3}^{\infty} \left( \frac{2n-5}{3n+2} \right)^{2n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{3n}}.$$

$$11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \arctg^{-n} \left( \frac{n+2}{n} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{5n+4} \right)^{n+4}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^3-2n+1}{n^3+4} \right)^{n^2}.$$

$$12. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} (2n)^n \cdot \arcsin^n \left( \frac{n^2+1}{n^3+3} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \cdot \left( \frac{3}{2n+3} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5+1}.$$

$$13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \left( \frac{4n}{n^2+3} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+3}{3n-4} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{5^n}} \left( \frac{4n}{n+1} \right)^n.$$

$$\begin{array}{lll}
14. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \left( \frac{2n}{n^2+2} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n-11}{2n+3} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^{3n}}. \\
15. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \ln^n \left( \frac{2n^3}{n^3+1} \right); & \text{б)} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{5n+1}{3n-4} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( \frac{n+2}{n+1} \right)^{n^2}. \\
16. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^{n+2} \left( \frac{\pi n}{3n+2} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{e^{\frac{1}{2n}} - 1}{3n} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^7 + 7n}. \\
17. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \sin^n \left( \frac{3}{2n+1} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n+4}{2n-1} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}. \\
18. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \arcsin^n \left( \frac{\sqrt{3n}}{2n+3} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left( 2 + \frac{1}{n} \right)^n}; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n)^{2n}}{(3n^2+1)^n}. \\
19. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^{2n} \left( \frac{\pi n}{6n+2} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3n}; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n+2}{n} \right)^{n^2}. \\
20. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \cdot \sin^n \left( \frac{2}{n+3} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7n+1}{3n-2} \right)^{2n}; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} 3^{2n} \cdot \left( \frac{2n-1}{2n+3} \right)^{n^2}. \\
21. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} 3^{\frac{n}{2}} \cos^n \left( \frac{5}{n+2} \right); & \text{б)} \sum_{n=3}^{\infty} n \cdot \left( \frac{n^2-4}{3n^2+n-1} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{9^n}. \\
22. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{5^n} \cdot \cos^n \left( \frac{4}{n+1} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3} \left( \frac{n^2}{4n^2+3} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{4^n}. \\
23. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \sin^n \left( \frac{n+1}{5n^2-2} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \left( \frac{2n-1}{n} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2+1}{3n^2+n-1} \right)^{n^2}. \\
24. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \arcsin^n \left( \frac{1}{3n-1} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{n+2} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left( \frac{n}{3n+2} \right)^n. \\
25. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \sin^{2n} \left( \frac{\pi n^2+1}{6n^2+3n} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \cdot \left( \frac{n^2+4}{2n^2+3} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2+4}{n^2-2n+3} \right)^{n^2}. \\
26. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \sin^n \left( \frac{2n-1}{3n^2+1} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{\left( 3 + \frac{1}{n} \right)^n}; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\ln^n 3}. \\
27. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \sin^n \left( \frac{3}{n+2} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n-1}{3n+2} \right)^{2n}; & \text{B)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)^2 \cdot 3^n}{2^n}. \\
28. \text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arccctg}^n \left( \frac{2n^3-1}{3n^2+2} \right); & \text{б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2} \right)^n; & \text{B)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{2n+3} \right)^{n^2}.
\end{array}$$

$$29. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cos^n \left( \frac{n}{n^2+3} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=4}^{\infty} \left( \frac{3n+5}{2n-7} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left( \frac{n+2}{n} \right)^{n^2}.$$

$$30. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \sin^n \left( \frac{n}{2n^3-1} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n+3}{3n+1} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left( \frac{n+1}{n+2} \right)^{n^2}.$$

**Завдання 10.** Дослідити на збіжність ряди за допомогою ознаки Даламбера:

$$1. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{3 \cdot 8 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (5n-2)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{4 \cdot 3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{((n+1)!)^2}.$$

$$2. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{n^3 \cdot 5^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((2n+2)!!)^2}{(2n)!!}.$$

$$3. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 4^n}{(n!)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n!}{n^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(2n)!}.$$

$$4. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2 \cdot e^n}{5^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot (n+1)!}{n^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{((2n)!)^2}.$$

$$5. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 5^n}{\sqrt{(2n)!}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \cdot 2^n}{7 \cdot 3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{(n+1)! \cdot 2^n}.$$

$$6. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}{3^n \cdot (2n+1)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{2n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{\frac{n^n}{n!}}.$$

$$7. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \cdot 3^n}{(n+3) \cdot 4^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \cdot \dots \cdot (1000 + 2^{n-1})}{(2n)!!}.$$

$$8. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1) \cdot 5^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{n^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^4}{5^n}.$$

$$9. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^2 \cdot 3^n}{(n+5) \cdot 4^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)! \cdot 4^n}{(n+1)^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{(2n+1)! \cdot 2^n}.$$

$$10. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{6^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (2n-1)!}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(n-1)!}}{(\sqrt{n})^n}.$$

$$11. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 7}{n \cdot 3^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)!}{(2n+1) \cdot 10^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{(2n+1)!! \cdot 3^n}.$$

$$12. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 1}{n! \cdot 4^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 11 \cdot 18 \cdot \dots \cdot (7n-3)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(2n-1)!! \cdot 4^{3n}}.$$

$$13. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^{n+2}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 8 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (5n-2)}{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (3n+1)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{n! \cdot 5^n}.$$

$$14. \text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{4^n \cdot (n+2)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n \cdot n^2}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}.$$

$$\begin{array}{lll}
15. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{(n-1)!}; & \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{8n+7}{12n-1} \right)^n; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{5}^n} \left( \frac{n+5}{n+4} \right)^{n^2}. \\
16. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^2 \cdot 5^n}{(n+3) \cdot 4^{2n}}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot n!}{3^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!!}. \\
17. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n} \cdot (n+1)!}{5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot \dots \cdot (6n-1)}; & \text{B) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}}{n!}. \\
18. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5n+3) \cdot 2^{2n}}{(n+1) \cdot 7^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)! \cdot 5^n}{n^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((2n)!!)^2}{(4n)!!}. \\
19. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(2n+1)! \cdot 3^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(2n+1)! \cdot n^3}. \\
20. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+3} \cdot 3^n}{(n+1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n \cdot 2^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)! \cdot (n+3)!}{((n+5)!)^3}. \\
21. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{(n+1)! \cdot 4^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{n^3 \cdot 2^{n+1}}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(2n)!!}. \\
22. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 3^n}{(2n+1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{\sqrt{2}^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 1}{e^n}. \\
23. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{(n-1)! \cdot 2^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{(n+1)! \cdot 5^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{n^n}. \\
24. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-3}{n \cdot 2^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (2n+1)!}{3 \cdot 8 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (5n-2)}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}. \\
25. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot \sqrt[3]{n^2}}{(2n+1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot (n-1)!}{4 \cdot 10 \cdot 16 \cdot \dots \cdot (6n-2)}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}. \\
26. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{5^n \cdot (n-1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+3)!}{n! \cdot 4^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}. \\
27. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-1) \cdot 2^{2n+1}}{(n+2) \cdot 5^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1) \cdot 2^n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1001 \cdot 1002 \cdot \dots \cdot (1000+n-1)}{(2n-1)!!}. \\
28. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^3}{3^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (2n+1)!}{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (3n+2)}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)! \cdot 7^n}{(2n)!!}. \\
29. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 4}{7^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (2n)!}{4 \cdot 11 \cdot 18 \cdot \dots \cdot (7n-3)}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^n}. \\
30. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+4}{(n+1)! \cdot e^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 9 \cdot 14 \cdot \dots \cdot (5n-1)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(2n)! \cdot 4^n}.
\end{array}$$

**Завдання 11.** Дослідити знакозмінні ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$1. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)\sqrt{\ln^3(n+1)}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \sin \frac{\pi}{3n^3+1}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{2n+1}{n+2}\right)^{n^2}.$$

$$2. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \sin \frac{\pi}{n^3}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-1) \cdot \sqrt{\ln n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \left(e^{\frac{3}{n^2}} - 1\right).$$

$$3. \text{ a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+3)^3}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \left(e^{\frac{3}{n^2}} - 1\right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^3 \cdot \ln \frac{n^3+5}{n^3+10}.$$

$$4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \sin \frac{2}{n^3+3}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n \cdot \left(4^{\frac{3}{n^2}} - 1\right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \ln \frac{3n^3+2n^2+3}{3n^3+7}.$$

$$5. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \cdot \sqrt[3]{\ln^5 n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \left(e^{\frac{3}{n^3}} - 1\right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{1}{n+3}\right).$$

$$6. \text{ a) } \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt{\ln^3(n-1)}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \left(2^{\frac{1}{n^3}} - 1\right); \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \arcsin^2 \left(\frac{\pi}{\sqrt{n}}\right).$$

$$7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{\frac{1}{n}} - 1}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)\ln(n+4)}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\frac{1}{n+4}\right).$$

$$8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2+2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot \sqrt[5]{\ln^4(n+1)}}; \quad \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{n^2+2}\right)}.$$

$$9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4^{\frac{1}{n}} - 1}{(n+2)^3}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \ln \frac{5n^2+10}{5n^2+7}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{n+2}\right).$$

$$10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\operatorname{arctg}^2 n}{n^2+2}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n-1) \cdot \sqrt[3]{\ln^2 n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \left(e^{\frac{7}{n^2}} - 1\right).$$

$$11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^{\frac{1}{n}}}{n^3}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n+2)}{n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \operatorname{arctg}^2 \left(\frac{1}{n+1}\right).$$

$$12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n^2 \cdot \arcsin \frac{3\pi}{2n^4}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{\ln(n+2)}}{n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{n^2+1}{n^2+n}\right)^{2n}.$$

$$13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(1+n^2) \cdot \operatorname{arctg} n}; \quad \text{б) } \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-2) \cdot \sqrt[3]{\ln n}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{3n^2+5}{3n^2+7}\right)^{n^2+4}.$$

$$14. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sqrt{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{3}{n^3+1}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n \cdot \ln n}; \quad \text{в) } \sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \arcsin^2 \left(\frac{6}{n+2}\right).$$

$$15. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot (\ln^2 n + 4)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^5 \cdot \left(1 - \cos \frac{4}{n^3}\right); \quad \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n \cdot \left(e^{\frac{2}{n}} - 1\right).$$

$$\begin{aligned}
16. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos \frac{1}{n}}{n^2}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln^2(n+3)}{n+1}; & \text{B)} & \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n n \cdot \arcsin\left(\frac{3}{n+2}\right). \\
17. \text{a)} & \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n - 1}{n^2}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \ln \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + 3n + 1}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)^{3n}. \\
18. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n^3}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1) \cdot \sqrt[5]{\ln^3(n+3)}}; & \text{B)} & \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \left(1 - \cos \frac{3}{n}\right). \\
19. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sin \frac{1}{n}}{n^2}; & \text{б)} & \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\sqrt[3]{\ln^2(n+4)}}{n+2}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^3 \cdot \left(e^{\frac{4}{n^3}} - 1\right). \\
20. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin \frac{1}{n}}{n^3}; & \text{б)} & \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n \cdot \ln \frac{n^2 + 3}{n^2 - 1}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{n}{n^2 + 1}\right)}. \\
21. \text{a)} & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot (\ln^2 n + 1)}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \sin \frac{n+1}{n^3 + 3n}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{3n^2 + n}{2n^2 + 1}\right)^n. \\
22. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2) \cdot \ln^3(n+1)}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n^2 + 3}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{4n+7}{4n-2}\right)^{n+3}. \\
23. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} n}}{n^2 + 3}; & \text{б)} & \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n n \cdot \left(3^{\frac{1}{n^2}} - 1\right); & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \ln \frac{n^2 + 5}{n^2 + 2}. \\
24. \text{a)} & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2) \cdot \ln^3 n}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{3n}{n^4 + 5}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \cdot \left(e^{\frac{5}{\sqrt{n}}} - 1\right). \\
25. \text{a)} & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{\ln^5 n}}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n+1)^5 \cdot \left(1 - \cos \frac{6}{n^3}\right); & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{\frac{n}{3}}. \\
26. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sqrt{n} \cdot \left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1\right); & \text{б)} & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln(n+2)}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{2n}{n^3 + 3}\right). \\
27. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3) \cdot \ln^2(n+1)}; & \text{б)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^3 \cdot \left(1 - \cos \frac{2}{n^2}\right); & \text{B)} & \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{5n+6}{5n+8}\right)^{-4n}. \\
28. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n^2}; & \text{б)} & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt[3]{\ln^2 n}}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n+1) \cdot \arcsin^2\left(\frac{2}{\sqrt{n+3}}\right). \\
29. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\cos \frac{1}{n}}{n^2}; & \text{б)} & \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \cdot \ln \frac{n^4 + 3n^3 + n}{n^4 + 10}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{5n^2 + 3n}{3n^2 + 4}\right)^{n+1}. \\
30. \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\operatorname{arctg}^3 n}{n^2 + 4}; & \text{б)} & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \sqrt{\ln(n+3)}}; & \text{B)} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{3n^2 - 1}{3n^2 - 2}\right)^{\frac{n^2}{2}}.
\end{aligned}$$

**Завдання 12.** Знайти суму ряду  $\sum_{n=n_0}^{\infty} a_n$  з точністю до  $\varepsilon$ .

1. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2}{3^n \cdot n!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

2. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{(3n)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

3. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{(2n+1)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

4. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3n}{(n+2)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

5. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

6. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+2)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

7. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5^n \cdot 2n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

8. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

9. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3n}{2^n \cdot (2n)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

10. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot n!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

11. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{5}{3^{2n}}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

12. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

13. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^5 \cdot 2^n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

14. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{(3n)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

15. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n}{(2n+1)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

16. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2}{3n^2 \cdot 3^n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

17. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1) \cdot n!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

18. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^5 \cdot (3n^2 + 1)}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

19. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n \cdot 5^n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .



20. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2}{3n^4 + 1}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
21. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{5^n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
22. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3 \cdot (2n)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
23. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n+1}{5n^2 \cdot 3^n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
24. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{4^n \cdot (n^2 + 1)}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
25. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^2 - 1}{5^n \cdot 2n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
26. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n}{(3n+1)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
27. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n}{(n!)^2}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
28. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n \cdot n}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
29. Знайти суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \cdot (n+1)!}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
30. Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5 \cdot n^3}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

**Завдання 13.** Знайти область збіжності степеневого ряду та вказати радіус збіжності

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{4^n \cdot 2n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{9^n \cdot n}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot (3n+1)}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{5^n \cdot (7n+2)}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{7^n \cdot (2n-1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{5^n \cdot (2n-1)}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot n\sqrt{n}}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{4^n \cdot 7n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n \cdot (n^2 + 1)}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^{2n}}{9^n \cdot (n^2 - 2)}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{4^n \cdot (3n+1)}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{4^n \cdot n^2}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n \cdot n}{3^n \cdot (2n^2 + 1)}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{4^n \cdot 2n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n \cdot (3n^2 + 1)}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n \cdot (n^2 + 3)}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^{2n}}{9^n \cdot (3n+2)}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{3^n \cdot 2n}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n \cdot n\sqrt{n}}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{4^n \cdot \sqrt[3]{n^2}}.$$

$$22. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n \cdot (n^2+1)}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3^n \cdot \sqrt{2n+1}}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{4^n \cdot (n+2)}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3^n \cdot 2n}.$$

$$26. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n} (3n+1)}{4^n \cdot n^2}.$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{4^n \cdot 3n}.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \cdot \sqrt{n}}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{4^n \cdot n}.$$

**Завдання 14.** Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  при умові  $x \in [a; b]$ .

1. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\pi - x) \sin^2\left(\frac{nx + \pi}{2}\right)}{3^n}$  при умові  $x \in [0; \pi]$ .

2. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1) \cdot \sin nx}{n \cdot 2^n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .

3. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-2x)^{2n}}{n! \cdot 9^n}$  при умові  $x \in [0; 2]$ .

4. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x+1} \cdot \sin nx}{n \cdot 2^n}$  при умові  $x \in [0; 3]$ .

5. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n\sqrt{n} \cdot 6^n}$  при умові  $x \in [-4; 1]$ .

6. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 6^n}$  при умові  $x \in [3; 5]$ .

7. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \cdot \cos nx}{n^2 \cdot \sqrt{n}}$  при умові  $x \in [-1; 2]$ .

8. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^3 \cdot 8^n}$  при умові  $x \in [0; 3]$ .

9. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \cdot \sin nx}{n \cdot 3^n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .

10. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot 5^n}$  при умові  $x \in [0; 2]$ .

11. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \cdot \sin nx}{n\sqrt{n}}$  при умові  $x \in [0; 3]$ .

12. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n \cdot \cos nx}{4^n}$  при умові  $x \in [2; 3]$ .

13. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n^3 \cdot 3^{2n}}$  при умові  $x \in [0; 2]$ .

14. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n!}$  при умові  $x \in [-2; 2]$ .

15. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+2)^n}{n^2 \cdot 5^n}$  при умові  $x \in [-1; 1]$ .

16. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n \cdot \sin nx}{n^2 \cdot 4^n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .

17. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n^2 \cdot 9^n}$  при умові  $x \in [2; 4]$ .
18. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(n^2 + 3n) \cdot 4^n}$  при умові  $x \in [0; 2]$ .
19. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$  при умові  $x \in [-2; 1]$ .
20. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2x+1})^n}{n^2 \cdot 6^n}$  при умові  $x \in [0; 4]$ .
21. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n! \cdot 3^n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .
22. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-x)^n \cdot n}{(n^3 + 1) \cdot 2^n}$  при умові  $x \in [0; 1]$ .
23. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^{2n}}{n^2 \cdot 9^n}$  при умові  $x \in [-1; 1]$ .
24. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2x-1})^n}{n^4 \cdot 3^n}$  при умові  $x \in [2; 5]$ .
25. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n! \cdot 2^n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .
26. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n! \cdot 2^n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .
27. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{n \cdot 36^n}$  при умові  $x \in [0; 3]$ .
28. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \cdot \sin nx}{n^2 \cdot 2^n}$  при умові  $x \in [1; 4]$ .
29. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1) \cdot \sin^2 nx}{n \cdot 2^n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .
30. Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1) \cdot \sin(2nx)}{n^2 + n}$  при умові  $x \in [1; 3]$ .

**Завдання 15.** Розкласти функцію  $f(x)$  за степенями  $(x - x_0)$ , вказати область збіжності.

1. Розкласти функцію  $e^{2x}$  за степенями  $(x - 2)$ , вказати область збіжності.
2. Розкласти функцію  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  за степенями  $(x - 1)$ , вказати область збіжності.

3. Розкласти функцію  $\ln(3x-4)$  за степенями  $(x-2)$ , вказати область збіжності.
4. Розкласти функцію  $\frac{1}{x+4}$  за степенями  $(x-2)$ , вказати область збіжності.
5. Розкласти функцію  $\cos\frac{x}{2}$  за степенями  $\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ , вказати область збіжності.
6. Розкласти функцію  $\sqrt{x+5}$  за степенями  $(x-4)$ , вказати область збіжності.
7. Розкласти функцію  $\frac{1}{2x+3}$  за степенями  $(x-4)$ , вказати область збіжності.
8. Розкласти функцію  $\ln(5x+4)$  за степенями  $(x-1)$ , вказати область збіжності.
9. Розкласти функцію  $\frac{1}{3x+2}$  за степенями  $(x+1)$ , вказати область збіжності.
10. Розкласти функцію  $e^{2x-3}$  за степенями  $(x-1)$ , вказати область збіжності.
11. Розкласти функцію  $\sin\frac{\pi x}{3}$  за степенями  $(x-1)$ , вказати область збіжності.
12. Розкласти функцію  $\frac{1}{\sqrt{3+x}}$  за степенями  $(x+2)$ , вказати область збіжності.
13. Розкласти функцію  $\ln(2x+1)$  за степенями  $(x-4)$ , вказати область збіжності.
14. Розкласти функцію  $\ln(3x+2)$  за степенями  $(x-2)$ , вказати область збіжності.
15. Розкласти функцію  $\sin 2x$  за степенями  $(x+1)$ , вказати область збіжності.
16. Розкласти функцію  $\sqrt[3]{x+2}$  за степенями  $(x+1)$ , вказати область збіжності.
17. Розкласти функцію  $2x \cdot \sqrt[3]{x+1}$  за степенями  $(x-1)$ , вказати область збіжності.
18. Розкласти функцію  $\ln(3x+4)$  за степенями  $(x+1)$ , вказати область збіжності.
19. Розкласти функцію  $e^{5x+2}$  за степенями  $(x+2)$ , вказати область збіжності.

20. Розкласти функцію  $\frac{1}{3x+4}$  за степенями  $(x+1)$ , вказати область збіжності.
21. Розкласти функцію  $\ln x$  за степенями  $(x-1)$ , вказати область збіжності.
22. Розкласти функцію  $\frac{1}{x+3}$  за степенями  $(x+1)$ , вказати область збіжності.
23. Розкласти функцію  $\sin^2 x$  за степенями  $\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ , вказати область збіжності.
24. Розкласти функцію  $e^{3x+1}$  за степенями  $(x-1)$ , вказати область збіжності.
25. Розкласти функцію  $\frac{1}{\sqrt{x+4}}$  за степенями  $(x+3)$ , вказати область збіжності.
26. Розкласти функцію  $\frac{1}{x-2}$  за степенями  $(x-3)$ , вказати область збіжності.
27. Розкласти функцію  $\cos \frac{\pi x}{3}$  за степенями  $(x-3)$ , вказати область збіжності.
28. Розкласти функцію  $\sqrt[3]{x+4}$  за степенями  $(x-4)$ , вказати область збіжності.
29. Розкласти функцію  $\frac{2x-3}{x+1}$  за степенями  $(x-2)$ , вказати область збіжності.
30. Розкласти функцію  $\frac{1}{2x+5}$  за степенями  $(x+1)$ , вказати область збіжності.

**Завдання 16.** Розкласти функцію  $f(x)$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності.

1. Розкласти функцію  $\sqrt[3]{x} \cdot \cos 2x$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
2. Розкласти функцію  $\ln \sqrt[5]{\frac{1+x}{1-x}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
3. Розкласти функцію  $\frac{\sin x^2}{x^2}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
4. Обчислити границю  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$ , використовуючи розклад відповідних функцій в ряд Маклорена.

5. Розкласти функцію  $\ln(1-25x^2)$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
6. Розкласти функцію  $x(\operatorname{ch} 2x - 1)$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
7. Розкласти функцію  $\frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
8. Розкласти функцію  $\frac{1}{\sqrt[4]{1+x^3}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
9. Розкласти функцію  $(\sin x - \cos x)^2 \cdot x$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
10. Розкласти функцію  $\frac{\operatorname{arctg} x}{x}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
11. Розкласти функцію  $\frac{\ln(1+x^2)}{\sqrt[3]{x}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
12. Розкласти функцію  $\frac{\operatorname{arctg} x^5}{x\sqrt{x}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
13. Розкласти функцію  $\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
14. Розкласти функцію  $e^{-\sqrt{x}} - 1$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
15. Розкласти функцію  $\frac{e^{x^2} - 1}{x}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
16. Розкласти функцію  $\ln \frac{1+x}{1-x}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.

17. Розкласти функцію  $\frac{\ln(1+x^2)}{x}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
18. Розкласти функцію  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
19. Розкласти функцію  $\frac{x}{\sqrt[3]{8-x}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
20. Розкласти функцію  $\operatorname{ch} 2x^3$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
21. Розкласти функцію  $\ln(1-4x^2)$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
22. Розкласти функцію  $\frac{x}{\sqrt{4+x^2}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
23. Розкласти функцію  $\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
24. Розкласти функцію  $\sin^2 x$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
25. Розкласти функцію  $\frac{e^x-1}{x^2}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
26. Розкласти функцію  $\cos^2 x$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
27. Розкласти функцію  $\sqrt[3]{16-x^2}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
28. Розкласти функцію  $\frac{\operatorname{arctg} x}{x\sqrt{x}}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.



29. Розкласти функцію  $\frac{\ln(1+x^3)}{x^2}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.

30. Розкласти функцію  $\frac{(1+x)^2}{1+2x}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.

**Завдання 17.** Обчислити границю, використовуючи розклад відповідних функцій в ряд Маклорена.

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{7x^2}$ .

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin x}$ .

22.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg x}{1 - \cos 2x}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \operatorname{ch} 2x}{e^x - 1}$ .

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^x - 1}$ .

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \arcsin x}{2x + \arcsin x}$ .

13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin 3x}$ .

24.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arctg 3x}{7x}$ .

14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1}{\sin 3x}$ .

25.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x^2 - \cos x}{5x^2}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg 3x}{\ln(1-9x^2)}$ .

15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \operatorname{ch} 2x}$ .

26.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} 2x}{e^x - 1}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^x + x - 3}{\sin 2x}$ .

16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\arctg x}$ .

27.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{(e^{3x} + 3x - 1)x}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg 3x}{\ln(1-x^2)}$ .

17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \cos x}{e^x - e^{-x}}$ .

28.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^{x^2} - 1}$ .

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\arctg 2x}$ .

18.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{sh} 2x}$ .

29.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\operatorname{sh} x}$ .

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{e^{x^2} - 1}$ .

19.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 2x}{2x}$ .

30.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+x} - 1}{e^{2x} - 1}$ .

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\ln(1-x)}$ .

20.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - x}{\ln(1-x)}$ .

21.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$ .

**Завдання 18.** Обчислити значення  $f(x)$  з точністю до  $\varepsilon$ .

1. Обчислити значення  $\sqrt[6]{65}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .

2. Обчислити значення  $\ln 1,5$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .

3. Обчислити значення  $\sin 0,5$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .

4. Обчислити значення  $\cos 1$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
5. Обчислити значення  $\lg 5$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .
6. Обчислити значення  $\cos 5^\circ$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
7. Обчислити значення  $\sin 5^\circ$  з точністю до  $\varepsilon = 0,00001$ .
8. Обчислити значення  $\operatorname{arctg} \frac{1}{5}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,00001$ .
9. Обчислити значення  $\frac{1}{e}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
10. Обчислити значення  $\sqrt[3]{65}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,00001$ .
11. Обчислити значення  $\frac{1}{\sqrt[5]{e}}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
12. Обчислити значення  $\operatorname{arctg} \frac{1}{10}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,00001$ .
13. Обчислити значення  $\sqrt[3]{28}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
14. Обчислити значення  $\cos 10^\circ$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
15. Обчислити значення  $\ln(1,1)$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .
16. Обчислити значення  $\sin 0,2$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
17. Обчислити значення  $\sqrt[3]{66}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
18. Обчислити значення  $\operatorname{arctg} \frac{1}{4}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
19. Обчислити значення  $\operatorname{arctg} \frac{1}{6}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,00001$ .
20. Обчислити значення  $\sqrt[19]{1027}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .
21. Обчислити значення  $\ln(1,3)$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .
22. Обчислити значення  $\sqrt[4]{18}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
23. Обчислити значення  $\ln\left(1 + \frac{1}{8}\right)$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .
24. Обчислити значення  $\sqrt[3]{130}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .
25. Обчислити значення  $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .
26. Обчислити значення  $\operatorname{arctg} \frac{1}{3}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .

27. Обчислити значення  $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .

28. Обчислити значення  $\ln(1,2)$  з точністю до  $\varepsilon = 0,001$ .

29. Обчислити значення  $\sin 1^\circ$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .

30. Обчислити значення  $\sqrt[4]{630}$  з точністю до  $\varepsilon = 0,0001$ .

**Завдання 19.** Використовуючи розклад в ряд Маклорена підінтегральної

функції, обчислити інтеграл  $\int_a^b f(x) dx$  з точністю до  $\varepsilon$ .

1.  $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-2x^2} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

2.  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

3.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x} \cdot \cos 2x dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

4.  $\int_0^1 \sqrt[4]{x} \cdot e^{-x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

5.  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

6.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

7.  $\int_0^{0,5} \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{3}\right)}{x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

8.  $\int_0^{\frac{1}{5}} e^{-1,5x^2} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

9.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1+x^3} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

10.  $\int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

11.  $\int_0^{0.4} \cos \frac{x^2}{4} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
12.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \ln(1 + \sqrt{x}) dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
13.  $\int_0^1 x \cdot \cos x^3 dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
14.  $\int_0^{0.2} \frac{dx}{1+x^4}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
15.  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
16.  $\int_0^{0.1} \frac{\sin x}{x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
17.  $\int_0^{\frac{1}{10}} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
18.  $\int_0^{0.2} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
19.  $\int_0^{0.3} e^{-2x^2} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
20.  $\int_0^{0.1} \frac{dx}{1+x^3}$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
21.  $\int_0^{0.3} \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{2}\right)}{x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
22.  $\int_0^{0.2} \frac{1-e^{-x}}{x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
23.  $\int_0^{0.1} \frac{e^{-x}-1}{2x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
24.  $\int_0^{0.2} \frac{1-e^{\frac{-x}{2}}}{x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .
25.  $\int_0^{0.2} x^2 \cdot e^{-x} dx$  з точністю до  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

$$26. \int_0^{\frac{5}{2}} \frac{dx}{\sqrt[3]{125+x^3}} \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$27. \int_0^{0.5} \frac{\cos 2x}{x} dx \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$28. \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$29. \int_0^1 \sqrt[4]{x} \cdot \sin x dx \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$30. \int_0^{0.5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

**Завдання 20.** Знайти п'ять перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд частинного розв'язку диференціального рівняння:

$$1. \text{ а) } y' = x^2 \cdot y + y^3, \quad y(0) = -1; \quad \text{б) } y'' + 2y' + y = e^y, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = -1.$$

$$2. \text{ а) } y' = x^2 + 2y^2, \quad y(0) = 1; \quad \text{б) } y'' = \sin(y') + e^y + x^2, \quad y(\pi) = 0, \quad y'(\pi) = 0.$$

$$3. \text{ а) } y + y' = -xe^{y-2}, \quad y(1) = 2; \quad \text{б) } 4y^3 - y'' = y^4 - 16x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

$$4. \text{ а) } xy' = y^2 \ln y - y, \quad y(1) = 1; \quad \text{б) } (1+x)y'' = 6y' + y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

$$5. \text{ а) } y' = 2x + e^y, \quad y(0) = 0; \quad \text{б) } y'' = \cos(y') + e^x + xy, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0.$$

$$6. \text{ а) } (x+1)y' + y = \operatorname{ch} x, \quad y(0) = 2; \quad \text{б) } y'' = 2\sin^3 y \cdot \cos y + x, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 1.$$

$$7. \text{ а) } y' = 2x \cdot \cos y + 3e^x + y^2, \quad y(0) = 0; \quad \text{б) } y'' = y^2 + x^2, \quad y(-1) = 2, \quad y'(-1) = 1.$$

$$8. \text{ а) } y' \cdot \operatorname{tg} x = 1 + y, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1; \quad \text{б) } y'' = x \cdot \sin y', \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = \frac{\pi}{2}.$$

$$9. \text{ а) } y' = e^{\sin x} + xy, \quad y(0) = -1; \quad \text{б) } y'' - y^3 = y - x, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$$

$$10. \text{ а) } y' = x + 2y^2, \quad y(0) = 1; \quad \text{б) } y'' = y^2 - \sin 2x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

$$11. \text{ а) } y' = 2x + y + x^2 - \cos x, \quad y(0) = 0; \quad \text{б) } y'' = x^3 + 3y^2, \quad y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 1.$$

$$12. \text{ а) } y' = x + y^2 + 2e^x, \quad y(0) = 1; \quad \text{б) } y'' \cdot y^3 = -3x, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 3.$$

$$13. \text{ а) } y' = e^{2x} - 3xy, \quad y(0) = 1; \quad \text{б) } y'' = x \cdot y' + \cos y, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$$

$$14. \text{ а) } y' = x^2 - 2y^2, \quad y(0) = 1; \quad \text{б) } y'' = \frac{1}{x} + y^2, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$$

$$15. \text{ а) } 8x + y' = 12y - (5x+3)y, \quad y(1) = 2; \quad \text{б) } y'' = 3y^2 + e^x + y', \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$16. \text{ а) } (1+e^x)y + y' = e^x, \quad y(0) = 1; \quad \text{б) } y'' - 3y' + 2y = x^2, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1.$$

- 17.a)  $y' = x + y^2$ ,  $y(0) = 1$ ;      б)  $y'' = e^{2-x} + xy$ ,  $y(2) = 2$ ,  $y'(2) = 1$ .
- 18.a)  $y' = y \cdot x^2 + y^2$ ,  $y(0) = 2$ ;      б)  $y'' - xy + e^y = 2$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(1) = 2$ .
- 19.a)  $y' \cdot x^2 = xy + 1$ ,  $y(1) = 1$ ;      б)  $y \cdot y'' = x + (y')^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ .
- 20.a)  $y' = y \sin x + y^2$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ;      б)  $y'' = (y')^2 + xy + 3x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ .
- 21.a)  $x \cdot y' = y + x^2 \sin x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$ ;      б)  $y'' = y + xy' + 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ .
- 22.a)  $y' = 1 + xy + e^x$ ,  $y(0) = 1$ ;      б)  $y'' = 2y^3 + x^2$ ,  $y(-1) = 1$ ,  $y'(-1) = 1$ .
- 23.a)  $y' = y + e^x$ ,  $y(0) = 1$ ;      б)  $y \cdot y'' = (y')^2 - (y')^3$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = -1$ .
- 24.a)  $y' = x - y^2$ ,  $y(1) = 2$ ;      б)  $y''(x^2 + 1) = 2xy'$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 3$ .
- 25.a)  $(1-x)y' + 2xy = 2x^3y + y$ ,  $y(0) = 1$ ;      б)  $y'' = -2x^2y + 3$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 1$ .
- 26.a)  $y' = x^2 + y^3$ ,  $y(1) = 1$ ;      б)  $(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ .
- 27.a)  $y' + 12y = (5x^2 + 1) + y^2$ ,  $y(0) = 1$ ;      б)  $xy'' + y' = \frac{1}{x} + y$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = -1$ .
- 28.a)  $xy' + y = xy + 2$ ,  $y(1) = -1$ ;      б)  $y''' = y'' + xy - 2x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ,  $y''(0) = -1$ .
- 29.a)  $x \cdot y' + y = y \ln x$ ,  $y(1) = 1$ ;      б)  $y'' = y \cdot y' - x^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ .
- 30.a)  $y' = x + x^2 + y^2$ ,  $y(0) = 1$ ;      б)  $2y \cdot y'' + (y')^2 = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 1$ .

**Завдання 21.** Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є

1. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = x - 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
2. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 2x - 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
3. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} + 1$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
4. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x + 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
5. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} - 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
6. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 2x - 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
7. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = x - 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
8. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x - 1$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
9. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x - 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .

10. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x + 1$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
11. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} - 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
12. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} + 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
13. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x + 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
14. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} - 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
15. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x - 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
16. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} + 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
17. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = x - 1$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
18. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = x + 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
19. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x + 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
20. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 2x - 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
21. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} + 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
22. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 3x - 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
23. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \frac{x}{2} - 1$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
24. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 2x - 1$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
25. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = x - 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
26. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 2x + 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
27. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 2x + 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
28. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = 2x + 2$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
29. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = x + 4$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .
30. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = x + 3$  на інтервалі  $x \in (-\pi; \pi)$ .

**Завдання 22.** Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є

1. Розвинути функцію  $f(x) = 2 - 3x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
2. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{3} + 3$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
3. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - 3x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
4. Розвинути функцію  $f(x) = 2 - \frac{x}{2}$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 4)$ .
5. Розвинути функцію  $f(x) = 2x - 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
6. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 4)$ .
7. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{3} + 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
8. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{2} + 2$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
9. Розвинути функцію  $f(x) = 3 - x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
10. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{2} - 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 4)$ .
11. Розвинути функцію  $f(x) = 3x - 2$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
12. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{2} + 1$  в ряд Фур'є за синусами на  $x \in (0; 4)$ .



13. Розвинути функцію  $f(x) = 4 - 3x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
14. Розвинути функцію  $f(x) = 2 - 2x$  в ряд Фур'є за синусами на  $x \in (0; 2)$ .
15. Розвинути функцію  $f(x) = 2 - x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
16. Розвинути функцію  $f(x) = 3x - 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
17. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - 2x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
18. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{3} - 2$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
19. Розвинути функцію  $f(x) = 2x - 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
20. Розвинути функцію  $f(x) = x - 4$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
21. Розвинути функцію  $f(x) = 3x - 4$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
22. Розвинути функцію  $f(x) = x + 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
23. Розвинути функцію  $f(x) = x - 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
24. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - \frac{2x}{3}$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
25. Розвинути функцію  $f(x) = \pi - 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; \pi)$ .
26. Розвинути функцію  $f(x) = 2x + 3$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .

27. Розвинути функцію  $f(x) = x + 2$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
28. Розвинути функцію  $f(x) = x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
29. Розвинути функцію  $f(x) = 3x + 2$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 1)$ .
30. Розвинути функцію  $f(x) = 2 - 3x$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
31. Розвинути функцію  $f(x) = 2x - 1$  в ряд Фур'є за синусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .

**Завдання 23.** Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є

1. Розвинути функцію  $f(x) = 2x + \pi$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; \pi)$ .
2. Розвинути функцію  $f(x) = \pi - x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; \pi)$ .
3. Розвинути функцію  $f(x) = |x|$  в ряд Фур'є на інтервалі  $x \in (-2; 2)$ .
4. Розвинути функцію  $f(x) = |x|$  в ряд Фур'є на інтервалі  $x \in (-2; 2)$ .
5. Розвинути функцію  $f(x) = x - \pi$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 2\pi)$ .
6. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{\pi}{4} - x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; \pi)$ .
7. Розвинути функцію  $f(x) = x - 2$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
8. Розвинути функцію  $f(x) = 2 - 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
9. Розвинути функцію  $f(x) = 2 - x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .

10. Розвинути функцію  $f(x) = |x| + 2$  в ряд Фур'є на інтервалі  $x \in (-1; 1)$ .
11. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{\pi}{2} - x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; \pi)$ .
12. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - |x|$  в ряд Фур'є на інтервалі  $x \in (-2; 2)$ .
13. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
14. Розвинути функцію  $f(x) = x + \frac{\pi}{4}$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; \pi)$ .
15. Розвинути функцію  $f(x) = x - \frac{\pi}{2}$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 2\pi)$ .
16. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{\pi}{2} - 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .
17. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{2} - 1$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 4)$ .
18. Розвинути функцію  $f(x) = 3 - x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 1)$ .
19. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{3} + 3$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 3)$ .
20. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{2} + 2$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; 2)$ .
21. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - 2|x|$  в ряд Фур'є на інтервалі  $x \in (-2; 2)$ .

22. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{2\pi}{3} - 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

23. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{3} - 2$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in (0; 3).$$

24. Розвинути функцію  $f(x) = x + \pi$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in (0; \pi).$$

25. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{\pi}{3} - x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in (0; \pi).$$

26. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{\pi}{3} - 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

27. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{2\pi}{3} - 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in (0; \pi).$$

28. Розвинути функцію  $f(x) = 1 - x$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in (0; 2).$$

29. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{2} + 1$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in (0; 4).$$

30. Розвинути функцію  $f(x) = \frac{x}{3} + 1$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі

$$x \in (0; 3).$$

**Завдання 24.** Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є

1. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-2\pi; 0), \\ x - \pi, & x \in (0; 2\pi] \end{cases}$

2. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x + \pi, & x \in (-\pi; 0), \\ -1, & x \in (0; \pi] \end{cases}$

3. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi; 0), \\ 2x - \pi, & x \in (0; \pi] \end{cases}$

4. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \in (-2; 0) \\ -2, & x \in (0; 2] \end{cases}$

5. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [-3; -1), \\ 2x, & x \in (-1; 3] \end{cases}$

6. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x \in (-2; 1], \\ 1, & x \in (1; 2] \end{cases}$

7. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x \in (-2; 0), \\ 1, & x \in (0; 2] \end{cases}$

8. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in [-2; 0), \\ 2x, & x \in (0; 2] \end{cases}$

9. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x \in (-2; -1], \\ -2, & x \in (-1; 2] \end{cases}$

10. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-3; 0) \\ 1, & x \in (0; 3] \end{cases}$

11. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \in (-2; 1], \\ 2, & x \in (1; 2] \end{cases}$

12. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-2; 0) \\ 3x - 1, & x \in [0; 2] \end{cases}$

13. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & x \in (-\pi; 0), \\ 2, & x \in (0; \pi] \end{cases}$

14. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-2; -1), \\ 2x, & x \in (-1; 2] \end{cases}$

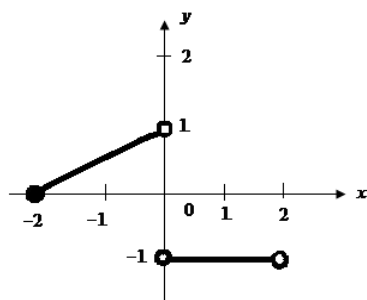
15. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-1; 0), \\ 2, & x \in (0; 1). \end{cases}$
16. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-2; 1], \\ 3, & x \in (1; 2). \end{cases}$
17. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 1), \\ 3x+1, & x \in (1; 2). \end{cases}$
18. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 3, & x \in (-\pi; 0), \\ 2x - \pi, & x \in (0; \pi]. \end{cases}$
19. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \in (-1; 0), \\ 1, & x \in (0; 1]. \end{cases}$
20. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} x + \pi, & x \in (-\pi; 0), \\ -2, & x \in (0; \pi]. \end{cases}$
21. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -3, & x \in (-3; 0), \\ 2x, & x \in [0; 3). \end{cases}$
22. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \in [-2; 0), \\ -3, & x \in (0; 2). \end{cases}$
23. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2x + \pi, & x \in (-\pi; 0), \\ 3, & x \in (0; \pi]. \end{cases}$
24. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-1; 0], \\ 3x + 2, & x \in (0; 1]. \end{cases}$
25. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \in (-2; 1), \\ 2, & x \in (1; 2). \end{cases}$
26. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \in (-2; 0], \\ -3, & x \in (0; 2). \end{cases}$
27. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-\pi; 0), \\ 3x - 2\pi, & x \in (0; \pi). \end{cases}$
28. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi; 0), \\ x - \frac{\pi}{2}, & x \in (0; \pi]. \end{cases}$

29. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\pi; 0), \\ 2x - \frac{\pi}{2}, & x \in (0; \pi] \end{cases}$

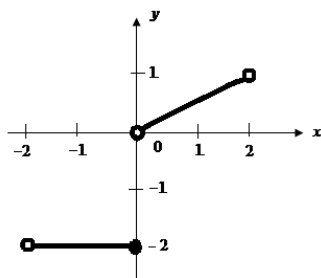
30. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} 3x + 2\pi, & x \in (-\pi; 0), \\ -2, & x \in (0; \pi). \end{cases}$

**Завдання 25.** Розвинути в ряд Фур'є функцію  $y = f(x)$ , задану графічно на  $(a; b)$

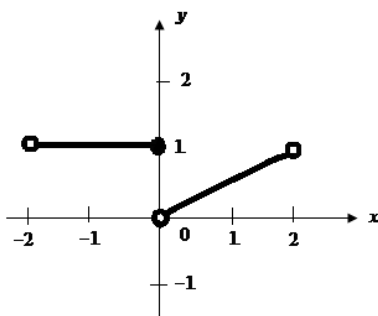
1. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



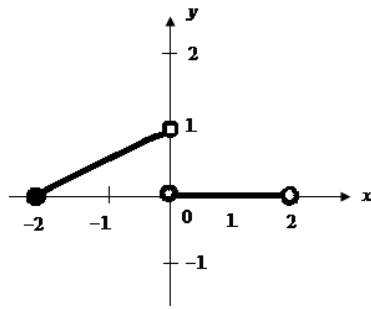
2. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



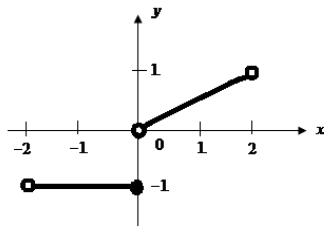
3. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



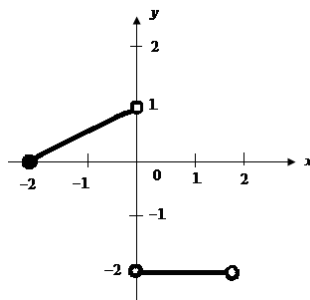
4. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



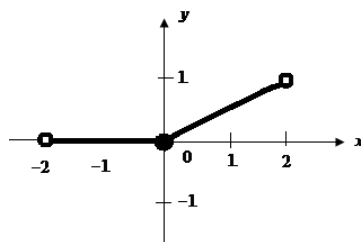
5. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



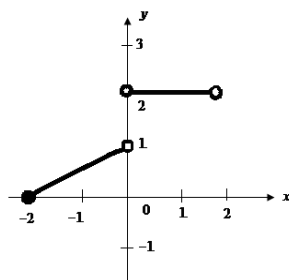
6. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



7. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:

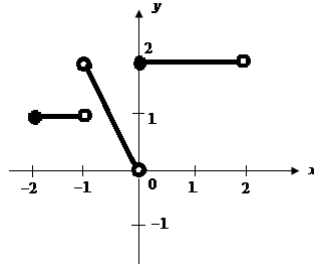


8. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:

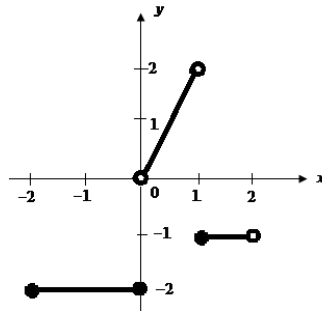




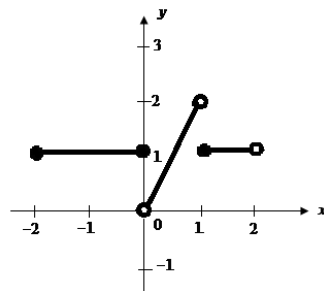
9. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



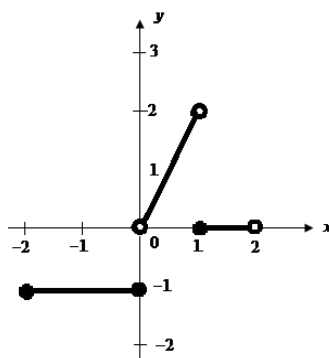
10. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



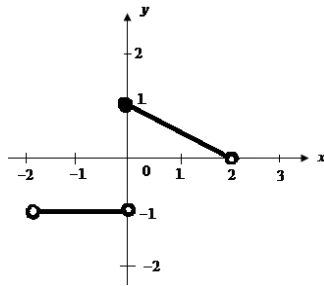
11. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



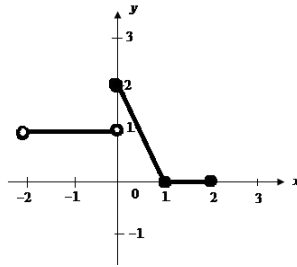
12. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



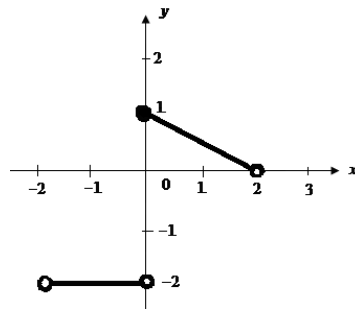
13. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



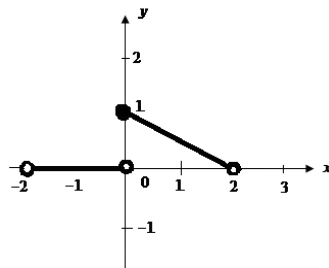
14. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



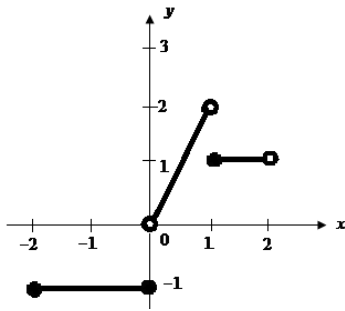
15. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



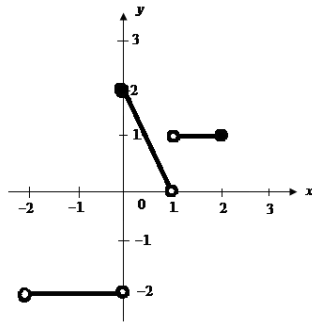
16. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



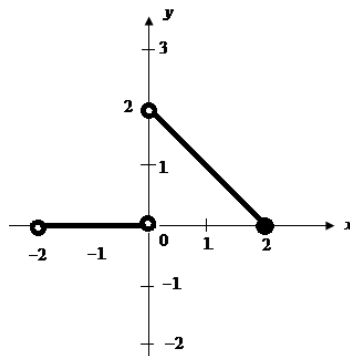
17. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



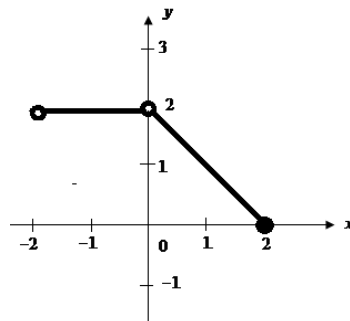
18. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



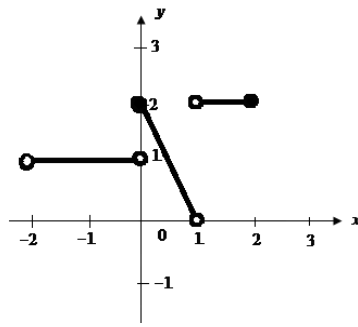
19. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



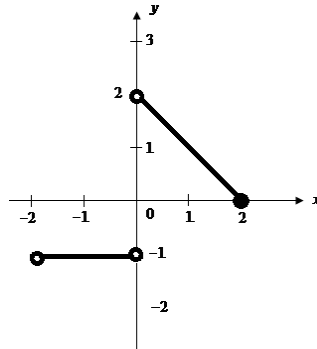
20. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



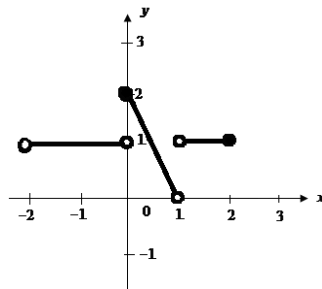
21. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



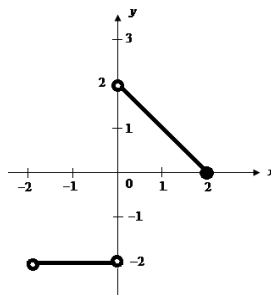
22. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



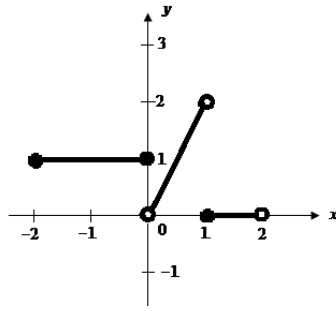
23. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



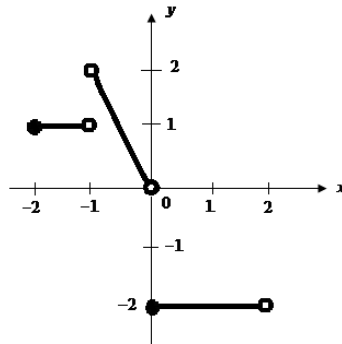
24. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



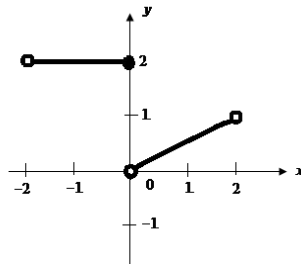
25. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



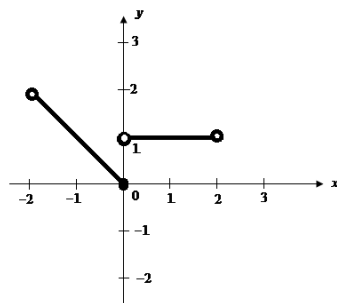
26. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



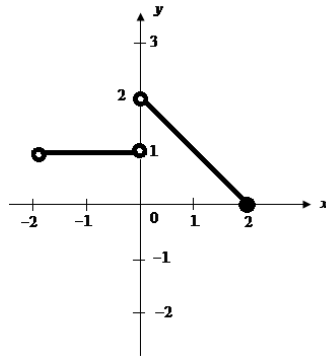
27. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



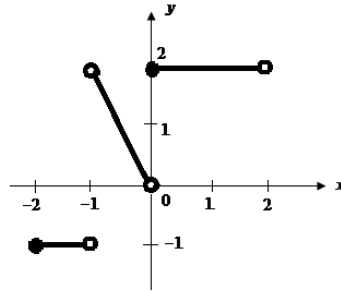
28. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



29. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



30. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



**Завдання 26.** Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є (УВАГА! Можливий ефект резонансу)

1. Розвинути функцію  $f(x) = \cos^2 x$  в ряд Фур'є за синусами на  $(0; \pi)$ .
2. Розвинути функцію  $f(x) = \cos^2 x$  в ряд Фур'є за косинусами на  $(0; \pi)$ .
3. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \cos^2 x$  на інтервалі  $(0; \pi)$ .
4. Розвинути функцію  $f(x) = \cos 3x$  в ряд Фур'є за синусами на  $(0; \pi)$ .
5. Розвинути функцію  $f(x) = \cos 3x$  в ряд Фур'є на інтервалі  $(0; \pi)$ .
6. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \sin 2x$  на  $(0; \pi)$ .
7. Розвинути функцію  $f(x) = \sin 2x$  в ряд Фур'є за синусами на  $(0; \pi)$ .
8. Розвинути функцію  $f(x) = \sin 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на  $(0; \pi)$ .
9. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = |\sin 2x|$  на  $(-\pi; \pi)$ .
10. Розвинути функцію  $f(x) = \sin^2 x$  в ряд Фур'є за косинусами на  $(0; \pi)$ .
11. Розвинути функцію  $f(x) = \cos x$  в ряд Фур'є за косинусами на  $(0; \pi)$ .
12. Розвинути функцію  $f(x) = \cos x$  в ряд Фур'є за синусами на  $(0; \pi)$ .
13. Розвинути функцію  $f(x) = \cos x$  в ряд Фур'є інтервалі на  $(0; \pi)$ .

14. Розвинути функцію  $f(x) = \cos 2x$  в ряд Фур'є за синусами на  $(0; \pi)$ .

15. Розвинути функцію  $f(x) = \cos 2x$  в ряд Фур'є за косинусами на  $(0; \pi)$ .

16. Розвинути функцію  $f(x) = \sin 3x$  в ряд Фур'є за синусами на  $(0; \pi)$ .

17. Розвинути функцію  $f(x) = \sin 3x$  в ряд Фур'є на інтервалі на  $(0; \pi)$ .

18. Розвинути функцію  $f(x) = \sin x$  в ряд Фур'є на інтервалі  $(0; \pi)$ .

19. Розвинути функцію  $f(x) = \sin x$  в ряд Фур'є за косинусами на  $(0; \pi)$ .

20. Розвинути функцію  $f(x) = |\sin x|$  в ряд Фур'є інтервалі на  $(-\pi; \pi)$ .

21. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 2, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є за синусами

на  $(0; \pi)$ .

22. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є за

косинусами на  $(0; \pi)$ .

23. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ -1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є за

косинусами на  $(0; \pi)$ .

24. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} -\cos 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є на  $(0; \pi)$ .

25. Розвинути функцію в ряд Фур'є  $f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  на  $(0; \pi)$ .

26. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є за синусами

на інтервалі  $(0; \pi)$ .

27. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} -\cos 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є за

косинусами на інтервалі  $(0; \pi)$ .

28. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} -\cos 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є за

синусами на  $(0; \pi)$ .

29. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} -\cos 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ 1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є за

синусами на  $(0; \pi)$ .

30. Розвинути функцію  $f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \\ -1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases}$  в ряд Фур'є на інтервалі

$(0; \pi)$ .



**Завдання 27.** Теоретичне завдання.

1. Сформулюйте та доведіть необхідну умову збіжності числового знакододатнього ряду.
2. Сформулюйте та доведіть інтегральну ознаку Коші збіжності (розбіжності) числового знакододатнього ряду.
3. Сформулюйте та доведіть достатню умову збіжності ряду Тейлора.
4. Сформулюйте та доведіть граничну ознаку порівняння збіжності (розбіжності) числового знакододатнього ряду.
5. Сформулюйте та доведіть достатню умову розбіжності числового знакопостійного ряду.
6. Сформулюйте та доведіть першу ознаку порівняння збіжності (розбіжності) числового знакододатнього ряду.
7. Сформулюйте та доведіть радикальну ознаку Коші збіжності числового знакододатнього ряду.
8. Сформулюйте та доведіть теорему про по членне диференціювання рівномірно збіжних функціональних рядів.
9. Сформулюйте та доведіть достатню ознаку Даламбера збіжності числового знакододатнього ряду.
10. Сформулюйте та доведіть Теорему Лейбніця (про збіжність знакопереміжного числового ряду).
11. Сформулюйте та доведіть теорему Коші про збіжність абсолютно збіжного знакозмінного ряду.
12. Сформулюйте та доведіть Теорему Абеля про область збіжності степеневого ряду.
13. Сформулюйте та доведіть ознаку Діріхле збіжності загального числового ряду.
14. Сформулюйте та доведіть теорему Рімана про перестановку членів умовно збіжного числового ряду.
15. Сформулюйте та доведіть критерій Коші про рівномірну збіжність функціонального ряду.

16. Сформулюйте та доведіть достатню ознаку Вейерштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду.
17. Сформулюйте та доведіть достатню ознаку Харді-Діріхле рівномірної збіжності функціонального ряду.
18. Сформулюйте та доведіть теорему про неперервність суми рівномірно збіжних функціональних рядів.
19. Сформулюйте та доведіть теорему Абеля про абсолютну збіжність степеневого ряду.
20. Сформулюйте та доведіть теорему про перестановку членів абсолютно збіжного числового ряду.
21. Сформулюйте та доведіть критерій розвинення функції в ряд Тейлора.
22. Сформулюйте та доведіть теорему про рівномірну збіжність ряду Фур'є.
23. Сформулюйте та доведіть теорему Діріхле про розвинення функції в ряд Фур'є.
24. Сформулюйте та доведіть основні властивості збіжних числових знакододатніх рядів (3 властивості).
25. Сформулюйте та доведіть формулу Коші-Адамара для радіуса збіжності степеневого ряду.
26. Сформулюйте та доведіть критерій Коші збіжності числового ряду.
27. Сформулюйте та доведіть теорему про по членне інтегрування рівномірно збіжних функціональних рядів.
28. Сформулюйте та доведіть теорему єдиності розвинення функції в ряд Тейлора.
29. Сформулюйте та доведіть теорему про розвинення в ряд Фур'є парної періодичної функції.
30. Сформулюйте та доведіть теорему про розвинення в ряд Фур'є непарної періодичної функції.

**Додаток 1. Питання для самоперевірки**

1. Що називається числовою послідовністю?
2. Що називається числовим рядом?
3. Що називається функціональним рядом?
4. Що називається тригонометричним рядом?
5. Що називається степеневим рядом?
6. Що називається частинною сумою ряду?
7. Який ряд називається гармонійним?
8. Який ряд називається рядом типу Діріхле?
9. Коли ряд типу Діріхле буде збіжним?
10. Який ряд називається геометричною прогресією?
11. При якій умові (знаменнику) геометрична прогресія буде збіжною?
12. Сформулюйте означення збіжного числового ряду. Який ряд називається збіжним?
13. Який ряд називається знакопостійним?
14. Який ряд називається знакозмінним?
15. Який ряд називається знакопозначеним?
16. Які найпростіші властивості числових рядів?
17. Що можна сказати про суму двох збіжних рядів?
18. Що можна сказати про різницю двох збіжних рядів?
19. Що можна сказати про добуток двох збіжних рядів?
20. Що можна сказати про добуток двох розбіжних рядів?
21. Що можна сказати про суму збіжного та розбіжного ряду?
22. Що можна сказати про суму двох розбіжних рядів? Наведіть приклади.
23. Що можна сказати про різницю двох розбіжних рядів? Приклади.
24. Критерій Коші збіжності ряду.
25. Сформулюйте необхідну ознаку збіжності числового ряду.
26. Сформулюйте достатню ознаку розбіжності числового ряду.
27. Сформулюйте першу ознаку порівняння для знакопостійного числового ряду.

28. Сформулюйте другу ознаку порівняння для знакопостійного числового ряду.
29. Чим відрізняються перша ознака від другої ознаки порівняння?
30. Сформулюйте граничну ознаку порівняння для знакопостійного числового ряду.
31. Сформулюйте достатню ознаку Даламбера збіжності числового ряду.
32. Сформулюйте достатню радикальну ознаку Коші збіжності числового ряду.
33. Сформулюйте достатню інтегральну ознаку Коші збіжності числового ряду.
34. Який ряд називають знакопереміжним?
35. У чому принципова відмінність знакозмінного ряду від знакопереміжного?
36. Сформулюйте достатню ознаку Лейбница.
37. Який знакозмінний ряд називають збіжним?
38. Який знакозмінний ряд називається абсолютно збіжним?
39. Який знакозмінний ряд називається умовно збіжним?
40. Чи впливає на абсолютну збіжність довільне групування (тобто перестановка) доданків ряду?
41. Чи можна довільним чином перегруповувати члени умовно збіжного знакозмінного ряду? Відповідь обґрунтувати.
42. Оцінка залишку рядів, знаки членів якого чергуються.
43. Властивості абсолютно збіжних рядів.
44. Добуток за Коші абсолютно збіжних рядів.
45. Доведення границь типу  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$  за допомогою рядів.
46. Функціональні ряди: означення, область збіжності, приклади.
47. Що називається сумою функціонального ряду.
48. Поточкова збіжності функціонального ряду.
49. Означення рівномірної збіжності функціонального ряду.
50. Необхідна та достатня умова рівномірної збіжності функціонального ряду.
51. Який ряд називається мажорантою функціонального ряду?
52. Який ряд називається мінорантою функціонального ряду?

53. Критерій Коші рівномірної збіжності функціонального ряду.
54. Ознака Вейерштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду.
55. Теорема про неперервність суми рівномірно збіжних рядів.
56. Теорема про почленне диференціювання рівномірно збіжного функціонального ряду.
57. Теорема про інтегрування рівномірно збіжного функціонального ряду.
58. Який функціональний ряд називається степеневим?
59. Сформулюйте основні властивості степеневих рядів.
60. Теорема Абеля про збіжність та розбіжність ряду  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n$ .
61. Радіус та інтервал збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n$ .
62. Радіус та інтервал збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n (x - x_0)^n$ .
63. Ряд Тейлора. Розклад функції в степеневий ряд.
64. Єдиність розкладу функції в степеневий ряд.
65. Необхідна та достатня умови розкладу функції в ряд Тейлора.
66. Ряди Маклорена для основних елементарних функцій ( $e^u$ ,  $\sin u$ ,  $\cos u$ , тощо) та їх застосування до наближених обчислень.
67. Ряд Маклорена для логарифмічної функції  $\ln(1+x)$  та його застосування до наближених обчислень.

## Додаток 2. Тестові питання для самоконтролю

- Ряд називається заданим, якщо ...
  - відомий перший член ряду;
  - відомі перші  $n$  членів ряду;
  - відомі перші два члени ряду;
  - відомий загальний член ряду;
  - відома сума ряду  $S$ .
- Який ряд називається знакопостійним
  - Ряд у якого всі члени від'ємні;
  - Ряд у якого всі члени довільно змінюють знак;
  - Ряд у якого знаки змінюються через один;
  - Ряд у якого знаки змінюються через два;
  - Ряд, який містить не лише додатні члени але й від'ємні члени.
- Знакопочережний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot a_n$  називається абсолютно збіжним, якщо
  - виконується ознака Лейбніца та збігається ряд з абсолютних величин
  - виконується ознака Лейбніца та розбігається ряд з абсолютних величин
  - виконується ознака Лейбніца
  - не виконується ознака Лейбніца
- Знакопочережний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot a_n$  називається умовно збіжним, якщо
  - виконується ознака Лейбніца та розбігається ряд з абсолютних величин
  - виконується ознака Лейбніца та збігається ряд з абсолютних величин
  - виконується ознака Лейбніца
  - не виконується ознака Лейбніца
- Знакопочережний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot a_n$  називається розбіжним, якщо (відповідь неоднозначна)
  - не виконуються обидві умови ознаки Лейбніца
  - виконується обидві ознака Лейбніца
  - виконується одна умова ознаки Лейбніца
  - не виконується одна умова ознаки Лейбніца
- Якщо  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  – деякі дійсні числа, то числовими рядами серед виразів є

а	$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$
б	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$
в	$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots$
г	$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$

7. Якщо  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  – деякі дійсні числа, то числовими рядами серед виразів

а)  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ; б)  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots$ ; в)  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$ ;

г)  $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ ; д)  $-a_1 - a_2 - \dots - a_n - \dots$ ;

а	б	в	г	д
всі	всі, крім а), б)	тільки а), г)	тільки д)	інша відповідь

8. Необхідна ознака збіжності знакопостійного числового ряду  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = c$ , де  $c$  дорівнює

а	б	в	г	д
0	1	$\frac{1}{2}$	$\infty$	Не існує

9. Достатня ознака розбіжності числового ряду: ряд розбіжний, якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| \neq c$ , де  $c$  дорівнює (відповідь неоднозначна)

а	б	в	г	д
0	1	$\frac{1}{2}$	$\infty$	не існує

10. Ряд типу Діріхле  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$  буде збіжним при

а	б	в	г	д
$a > 1$	$a = 1$	$a < 1$	$a = 0$	завжди

11. Геометрична прогресія  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n}$  буде збіжною при

а	б	в	г	д
$a > 1$	$a = 1$	$a < 1$	$a = -1$	завжди

12. Знакопостійний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  буде збіжним за ознакою Даламбера  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = c$

при

а	б	в	г	д
$c < 1$	$c = 1$	$c > 1$	$c > 2$	завжди

13. Знакопостійний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  буде збіжним за радикальною ознакою Коші

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = c$  при

а	б	в	г	д
$c > 1$	$c < 1$	$c = 1$	$c > 2$	завжди

14. Гармонійний знакозмінний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$  буде

а	б	в	г	д
збіжним	розбіжним	збіжним умовно	збіжним абсолютно	розбіжним умовно

15. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$  буде

а	б	в	г	д
збіжний абсолютно	збіжний умовно	розбіжний за ознакою Лейбніца	розбіжний умовно	визначити неможливо

16. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$  буде

а	б	в	г	д
розбіжний умовно	розбіжний за ознакою Лейбніца	збіжний умовно	збіжний абсолютно	визначити неможливо

17. Ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$  буде

а	б	в	г	д
збіжний умовно	збіжний абсолютно	визначити неможливо	розбіжний за ознакою Лейбніца	розбіжний умовно

18. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$  буде

а	б	в	г	д
розбіжний за ознакою Лейбніца	збіжний умовно	визначити неможливо	розбіжний умовно	збіжний абсолютно

19. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n^4}$  буде

а	б	в	г	д
розбіжний за ознакою Лейбніца	визначити неможливо	розбіжний умовно	збіжний абсолютно	збіжний умовно

20. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n^3}$  буде

а	б	в	г	д
збіжний абсолютно	збіжний умовно	розбіжний за Лейбніца	розбіжний умовно	визначити неможливо



21.Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+2}{n+5}\right)^n$  буде

а	б	в	г	д
розбіжний за ознакою Лейбніца	збіжний абсолютно	збіжний умовно	визначити неможливо	розбіжний умовно

22.Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\sqrt{4n+7}}$  буде

а	б	в	г	д
збіжний абсолютно	розбіжний за ознакою Лейбніца	визначити неможливо	збіжний умовно	розбіжний умовно

23.Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2+3}$  буде

а	б	в	г	д
визначити неможливо умовно	збіжний	розбіжний за ознакою Лейбніца	збіжний абсолютно	розбіжний умовно

24.Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$  буде

а	б	в	г	д
збіжний умовно	збіжний абсолютно	розбіжний умовно	визначити неможливо	розбіжний за ознакою Лейбніца

25.Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$  буде

а	б	в	г	д
розбіжний за ознакою Лейбніца	збіжний умовно	визначити неможливо	збіжний абсолютно	розбіжний умовно

26.Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n}$  буде

а	б	в	г	д
визначити неможливо	збіжний умовно	розбіжний за ознакою Лейбніца	розбіжний умовно	збіжний абсолютно

27. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \sin \frac{1}{n}$  буде

а	б	в	г	д
розбіжний за ознакою Лейбніца	визначити неможливо	збіжний умовно	збіжний абсолютно	розбіжний умовно

28. Узагальнено гармонійний знакозмінний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$  буде

а	б	в	г	д
збіжним	збіжним абсолютно	збіжним умовно	розбіжним	розбіжним абсолютно

29. Знакозмінний ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n!}{3^n}$  буде

а	б	в	г	д
збіжним	розбіжним	збіжним умовно	збіжним абсолютно	розбіжним умовно

30. Числовий ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$  буде

а	б	в	г	д
збіжним	розбіжним	збіжним умовно	збіжним абсолютно	розбіжним умовно

31. До числового ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 3}{n \cdot 3^n}$  використовують достатню ознаку:

а	б	в	г	д
граничну ознаку порівняння	радикальну Коші	інтегральну Коші	першу ознаку порівняння	ознаку Лейбніца

32. Ознаку Даламбера для ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  **НЕ** використовують, коли загальний член  $a_n$  представляє собою: (відповідь неоднозначна):

а	алгебраїчний дріб
б	монотонно спадну функцію, інтегрування якої не вимагає значних зусиль
в	містить факторіал
г	показникову функцію
д	факторіальний добуток

33. До числового ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 3}{n^4 + 2n^2 + 1}$  НЕ використовують достатню ознаку:

а	б	в	г	д
граничну ознаку порівняння	радикальну Коші	інтегральну Коші	першу ознаку порівняння	ознаку Лейбница

34. До числового ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{(2n)!}$  використовують достатню ознаку:

а	б	в	г	д
Даламбера	радикальну Коші	інтегральну Коші	першу ознаку порівняння	ознаку Лейбница

35. Який з виразів є загальним членом ряду:  $\ln 2 - \frac{\ln 3}{2} + \frac{\ln 4}{3} - \frac{\ln 5}{4} + \dots$  ?

а	б	в	г	д
$(-1)^n \frac{\ln n + 1}{n}$	$(-1)^n \frac{\ln(n+1)}{n}$	$(-1)^{n+1} \frac{\ln n + 1}{n}$	$\frac{\ln(n+1)}{n}$	$(-1)^{n+1} \frac{\ln(n+1)}{n}$

36. Який зі заданих рядів є збіжним?

а	б	в	г	д
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{2^n}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{3^n}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{4^n}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n^4 - 3}{n^4 + 2n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 3}{2n^3 + 3}$

37. Який зі заданих рядів є розбіжним?

а	б	в	г	д
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{n^4 + 2n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 1}{3n^4 + 2n^2 + 2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 3}{n^4 + 2n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n + 3}{n^4 + 2n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3 - 3}{n^4 + n^2 + 2}$

38. Який зі заданих рядів є абсолютно збіжним?

а	б	в	г	д
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + 2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^3 + 1}{n^4 + 2n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (5n + 3)}{n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{n^3 + n + 1}$

39. Який зі заданих рядів є розбіжним?

а	б	в	г	д
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + 2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{n^4 + 2n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{n^3 + n + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (5n + 3)}{n^2 + 1}$

40. Який зі заданих рядів є збіжним умовно (неабсолютно)?

а	б	в	г	д
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{n + 2}$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n + 3}{n^4 + 2n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (5n + 3)}{n^2 + 1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{n^3 + n + 1}$

41. Який зі заданих рядів є збіжним?

а	б	в	г	д
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^4}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 1}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n)!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n + 1)!}{n!}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 + 1}$

42. Областю збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 1}{(x + 2)^n}$  є інтервал

а	б	в	г	д
$ x + 2  < 1$	$ x + 2  > 1$	$ x + 2  \leq 1$	$ x + 2  \geq 1$	$ x + 2  = 1$

43. Інтервал збіжності степеневого ряду шукається за допомогою ознаки

а	б	в	г	д
Інтегральної Коші	Першої порівняння	Граничної порівняння	Даламбера	Лейбница

44. Інтервал збіжності степеневого ряду шукається за допомогою ознаки

а	б	в	г	д
Радикальної Коші	Граничної порівняння	Першої порівняння	Інтегральної Коші	Раабе

45. Радіус збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$  можна знайти за

формулою

а	б	в	г	д
$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left  \frac{a_n}{a_{n+1}} \right $	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$	$R = \lim_{n \rightarrow \infty}  a_n $	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left  \frac{a_{n+1}}{a_n} \right $	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$

46. Радіус збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$  можна знайти за

формулою

а	б	в	г	д
$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n }$	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{ a_n }}$	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_{n+1}}$	$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{ a_{n+1} }}{\sqrt[n]{ a_n }}$

47. Область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^3+1}$  є інтервал

а	б	в	г	д
$ x+1  < 1$	$ x+1  > 1$	$ x+1  \leq 1$	$ x+1  \geq 1$	$ x+1  = 1$

48. Радіус збіжності  $R$  степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n n(x+1)^n$  дорівнює

а	б	в	г	д
1	0	$\infty$	2	Визначити неможливо

49. Радіус збіжності  $R$  степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n$  дорівнює

а	б	в	г	д
0	$\infty$	1	2	Визначити неможливо

50. Радіус збіжності  $R$  степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n^2 \cdot 9^n}$  дорівнює

а	б	в	г	д
0	$\frac{3}{2}$	3	9	$\infty$

51. Радіус збіжності  $R$  степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n!}$  дорівнює

а	б	в	г	д
$\infty$	0	1	2	Не існує

52. Радіус збіжності  $R$  степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2}\right)^n$  дорівнює

а	б	в	г	д
0	1	2	$\infty$	Визначити неможливо

53. Радіус збіжності  $R$  степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-2}{n+2}\right)^n$  дорівнює

а	б	в	г	д
0	2	$\infty$	1	Не існує

54. Радіус збіжності  $R$  степеневого ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} n(n+1)^n(x+2)^n$  дорівнює

а	б	в	г	д
Визначити неможливо	0	2	$\infty$	1

55. Область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2}\right)^n$  буде

а	б	в	г	д
$-3 < x < 1$	$-3 < x \leq 1$	$-3 \leq x < 1$	$-3 \leq x \leq 1$	$-2 < x \leq 2$

56. Область збіжності степеневого ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2n}\right)^n$  буде

а	б	в	г	д
$-\infty < x < \infty$	$-3 < x < 1$	$-\infty < x < -3$	$-3 < x < \infty$	$0 < x < \infty$

57. Ознака Лейбніца збіжності знакопереміжного ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot a_n$

виконується, коли

а	$\lim_{n \rightarrow \infty}  a_n  = 0,$ послідовність спадна $\dots >  a_{n-1}  >  a_n  >  a_{n+1}  > \dots$
б	$\lim_{n \rightarrow \infty}  a_n  = 1,$ послідовність спадна $\dots >  a_{n-1}  >  a_n  >  a_{n+1}  > \dots$
в	$\lim_{n \rightarrow \infty}  a_n  = 0,$ послідовність зростаюча $\dots <  a_{n-1}  <  a_n  <  a_{n+1}  < \dots$
г	$\lim_{n \rightarrow \infty}  a_n  = 1,$ послідовність зростаюча $\dots <  a_{n-1}  <  a_n  <  a_{n+1}  < \dots$

58. Функція  $\cos x$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$
б	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
в	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$
г	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$

59. Функція  $\sin x$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$
б	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
в	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$
г	$x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots$

60. Функція  $\frac{1}{3-x}$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$\frac{1}{3} + \frac{x}{3^2} + \frac{x^2}{3^3} + \frac{x^3}{3^4} + \frac{x^4}{3^5} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^{n+1}}$
б	$1 - \frac{x}{3} + \frac{x^2}{3^2} - \frac{x^3}{3^3} + \frac{x^4}{3^4} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{3^n}$
в	$3 + 3x + (3x)^2 + (3x)^3 + (3x)^4 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (3x)^n$
г	$3 - 3x + (3x)^2 - (3x)^3 + (3x)^4 - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-3x)^n$
д	$\frac{1}{3} - \frac{x}{3^2} + \frac{x^2}{3^3} - \frac{x^3}{3^4} + \frac{x^4}{3^5} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^{n+1}}$

61. Функція  $\operatorname{arctg} x$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$
б	$x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots$
в	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
г	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

62. Функція  $\frac{\sin x}{x}$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \frac{x^8}{9!} - \dots$
б	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots$
в	$x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} + \dots$
г	$1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \frac{x^8}{9!} - \dots$
д	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots$

63. Функція  $\cos 3x$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$1 - \frac{3^2 x^2}{2!} + \frac{3^4 x^4}{4!} - \frac{3^6 x^6}{6!} + \dots$
б	$3x - \frac{3^2 x^2}{2!} + \frac{3^4 x^4}{4!} - \frac{3^6 x^6}{6!} + \dots$
в	$1 - \frac{3x^2}{2!} + \frac{3x^4}{4!} - \frac{3x^6}{6!} + \dots$
г	$1 + \frac{3^2 x^2}{2!} + \frac{3^4 x^4}{4!} + \frac{3^6 x^6}{6!} + \dots$

64. Функція  $\ln(1+3x)$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$\frac{3x}{1} - \frac{3^2 x^2}{2} + \frac{3^3 x^3}{3} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 3^n x^n}{n}$
б	$-\frac{3x}{1} + \frac{3^2 x^2}{2} - \frac{3^3 x^3}{3} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n x^n}{n}$
в	$1 + \frac{3x}{1!} + \frac{3x^2}{2!} - \frac{3x^3}{3!} + \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3x^n}{n!}$
г	$1 - \frac{3x}{1!} + \frac{3x^2}{2!} - \frac{3x^3}{3!} + \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-3x^n}{n!}$

65. Функція  $\ln(1+x)$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n}$
б	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
в	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot x^{2n} = 1 - \frac{1}{2!} \cdot x^2 + \frac{1}{4!} \cdot x^4 - \frac{1}{6!} \cdot x^6 + \dots$
г	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \cdot x^{2n+1} = x - \frac{1}{3!} \cdot x^3 + \frac{1}{5!} \cdot x^5 - \frac{1}{7!} \cdot x^7 + \dots$
д	$2x + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} + \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots$

66. Функція  $\sin \frac{x}{2}$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$\frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 \cdot 3!} + \frac{x^5}{2^5 \cdot 5!} - \frac{x^7}{2^7 \cdot 7!} + \dots$
б	$\frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 \cdot 3} + \frac{x^5}{2^5 \cdot 5} - \frac{x^7}{2^7 \cdot 7} + \dots$
в	$\frac{x}{2} + \frac{x^3}{2^3 \cdot 3!} + \frac{x^5}{2^5 \cdot 5!} + \frac{x^7}{2^7 \cdot 7!} + \dots$
г	$2x + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} + \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots$



67. Функція  $\frac{\operatorname{arctg} 5x}{x}$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$5 - \frac{5^3 x^2}{3} + \frac{5^5 x^4}{5} - \frac{5^7 x^6}{7} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{5^{2n-1} x^{2n-2}}{2n-1}$
б	$5 - \frac{5^3 x^3}{3} + \frac{5^5 x^5}{5} - \frac{5^7 x^7}{7} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(5x)^{2n-1}}{2n-1}$
в	$\frac{5}{1!} - \frac{5^3 x^2}{3!} + \frac{5^5 x^4}{5!} - \frac{5^7 x^6}{7!} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$
г	$1 - \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{5} - \frac{x^6}{7} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$

68. Функція  $\cos \sqrt{x}$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$1 - \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{4!} - \frac{x^3}{6!} + \frac{x^4}{8!} - \dots$
б	$\frac{x}{2!} - \frac{x^2}{4!} + \frac{x^3}{6!} - \frac{x^4}{8!} - \dots$
в	$1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$
г	$1 - \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{4!} - \frac{x^3}{6!} + \frac{x^4}{8!} - \dots$

69. Значення  $\frac{1}{e^2}$  буде сумою ряду:

а	$1 - \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n!}$
б	$1 + \frac{2}{1!} - \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} - \dots = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n!}$
в	$1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$
г	$1 + \frac{2}{1} - \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} - \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^n}{n}$

70. Значення  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  буде сумою ряду:

а	$1 - \frac{1}{2 \cdot 1!} + \frac{1}{2^2 \cdot 2!} - \frac{1}{2^3 \cdot 3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n!}$
б	$1 + \frac{1}{2 \cdot 1!} - \frac{1}{2^2 \cdot 2!} + \frac{1}{2^3 \cdot 3!} - \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n \cdot n!}$
в	$1 + \frac{2}{1} - \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} - \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^n}{n}$
г	$1 - \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n!}$

71. Функція  $\sin 2x^2$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$2x^2 - \frac{2^3 x^6}{3!} + \frac{2^5 x^{10}}{5!} - \frac{2^7 x^{14}}{7!} + \dots$
б	$2x - \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} - \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots$
в	$2x^2 + \frac{2^3 x^6}{3!} + \frac{2^5 x^{10}}{5!} + \frac{2^7 x^{14}}{7!} + \dots$
г	$2x^2 - \frac{2^3 x^6}{3} + \frac{2^5 x^{10}}{5} - \frac{2^7 x^{14}}{7} + \dots$

72. Функція  $e^{-\frac{x^2}{2}}$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$1 - \frac{x^2}{2 \cdot 1!} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 2!} - \frac{x^6}{2^3 \cdot 3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$
б	$1 - \frac{x}{2 \cdot 1!} + \frac{x^2}{2^2 \cdot 2!} - \frac{x^3}{2^3 \cdot 3!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$
в	$-1 + \frac{x^2}{2 \cdot 1!} - \frac{x^4}{2^2 \cdot 2!} + \frac{x^6}{2^3 \cdot 3!} - \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$
г	$1 - \frac{x^2}{2 \cdot 1} + \frac{x^4}{2^2 \cdot 2} - \frac{x^6}{2^3 \cdot 3} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n}$

73. Функція  $x \sin 2x$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$2x^2 - \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} - \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots$
б	$2x - \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} - \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots$
в	$2x^2 - \frac{2^3 x^4}{3!} + \frac{2^5 x^6}{5!} - \frac{2^7 x^8}{7!} + \dots$
г	$2x^2 - \frac{2^3 x^4}{3} + \frac{2^5 x^6}{5} - \frac{2^7 x^8}{7} + \dots$

74. Функція  $x - \sin x$  розвивається в ряд Маклорена вигляду:

а	$\frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} - \dots$
б	$2x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
в	$\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots$
г	$-\frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$

### Додаток 3. Завдання підвищеної складності

1. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \cdot \ln n}{n}$ .
2. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{1}{\sqrt[201]{n}}$ .
3. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)^n}{n^{n+1}}$ .
4. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{2^{\sqrt[3]{n}}}$ .
5. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{10^{\ln n+1}}$ .
6. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 10^{\ln \ln n}}$ .
7. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}$ .
8. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{n! \cdot e^n}$ .
9. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^3 + 2 \sin^4(n!)}$ .
10. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$ .
11. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3n)!}{n!(2n)!}$ .
12. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln n \cdot \ln \ln n}$ .
13. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt[3]{n}}$ .
14. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n \cdot \sqrt[n]{n}}$ .
15. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{\ln(n!)}$ .
16. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{\sin \frac{\pi}{n}}$ .
17. Дослідити на збіжність ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(2^n)!}$ .
18. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + x^2}$ .
19. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + x}$ .
20. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^x}$ .
21. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{(-1)^n}{n^x} \right)$ .

22. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ .

23. Знайти область збіжності функціонального ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \left(\frac{2+3x}{3+x}\right)^n$ .

24. Обчислити суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n n!} \cdot x^n$ .

25. Обчислити суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n (n+1)n}$ .

26. Обчислити суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)}$ .

27. Обчислити суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^2(n+1)^2}$ .

28. Обчислити суму ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \cdot \cos^3(3^n \varphi)$ .

29. Обчислити суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n+1)^2(n+2)^2}$ .

30. Обчислити суму ряду  $1 + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^9}{9!} + \dots$ .

31. Обчислити суму  $\sum_{n=10}^{100} \frac{1}{n^3}$  з точністю до  $10^{-6}$ .

32. Обчислити суму ряду  $1 + \frac{1}{2}x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \dots$ .

33. Довести, що  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1}{7 \cdot 8 \cdot 9} + \dots = \frac{\pi\sqrt{3}}{12} - \frac{\ln 3}{4}$ .

34. Довести, що  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} = 2e$ .

35. Довести, що  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!} = 3e^2$ .

36. Довести, що  $\sum_{n=1}^k n^3 = \left(\sum_{n=1}^k n\right)^2$ .

37. Довести, що сума ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$  є ірраціональним числом.

38. Довести, що сума ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n!)^2}$  є ірраціональним числом.

#### Додаток 4. Питання до заліку з теми «Числові та функціональні ряди»

1. Числові ряди. Загальні поняття: означення числового ряду, частинної суми; збіжні та розбіжні числові ряди, необхідна ознака збіжності, наслідок.
2. Геометричний та гармонічний ряд.
3. Властивості збіжних числових рядів.
4. Додатні числові ряди.
5. Ознаки порівняння, наслідок.
6. Ознака Даламбера збіжності числового ряду.
7. Радикальна ознака Коші збіжності числового ряду.
8. Наслідки з радикальної ознаки Коші.
9. Обчислення границі послідовності за допомогою рядів.
10. Інтегральна ознака збіжності додатного числового ряду.
11. Збіжність узагальненого гармонічного ряду.
12. Знакозмінні числові ряди.
13. Теорема Лейбніца про збіжність знакозмінного числового ряду, наслідок.
14. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди та їх властивості.
15. Дослідити на умовну та абсолютну збіжність ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \cdot \ln^3(n+1)}$ .
16. Теорема Рімана.
17. Функціональні ряди. Область збіжності, сума ряду.
18. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Необхідна та достатня умови рівномірної збіжності функціонального ряду.
19. Рівномірно збіжні функціональні ряди. Означення рівномірної збіжності. Критерій Коші.
20. Теорема Вейерштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду.
21. Рівномірно збіжні функціональні ряди: Теорема про неперервність суми рівномірно збіжного функціонального ряду.
22. Рівномірно збіжні функціональні ряди: Теорема про інтегрування рівномірно збіжних функціональних рядів.
23. Рівномірно збіжні функціональні ряди: Теорема про диференціювання рівномірно збіжних функціональних рядів.

24. Степеневі ряди. Теорема Абеля.

25. Теорема про рівномірну збіжність степеневому ряду.

26. Теорема про неперервність суми степеневому ряду.

27. Радіус та інтервал збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n$ .

28. Радіус та інтервал збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n (x - x_0)^n$ .

29. Властивості степеневих рядів.

30. Знайти область збіжності ряду  $\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \cdot (n-1)x^{n-2}$ .

31. Знайти область збіжності ряду  $\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{n-2}}{n-2}$ .

32. Ряд Тейлора  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n (x - x_0)^n$ . Ряд Маклорена  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n$ . Розклад функції в степеневий ряд. Єдиність розкладу.

33. Необхідна та достатня умови розвинення функції  $f(x)$  в ряд Тейлора

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n (x - x_0)^n.$$

34. Ряди Маклорена для основних елементарних функцій ( $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{sh} x$ ,  $\operatorname{ch} x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\operatorname{arctg} x$  тощо).

35. Наближені обчислення значення функції або інтегралів за допомогою рядів Тейлора та Маклорена. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.

## Додаток 5. Основні формули за темою «Ряди Фур'є»

<b>Період</b>	$T = 2\pi; x \in (-\pi; \pi)$	$T = 2l; x \in (-l; l)$
<b>Парність</b>		
<b>Загального вигляду</b> $f(-x) \neq \pm f(x)$	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$ $a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$ $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l}$ $a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx$ $a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx$ $b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$
<b>Парна</b> $f(-x) = f(x)$	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ $a_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx$ $a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx$	$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{l}$ $a_0 = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) dx$ $a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx$
<b>Непарна</b> $f(-x) = -f(x)$	$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ $b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx$	$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{l}$ $b_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$

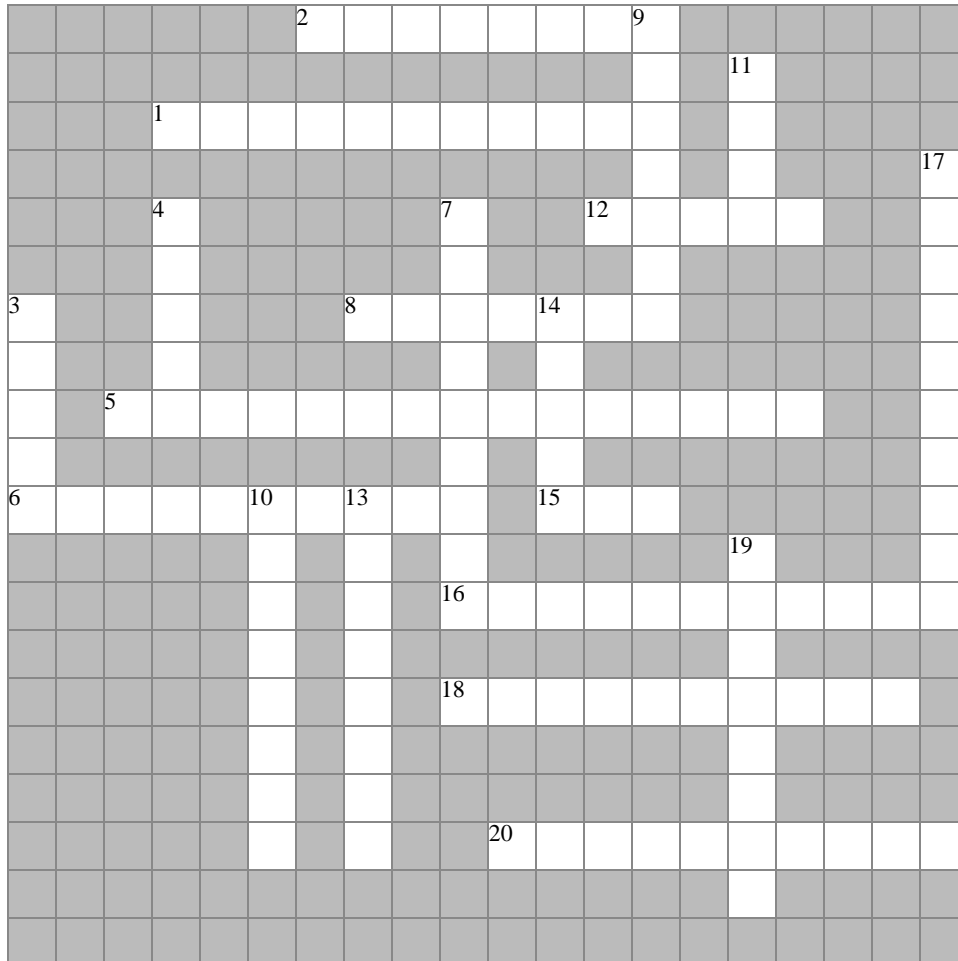
### Основні теоретичні питання

1. Ряд Фур'є для  $2\pi$  - періодичної функції. Формулювання теореми Діріхле про розвинення функції в ряд Фур'є.
2. Ряд Фур'є для  $2l$  - періодичної функції. Формулювання теореми Діріхле про розвинення функції в ряд Фур'є.
3. Ряд Фур'є для парної  $2\pi$  - періодичної функції.
4. Ряд Фур'є для непарної  $2\pi$  - періодичної функції.
5. Ряд Фур'є для парної  $2l$  - періодичної функції.
6. Ряд Фур'є для непарної  $2l$  - періодичної функції.
7. Періодичне продовження неперіодичної функції, визначеної на скінченному проміжку.
8. Розвинення функції, заданої на інтервалі  $(0; b)$  в ряд Фур'є за синусами.
9. Розвинення функції, заданої на інтервалі  $(0; b)$  в ряд Фур'є за косинусами.
- 10.** Достатня та необхідна умова розвинення функції в ряд Фур'є.

## Кросворди.

Життя у сучасному світі все чіткіше показує, що суспільству потрібні творчі особистості, із розвинутою пізнавальною активністю, які самостійно можуть знаходити відповіді на поставлені питання. Отже, залучення до навчального процесу кросвордів різних форм є актуальним для підвищення активності розумових здібностей студентів.

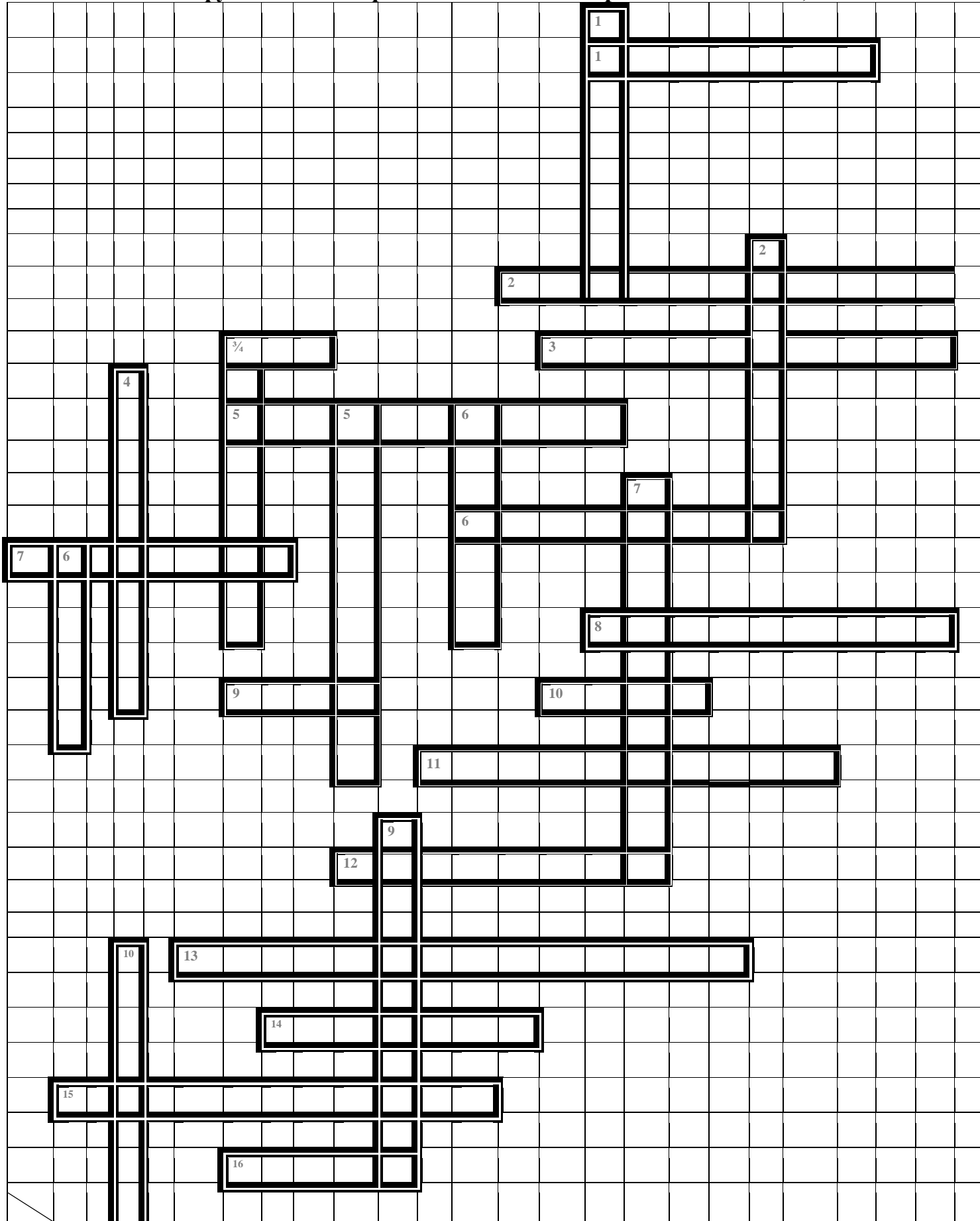
### Кондратова Вікторія група ЛА-62



1. Визначений інтеграл, котрий береться по поверхні (яка може бути зігнутою множиною в просторі); його можна розглядати як подвійний інтегральний аналог лінійного інтегралу.
2. Векторна величина, яка визначає в кожній точці простору не лише швидкість зміни, а й напрямок найшвидшої зміни функції, що залежить від координат.
3. Комплексне число, яке описує поведінку криволінійних інтегралів у деякій особливій точці.
4. Вчений що відкрив правило для піднесення до степеня комплексних чисел і так само для обчислення кореня з них, сучасний запис якого належить Леонарду Ейлеру.



5. Форма запису комплексного числа  $\rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ .
6. Число вигляду  $z = a + ib$ .
7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = C < 1$  це ознака...
8. Двовимірна система координат, в якій кожна точка на площині визначається двома числами — кутом  $\varphi$  та відстанню  $\rho$ .
9.  $f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots$ , це ряд...
10. Ряди для порівняння.
11. Теорема ... про інтегрування функції: нехай функція  $f(z)$  є аналітична як в замкненій однозв'язній області так і на границі області  $l$  за виключенням точки  $z_0$ . Тоді інтеграл  $\frac{1}{2\pi i} \oint_l f(z) dz$  буде дорівнювати .....
12. Поверхневий інтеграл першого роду від проекції вектора на напрям  $\vec{n}$  до поверхні.
13. Поле, що визначається як область  $V$  в  $R^3$  в кожній точці якої визначена скалярна функція.
14. Вектор який обчислюється за правилом :  $\left( \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}; - \left( \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} \right); \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right)$ .
15. Нескінченна сума членів однієї послідовності.
16. Властивість величин, яка полягає в тому, що значення величини, яка відповідає цілому об'єкту, дорівнює сумі значень величин, що відповідають його частинам, незалежно від того, яким чином поділено об'єкт.
17. Властивість інтеграла :  $\int_D (C_1 f(x) + C_2 g(x)) dS = C_1 \int_D f(x) dS + C_2 \int_D g(x) dS$
18. Функціональний ряд функціональна частина якого записана  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$
19. Границею інтегральної суми.
20. Ознака Коші  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = l < 1$



## По вертикалі:

1. Що потрібно знайти, щоб розкласти функцію в ряд Фур'є? (коефіцієнт)
2. Як називається ця ознака?

Нехай члени ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n + \dots$  додатні і відношення  $n+1$ -го члену до попереднього  $n$ -го має скінченну границю при номері прямуючому до

безмежності  $n \rightarrow \infty$   $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = k$ .  
(Даламбера)

3. Якщо послідовність часткових сум ряду розбігається, то як називають цей ряд? (Розбіжним)

4. Як називають функціональний ряд вигляду

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{n-1} x^{n-1} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

де  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  сталі коефіцієнти? (степеневий)

5. Як називається ряд такого типу  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ ? (Гармонічним)

6. Як називається ряд, що має вигляд  $f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots$ ? (Тейлора)

7. Як називається ряд, якщо частина його членів приймає додатні значення, а решта - від'ємні (Знакозмінним)

8. Як називають число  $R > |x - x_0|$  у степеневому ряді? (радіус)

9. З'ясувати, яке слово пропущено? Основною задачею теорії числових рядів є \_\_\_\_\_ збіжності ряду. (дослідження)

10. При кожному конкретному значенні  $x$  із області визначення функціональний ряд перетворюється на \_\_\_\_\_ (числовий)

## По горизонталі:

1. Яке слово пропущено? Проміжок  $(-R; R)$  - називають \_\_\_\_\_ збіжності степеневому ряду. (область)

2. Як називається ознака Коші, коли задано ряд, який записують

так  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n) = f(1) + f(2) + \dots + f(n) + \dots$ , причому  $f(x)$  додатна, неперервна і монотонно спадна функція від  $x \in [1; +\infty)$ . (Інтегральна)

3. Як називається ознака Коші, що записують так  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{U_n} = k$ ? (Радикальна)

4. Що називають нескінченною сумою чисел виду  $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$  - та позначають

$$\sum_{i=1}^n u_n.$$

(Ряд)

5. Якою буде поведінка узагальненого рмонічного ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = 1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots$ , при  $p > 1$ ? **(Збігається)**
6. Яку ознаку використовують для дослідження збіжності знакозмінного ряду? **(Лейбніца)**
7. Як називається ознака порівняння, де ряди  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  та  $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$  додатні, а також існує скінчена границя їх частки  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n}{V_n} = k$  **(Гранична)**
8. За допомогою цієї формули  $u_n = f(n)$ , який член ряду записується? **(довільний)**
9. Якщо нескінченна сума чисел виду  $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$  – називається числовим рядом, тоді як називаються числа  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$  – **(член)** ряду.
10. Як називають число  $S$  при запису  $S = \sum_{i=1}^{\infty} u_n$ . **(Сума)**
11. Як називається ознака, де розглядаються два ряди з додатними членами  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n + \dots$   
 $\sum_{n=1}^{\infty} V_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n + \dots$  ? **(порівняння)**
12. Як називається ряд вигляду  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n + \dots$ , якщо всі його члени невід'ємні  $U_n \geq 0$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). **(додатним)**
13. Як називається ряд складений з членів, які є функціями від аргументу  $x$   $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x) + \dots$  **(Функціональний)**
14. Якщо збігається послідовність його часткових сум  $S_n$ , тобто якщо існує скінчена границя, то як називається такий ряд? **(збіжний)**
15. Як називається ряд, що складений з елементів геометричної прогресії? **(геометричний)**
16. Яка теорема застосовується для ознаки збіжності степеневого ряду? **(Абеля)**

**По горизонталі:**

1. Математичний об'єкт, записаний у вигляді прямокутної таблиці чисел
2. Величина, що не змінює свого значення протягом певного процесу
3. Представлення чисел або математичних величин у вигляді результату операції ділення
4. Багатогранник, основою якого є многокутник, а бічні грані – трикутники, що мають спільну вершину
5. Замкнута поверхня, геометричне місце точок рівновіддалених від даної точки, що є центром фігури
6. Твердження про те, що два математичні об'єкти є різними, тобто не дорівнюють один одному
7. Геометричним об'єктом, що має властивості тільки положення в просторі, але не має жодних інших, наприклад таких як довжина, площа
8. Геометричне тіло, утворене обертанням круга навколо свого діаметра
9. Число, яким визначають положення точки на прямій або кривій лінії, на площині, поверхні, у просторі тощо
10. Наукове дослідження
11. Невідповідність
12. Французький математик, автор теореми у теорії груп
13. Величина, кожне значення якої може бути виражене одним числом
14. Геометрична фігура, утворена двома променями, які виходять з одної точки
15. Тригонометрична функція, для гострого кута прямокутного трикутника – відношення катета, протилежного цьому куту, до гіпотенузи
16. Величина, що стоїть під знаком функції, тобто величина, від значень якої залежать значення функції
17. Потік векторного поля через поверхню
18. Числова характеристика можливості того, що випадкова подія відбудеться в умовах, які можуть бути відтворені необмежену кількість разів
19. Показник степеня, до якого потрібно піднести число-основу, щоб одержати дане число
20. Вихідне положення в науці, яке приймається без доказів і лежить в основі доказу правдивості інших положень

21. Напрявлений відрізок; величина, що характеризується розміром, напрямом
22. Границя суми нескінченно великої кількості нескінченно малих частин, отриманих певним способом з відповідної функції
23. Величина, значення або число незалежно від знака
24. Вид поверхні другого порядку в тривимірному просторі
25. Замкнена крива, всі точки якої однаково віддалені від однієї, яка називається центром
26. Функціональне бінарне відношення
27. Тривимірна система координат, кожна точка якої задається двома полярними координатами на перпендикулярній проєкції деякої фіксованої площини та відстанню (зі знаком) від цієї площини
28. Відрізок, що з'єднує центр кола (сфери) з довільною точкою цього кола (сфери)
29. Основне поняття диференційного числення, що характеризує швидкість зміни функції

**По вертикалі:**

1. Межа поверхні, яка має тільки один вимір – довжину
2. Твердження про властивість фігури, істинність якого встановлюється у результаті міркувань
3. Диференціальний оператор, що перетворює векторне поле на скалярне
4. Математичний термін, що означає результат дії піднесення до степеня
5. Рівність, що виконується на всій множині значень змінних
6. Вісь  $X$  у прямокутній системі координат – вісь...
7. Вісь  $U$  в прямокутній системі координат – вісь...
8. Сукупність величин у певній послідовності
9. Перелік, зведення статистичних даних або інших відомостей, розташованих у певному порядку за рядками та стовпчиками
10. Наочне зображення кількісної залежності різних явищ, процесів тощо
11. Тригонометрична функція, для гострого кута прямокутного трикутника - відношення

прилегло до цього кута катета до гіпотенузи

12. Основне поняття диференціального числення, що характеризує швидкість зміни функції

13. З числа  $x$  — це число, квадрат якого дорівнює  $x$

14. Вектор, який характеризує обертовий рух у даній точці векторного поля

15. Математична величина, значення якої може змінюватись у межах певної задачі

16. Британський математик, автор теореми, що використовується при обчисленні циркуляції

17. Множина взаємопов'язаних елементів, що утворюють єдине ціле

18. Дія спрямована на визначення чого-небудь обрахунком, лічбою

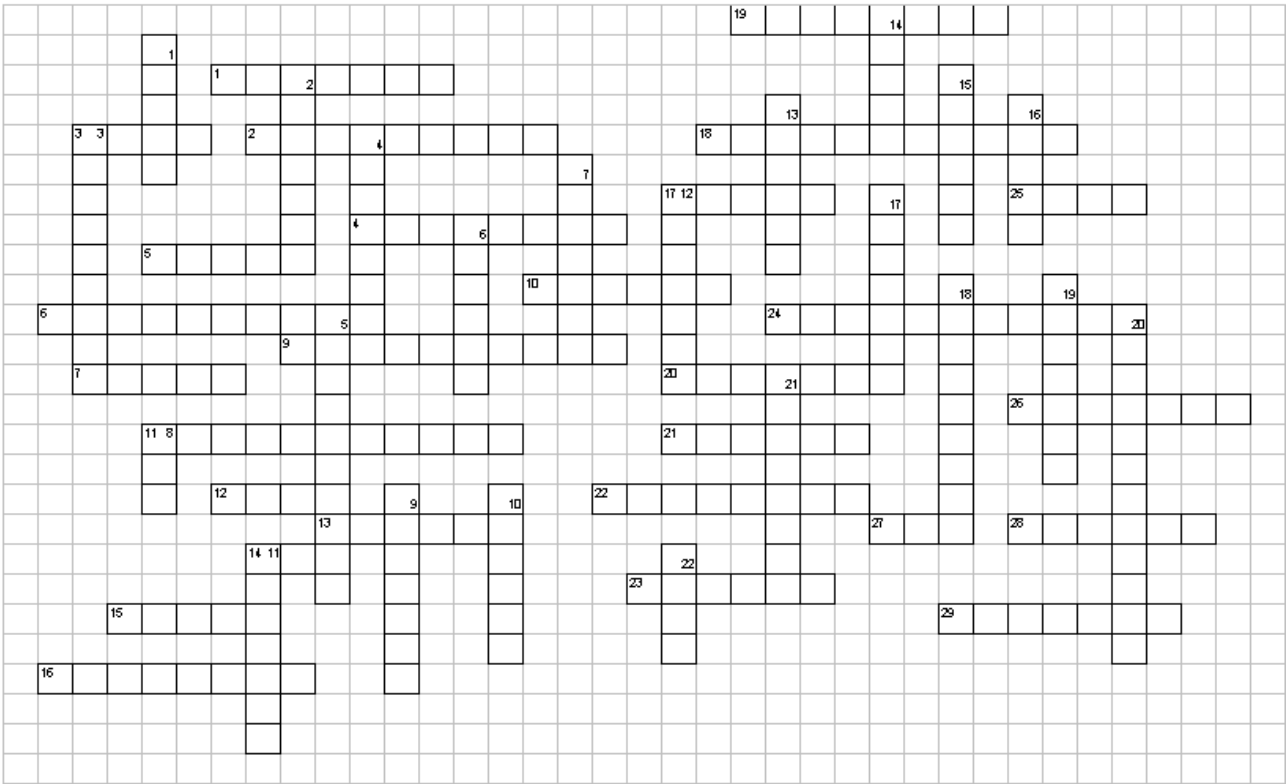
19. Коротка форма символічного запису інформації

20.  $\dots = b^2 - 4ac$

21. Відкритий проміжок між двома дійсними числами

22. Алгебраїчна структура, для якої визначено дві пари бінарних операцій:

додавання/віднімання та множення/ділення, що задовольняють умовам, подібним до властивостей арифметичних операцій над раціональними, дійсними або комплексними числами



## Відповіді

**Завдання 1.** За заданим загальним членом ряду  $a_n$  записати перші п'ять членів ряду,

$(n+1)$ -й член ряду та сам ряд:

$$1. a_1 = \frac{2}{1}, a_2 = \frac{2 \cdot 5}{2}, a_3 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3!}, a_4 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{4!}, a_5 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14}{5!}, a_{n+1} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{(n+1)!},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{n!}.$$

$$2. a_1 = \frac{2}{2^1 \cdot \sqrt{1}}, a_2 = \frac{5}{2^2 \cdot \sqrt{2}}, a_3 = \frac{8}{2^3 \cdot \sqrt{3}}, a_4 = \frac{11}{2^4 \cdot \sqrt{4}}, a_5 = \frac{14}{2^5 \cdot \sqrt{5}}, a_{n+1} = \frac{3(n+1)-1}{2^{n+1} \cdot \sqrt{n+1}},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2^n \cdot \sqrt{n}}.$$

$$3. a_1 = \frac{4}{1!}, a_2 = \frac{7^2}{2!}, a_3 = \frac{10^3}{3!}, a_4 = \frac{13^4}{4!}, a_5 = \frac{16^5}{5!}, a_{n+1} = \frac{(3(n+1)+1)^{n+1}}{(n+1)!}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)^n}{n!}.$$

$$4. a_1 = \frac{5}{1!}, a_2 = \frac{5 \cdot 8}{2!}, a_3 = \frac{5 \cdot 8 \cdot 11}{3!}, a_4 = \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14}{4!}, a_5 = \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17}{5!},$$

$$a_{n+1} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (3n+5)}{(n+1)!}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{n!}.$$

$$5. a_1 = \frac{\ln 1}{3}, a_2 = \frac{\ln 2}{7}, a_3 = \frac{\ln 3}{13}, a_4 = \frac{\ln 4}{21}, a_5 = \frac{\ln 5}{31}, a_{n+1} = \frac{\ln(n+1)}{(n+1)^2 + (n+1) + 1}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2 + n + 1}.$$

$$6. a_1 = \frac{2}{2!}, a_2 = \frac{2 \cdot 5}{3!}, a_3 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{4!}, a_4 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{5!}, a_5 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14}{6!}, a_{n+1} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{(n+2)!},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{(n+1)!}.$$

$$7. a_1 = \frac{5}{2^2}, a_2 = \frac{5 \cdot 9}{3^2}, a_3 = \frac{5 \cdot 9 \cdot 13}{4^2}, a_4 = \frac{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 17}{5^2}, a_5 = \frac{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 21}{6^2},$$

$$a_{n+1} = \frac{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (4n+5)}{(n+2)^2}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot \dots \cdot (4n+1)}{(n+1)^2}.$$

$$8. a_1 = \frac{2^1}{1! \cdot 3^1}, a_2 = \frac{3^2}{2! \cdot 3^2}, a_3 = \frac{4^3}{3! \cdot 3^3}, a_4 = \frac{5^4}{4! \cdot 3^4}, a_5 = \frac{6^5}{5! \cdot 3^5}, a_{n+1} = \frac{(n+2)^{n+1}}{(n+1)! \cdot 3^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n! \cdot 3^n}.$$

$$9. a_1 = \frac{1!}{1^1}, a_2 = \frac{2!}{2^2}, a_3 = \frac{3!}{3^3}, a_4 = \frac{4!}{4^4}, a_5 = \frac{5!}{5^5}, a_{n+1} = \frac{(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

$$10. a_1 = \frac{1 \cdot 2^1}{1^1}, a_2 = \frac{3 \cdot 2^2}{2^2}, a_3 = \frac{5 \cdot 2^3}{3^3}, a_4 = \frac{7 \cdot 2^4}{4^4}, a_5 = \frac{9 \cdot 2^5}{5^5}, a_{n+1} = \frac{(2n+1) \cdot 2^{n+1}}{(n+1)^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1) \cdot 2^n}{n^n}.$$

$$11. a_1 = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot 2^1, a_2 = \sqrt{\frac{2}{7}} \cdot 2^2, a_3 = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot 2^3, a_4 = \sqrt{\frac{4}{13}} \cdot 2^4, a_5 = \sqrt{\frac{5}{16}} \cdot 2^5, a_{n+1} = \sqrt{\frac{n+1}{3n+4}} \cdot 2^{n+1},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{3n+1}} \cdot 2^n.$$

$$12. a_1 = \frac{0!}{3}, a_2 = \frac{1!}{5}, a_3 = \frac{2!}{7}, a_4 = \frac{3!}{9}, a_5 = \frac{4!}{11}, a_{n+1} = \frac{n!}{2n+3}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{2n+1}.$$

$$13. a_1 = \frac{\ln 2}{1^2}, a_2 = \frac{\ln 3}{2^2}, a_3 = \frac{\ln 4}{3^2}, a_4 = \frac{\ln 5}{4^2}, a_5 = \frac{\ln 6}{5^2}, a_{n+1} = \frac{\ln(n+2)}{(n+1)^2}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^2}.$$



14.  $a_1 = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right), a_2 = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), a_3 = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right), a_4 = \sin\left(\frac{\pi}{8}\right), a_5 = \sin\left(\frac{\pi}{10}\right), a_{n+1} = \sin\left(\frac{\pi}{2n+2}\right),$   
 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2n}\right).$
15.  $a_1 = \frac{1^1}{1! \cdot \sqrt{3}}, a_2 = \frac{2^2}{2! \cdot \sqrt{4}}, a_3 = \frac{3^3}{3! \cdot \sqrt{5}}, a_4 = \frac{4^4}{4! \cdot \sqrt{6}}, a_5 = \frac{5^5}{5! \cdot \sqrt{7}}, a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)! \cdot \sqrt{n+3}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n! \cdot \sqrt{n+2}}.$
16.  $a_1 = \frac{1}{e^1}, a_2 = \frac{2}{e^2}, a_3 = \frac{3}{e^3}, a_4 = \frac{4}{e^4}, a_5 = \frac{5}{e^5}, a_{n+1} = \frac{n+1}{e^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}.$
17.  $a_1 = \frac{1}{1^3+1}, a_2 = \frac{3}{2^3+1}, a_3 = \frac{5}{3^3+1}, a_4 = \frac{7}{4^3+1}, a_5 = \frac{9}{5^3+1}, a_{n+1} = \frac{2n+1}{(n+1)^3+1}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n^3+1}.$
18.  $a_1 = \frac{2^1 \cdot 1!}{1^1}, a_2 = \frac{2^2 \cdot 2!}{2^2}, a_3 = \frac{2^3 \cdot 3!}{3^3}, a_4 = \frac{2^4 \cdot 4!}{4^4}, a_5 = \frac{2^5 \cdot 5!}{5^5}, a_{n+1} = \frac{2^{n+1} \cdot (n+1)!}{(n+1)^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}.$
19.  $a_1 = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{1}}, a_2 = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}, a_3 = \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{3}}, a_4 = \frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt{4}}, a_5 = \frac{\sqrt[6]{3}}{\sqrt{5}}, a_{n+1} = \frac{\sqrt[n+2]{3}}{\sqrt{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n+1]{3}}{\sqrt{n}}.$
20.  $a_1 = \frac{\ln 2}{1^2+2}, a_2 = \frac{\ln 3}{2^2+2}, a_3 = \frac{\ln 4}{3^2+2}, a_4 = \frac{\ln 5}{4^2+2}, a_5 = \frac{\ln 6}{5^2+2}, a_{n+1} = \frac{\ln(n+2)}{(n+1)^2+2}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^2+2}.$
21.  $a_1 = \frac{1 \cdot 2^1}{2!}, a_2 = \frac{2 \cdot 2^2}{3!}, a_3 = \frac{3 \cdot 2^3}{4!}, a_4 = \frac{4 \cdot 2^4}{5!}, a_5 = \frac{5 \cdot 2^5}{6!}, a_{n+1} = \frac{(n+1) \cdot 2^{n+1}}{(n+2)!}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 2^n}{(n+1)!}.$
22.  $a_1 = \frac{1}{2^1}, a_2 = \frac{1 \cdot 4}{2^2}, a_3 = \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{2^3}, a_4 = \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{2^4}, a_5 = \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13}{2^5}, a_{n+1} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{2^{n+1}},$   
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{2^n}.$
23.  $a_1 = \frac{e^{\sqrt{1}}}{\sqrt{1}}, a_2 = \frac{e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}, a_3 = \frac{e^{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}, a_4 = \frac{e^{\sqrt{4}}}{\sqrt{4}}, a_5 = \frac{e^{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}}, a_{n+1} = \frac{e^{\sqrt{n+1}}}{\sqrt{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}.$
24.  $a_1 = \sin\left(\frac{\pi}{1}\right), a_2 = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right), a_3 = \sin^3\left(\frac{\pi}{3}\right), a_4 = \sin^4\left(\frac{\pi}{4}\right), a_5 = \sin^5\left(\frac{\pi}{5}\right), a_{n+1} = \sin^{n+1}\left(\frac{\pi}{n+1}\right),$   
 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^n\left(\frac{\pi}{n}\right).$
25.  $a_1 = \left(\frac{2}{1}\right)^1 \cdot \frac{1}{3^1}, a_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{3^2}, a_3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{3^3}, a_4 = \left(\frac{5}{4}\right)^4 \cdot \frac{1}{3^4}, a_5 = \left(\frac{6}{5}\right)^5 \cdot \frac{1}{3^5},$   
 $a_{n+1} = \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n+1} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n \cdot \frac{1}{3^n}.$
26.  $a_1 = \frac{2}{1!}, a_2 = \frac{3}{2!}, a_3 = \frac{4}{3!}, a_4 = \frac{5}{4!}, a_5 = \frac{6}{5!}, a_{n+1} = \frac{n+2}{(n+1)!}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}.$
27.  $a_1 = \frac{4}{1 \cdot 2^1}, a_2 = \frac{9}{2 \cdot 2^2}, a_3 = \frac{14}{3 \cdot 2^3}, a_4 = \frac{19}{4 \cdot 2^4}, a_5 = \frac{24}{5 \cdot 2^5}, a_{n+1} = \frac{5n+4}{(n+1) \cdot 2^{n+1}}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n-1}{n \cdot 2^n}.$
28.  $a_1 = \frac{1^3}{\sqrt{1+2^1}}, a_2 = \frac{2^3}{\sqrt{1+2^2}}, a_3 = \frac{3^3}{\sqrt{1+2^3}}, a_4 = \frac{4^3}{\sqrt{1+2^4}}, a_5 = \frac{5^3}{\sqrt{1+2^5}}, a_{n+1} = \frac{(n+1)^3}{\sqrt{1+2^{n+1}}},$   
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt{1+2^n}}.$
29.  $a_1 = \sqrt[3]{1} \cdot \ln 2, a_2 = \sqrt[3]{2} \cdot \ln 3, a_3 = \sqrt[3]{3} \cdot \ln 4, a_4 = \sqrt[3]{4} \cdot \ln 5, a_5 = \sqrt[3]{5} \cdot \ln 6, a_{n+1} = \sqrt[3]{n+1} \cdot \ln(n+2),$   
 $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \ln(n+1).$

$$30. a_1 = \frac{2^2}{1}, a_2 = \frac{3^2}{5}, a_3 = \frac{4^2}{9}, a_4 = \frac{5^2}{13}, a_5 = \frac{6^2}{17}, a_{n+1} = \frac{(n+2)^2}{4n+1}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{4n-3}.$$

**Завдання 2. Записати одну з можливих формул загального члену ряду та сам ряд.**

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{3n-2}}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n \cdot (2n+1)}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{100(n-1)+1}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n)!}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(3n-1)^2}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{2^n}.$$

$$13. \frac{(2n)!}{n^2 \cdot n!}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{\sqrt{n} \cdot 5^n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n)!}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)!}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n} \cdot (n+1)}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{(2n-1) \cdot 2^{n-1}}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n-3}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 3^n}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(5n-4)^2}.$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{6n-5}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}.$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{2}\right)^n \cdot \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{2^n}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n \cdot 2^n}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n!}{(6n-5)}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{4n+1}\right)^n.$$

**Завдання 3. Знайти суму ряду:**

$$1. \text{ а) } \frac{1}{2 \cdot 10};$$

$$\text{б) } -0,5.$$

$$9. \text{ а) } \frac{2}{3};$$

$$\text{б) } \frac{20}{7}.$$

$$2. \text{ а) } \frac{1}{25};$$

$$\text{б) } \frac{9}{4}.$$

$$10. \text{ а) } \frac{2}{9};$$

$$\text{б) } \frac{55}{14}.$$

$$3. \text{ а) } \frac{1}{5};$$

$$\text{б) } \frac{-7}{4}.$$

$$11. \text{ а) } \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{11}{18};$$

$$\text{б) } 4.$$

$$4. \text{ а) } 1;$$

$$\text{б) } \frac{44}{5}.$$

$$12. \text{ а) } \frac{1}{6};$$

$$\text{б) } 8.$$

$$5. \text{ а) } \frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \frac{13}{5}.$$

$$13. \text{ а) } \frac{1}{5};$$

$$\text{б) } \frac{67}{6}.$$

$$6. \text{ а) } \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 6.$$

$$14. \text{ а) } \frac{1}{4};$$

$$\text{б) } \frac{14}{3}.$$

$$7. \text{ а) } \frac{9}{40};$$

$$\text{б) } \frac{19}{7}.$$

$$15. \text{ а) } \frac{1}{5};$$

$$\text{б) } \frac{62}{7}.$$

$$8. \text{ а) } \frac{2}{5};$$

$$\text{б) } \frac{7}{2}.$$

$$16. \text{ а) } \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{12};$$

$$\text{б) } \frac{13}{4}.$$

- |  |                      |   |                      |
|--|----------------------|---|----------------------|
| 17. а) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{7}{24}$ ; | б) $\frac{22}{3}$ .  | 24. а) 1 ;  | б) $\frac{23}{12}$ . |
| 18. а) $\frac{1}{7}$ ;   | б) $\frac{25}{6}$ .  | 25. а) 1 ;  | б) $\frac{51}{10}$ . |
| 19. а) $\frac{1}{7}$ ;   | б) $\frac{15}{2}$ .  | 26. а) $\frac{1}{4}$ ;  | б) $\frac{-1}{2}$ .  |
| 20. а) $\frac{1}{4}$ ;   | б) $\frac{31}{2}$ .  | 27. а) $\frac{1}{3}$ ;  | б) 6.                |
| 21. а) 1;  | б) $\frac{25}{3}$ .  | 28. а) $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ ;   | б) 8.                |
| 22. а) $\frac{1}{4}$ ;   | б) $\frac{81}{14}$ . | 29. а) $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{13}{36}$ ; | б) $\frac{3}{4}$ .   |
| 23. а) 1;  | б) $\frac{43}{4}$ .  | 30. а) 2 ;  | б) $\frac{-2}{3}$ .  |

**Завдання 4. За означенням дослідити ряди на збіжність:**

- |                   |             |               |
|-------------------|-------------|---------------|
| 1. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 2. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 3. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 4. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 5. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 6. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 7. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 8. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 9. а) збіжний;    | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 10. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 11. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 12. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 13. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 14. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 15. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 16. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 17. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 18. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 19. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 20. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 21. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 22. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 23. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 24. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 25. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 26. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 27. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 28. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) збіжний.   |
| 29. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |
| 30. а) збіжний;   | б) збіжний; | в) розбіжний. |

**Завдання 6. Користуючись достатньою ознакою розбіжності ряду, з'ясувати поведінку рядів: Всі ряди є розбіжними.**

**Завдання 7. Дослідити ряди на збіжність, використовуючи інтегральну ознаку Коші:**

- |                   |               |
|-------------------|---------------|
| 1. а) збіжний;    | б) розбіжний. |
| 2. а) збіжний;    | б) збіжний.   |
| 3. а) розбіжний;  | б) збіжний.   |
| 4. а) розбіжний;  | б) збіжний.   |
| 5. а) збіжний;    | б) розбіжний. |
| 6. а) розбіжний;  | б) збіжний.   |
| 7. а) розбіжний;  | б) збіжний.   |
| 8. а) розбіжний;  | б) збіжний.   |
| 9. а) збіжний;    | б) розбіжний. |
| 10. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 11. а) розбіжний; | б) збіжний.   |
| 12. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 13. а) розбіжний; | б) збіжний.   |
| 14. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 15. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 16. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 17. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 18. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 19. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 20. а) розбіжний; | б) збіжний.   |
| 21. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 22. а) розбіжний; | б) збіжний.   |
| 23. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 24. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 25. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 26. а) розбіжний; | б) збіжний.   |
| 27. а) розбіжний; | б) збіжний.   |
| 28. а) розбіжний; | б) збіжний.   |
| 29. а) збіжний;   | б) розбіжний. |
| 30. а) збіжний;   | б) розбіжний. |

**Завдання 8. Дослідити на збіжність ряди за допомогою ознак порівняння:**

- |                   |             |             |
|-------------------|-------------|-------------|
| 1. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 2. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 3. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 4. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 5. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 6. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 7. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 8. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 9. а) розбіжний;  | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 10. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 11. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 12. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 13. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 14. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 15. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 16. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 17. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 18. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 19. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 20. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 21. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 22. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |

- |                   |             |             |
|-------------------|-------------|-------------|
| 23. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 24. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 25. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 26. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 27. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 28. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 29. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |
| 30. а) розбіжний; | б) збіжний; | в) збіжний. |

**Завдання 9. Дослідити на збіжність ряди за допомогою радикальної ознаки Коші:**

- |                   |               |               |
|-------------------|---------------|---------------|
| 1. а) розбіжний;  | б) збіжний;   | в) збіжний.   |
| 2. а) збіжний;    | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 3. а) розбіжний;  | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 4. а) розбіжний;  | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 5. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 6. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 7. а) розбіжний;  | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 8. а) розбіжний;  | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 9. а) розбіжний;  | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 10. а) розбіжний; | б) збіжний;   | в) збіжний.   |
| 11. а) розбіжний; | б) збіжний;   | в) збіжний.   |
| 12. а) розбіжний; | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 13. а) збіжний;   | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 14. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 15. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 16. а) розбіжний; | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 17. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 18. а) розбіжний; | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 19. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 20. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 21. а) розбіжний; | б) збіжний;   | в) збіжний.   |
| 22. а) розбіжний; | б) збіжний;   | в) збіжний.   |
| 23. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 24. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 25. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 26. а) збіжний;   | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 27. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 28. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 29. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 30. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |

**Завдання 10. Дослідити на збіжність ряди за допомогою ознаки Даламбера:**

- |                   |               |               |
|-------------------|---------------|---------------|
| 1. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 2. а) збіжний;    | б) збіжний;   | в) розбіжний. |
| 3. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 4. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 5. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 6. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 7. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 8. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 9. а) збіжний;    | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 10. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 11. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) збіжний.   |
| 12. а) збіжний;   | б) розбіжний; | в) розбіжний. |
| 13. а) розбіжний; | б) розбіжний; | в) збіжний.   |



**Завдання 12.** Знайти суму ряду  $\sum_{n=n_0}^{\infty} a_n$  з точністю до  $\varepsilon$ .

1.  $\frac{2}{1} - \frac{2}{3 \cdot 1} + \frac{2}{9 \cdot 2} - \frac{2}{27 \cdot 6} + \frac{2}{81 \cdot 24}$ . Точне значення  $\frac{2}{\sqrt[3]{e}}$ .

2.  $\frac{1}{3!} - \frac{2}{6!}$ .

3.  $0 - \frac{1}{3!} + \frac{2}{5!}$ .

4.  $-\frac{3}{3!} + \frac{6}{4!} - \frac{9}{5!} + \frac{12}{6!} - \frac{15}{7!}$ . Точне значення  $3 - 9e^{-1}$ .

5.  $1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6!}$ . Точне значення  $\cos 1$ .

6.  $\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!}$ . Точне значення  $e^{-1} - \frac{1}{2}$ .

7.  $\frac{1}{5 \cdot 2} - \frac{1}{25 \cdot 4} + \frac{1}{125 \cdot 6}$ . Точне значення  $\frac{1}{2} \ln \frac{6}{5}$ .

8.  $1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!}$ . Точне значення  $\frac{\pi}{4}$ .

9.  $-\frac{3}{2 \cdot 2!} + \frac{6}{4 \cdot 4!} - \frac{9}{8 \cdot 6!}$ . Точне значення  $-\frac{3\sqrt{2}}{4} \sin \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

10.  $-1 + \frac{1}{2 \cdot 2!} - \frac{1}{3 \cdot 3!} + \frac{1}{4 \cdot 4!} - \frac{1}{5 \cdot 5!}$ .

11.  $5 - \frac{5}{3^2} + \frac{5}{3^4} - \frac{5}{3^6}$ . Точне значення  $\frac{9}{2}$ .

12.  $1 - \frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} - \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4}$ . Точне значення  $\frac{4}{5}$ .

13.  $\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2^5 \cdot 2^2}$ .

14.  $0 - \frac{1}{3!} + \frac{2}{6!} - \frac{3}{9!}$ .

15.  $0 - \frac{2}{3!} + \frac{4}{5!} - \frac{6}{7!}$ .

16.  $\frac{2}{3 \cdot 3} - \frac{2}{12 \cdot 9} + \frac{2}{27 \cdot 27}$ .

17.  $1 - \frac{1}{3 \cdot 1!} + \frac{1}{5 \cdot 2!} - \frac{1}{7 \cdot 3!} + \frac{1}{9 \cdot 4!}$ .

18.  $\frac{1}{1 \cdot 4} - \frac{1}{32 \cdot 13} + \frac{1}{243 \cdot 28}$ .

19.  $\frac{-2}{1 \cdot 5} + \frac{4}{2 \cdot 25} - \frac{8}{3 \cdot 125} + \frac{16}{4 \cdot 625} - \frac{32}{5 \cdot 5^5}$ .

20.  $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{49} - \frac{1}{244} + \frac{1}{769}$ .

21.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{5^n} \quad \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \frac{5}{5^5}$

22.  $\frac{1}{3 \cdot 0!} - \frac{1}{3 \cdot 2!} + \frac{1}{3 \cdot 4!} - \frac{1}{3 \cdot 6!}$ .

23.  $\frac{-3}{5 \cdot 1 \cdot 3^1} + \frac{5}{5 \cdot 4 \cdot 3^2} - \frac{7}{5 \cdot 9 \cdot 3^3} + \frac{9}{5 \cdot 16 \cdot 3^4}$ .

$$24. -\frac{1}{4 \cdot 2} + \frac{2}{16 \cdot 5} - \frac{3}{64 \cdot 10} + \frac{4}{256 \cdot 17}.$$

$$25. 0 + \frac{3}{4 \cdot 5^2} - \frac{8}{6 \cdot 5^3} + \frac{15}{8 \cdot 5^4}.$$

$$26. 0 - \frac{2}{4!} + \frac{4}{7!}.$$

$$27. \frac{-2}{1!} + \frac{4}{4} - \frac{6}{6^2} + \frac{8}{24^2}.$$

$$28. -\frac{1}{3} + \frac{1}{9 \cdot 2} - \frac{1}{27 \cdot 3} + \frac{1}{81 \cdot 4}.$$

$$29. \frac{1}{1 \cdot 1} - \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3! \cdot 2^2} - \frac{1}{4! \cdot 2^3}.$$

$$30. \frac{1}{5 \cdot 1} - \frac{1}{5 \cdot 2^3} + \frac{1}{5 \cdot 3^3} - \frac{1}{5 \cdot 4^3} + \frac{1}{5 \cdot 5^3}.$$

**Завдання 13. Знайти область збіжності степеневого ряду та вказати радіус збіжності**

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{4^n \cdot 2n}. \quad [-9; -1), \quad R = 4.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot (3n+1)}. \quad [-3; 1), \quad R = 2.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{5^n \cdot (2n-1)}. \quad [-8; 2), \quad R = 5.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n \cdot (n^2+1)}. \quad [-1; 5], \quad R = 3.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{4^n \cdot n^2}. \quad [0; 4], \quad R = 2.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n \cdot (3n^2+1)}. \quad [0; 4], \quad R = 2.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{n\sqrt{n}}. \quad [-1; 0], \quad R = \frac{1}{2}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{5^n \cdot (7n+2)}. \quad [-6; 4), \quad R = 5.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot n\sqrt{n}}. \quad [-3; 1], \quad R = 2.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^{2n}}{9^n \cdot (n^2-2)}. \quad [-2; 1], \quad R = \frac{3}{2}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n \cdot n}{3^n \cdot (2n^2+1)}. \quad [-1; 5), \quad R = 3.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n \cdot (n^2+3)}. \quad [-4; 0], \quad R = 2.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{9^n \cdot n}. \quad [-10; 8), \quad R = 9.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{7^n \cdot (2n-1)}. \quad [-4; 3), \quad R = 3,5.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{4^n \cdot 7n}. \quad [-5; 3), \quad R = 4.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n}}{4^n \cdot (3n+1)}. \quad (-4; 0), \quad R = 2.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{4^n \cdot 2n}. \quad (-5; -1), \quad R = 2.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^{2n}}{9^n \cdot (3n+2)}. \quad (-2; 1), \quad R = 1,5.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{3^n \cdot 2n}. \quad [-5; -1), \quad R = 3.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n \cdot n\sqrt{n}}. \quad [-4; 2], \quad R = 3.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{4^n \cdot \sqrt[3]{n^2}}. \quad (1; 5), \quad R = 2.$$



$$22. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n \cdot (n^2+1)}. \quad [1;5], \quad R=2.$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n\sqrt{n}}. \quad [0;1], \quad R=\frac{1}{2}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3^n \cdot \sqrt{2n+1}}. \quad [-1;2), \quad R=1,5.$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{4^n \cdot 3n}. \quad (-3;1), \quad R=2.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{4^n \cdot (n+2)}. \quad (-5;-1), \quad R=2.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \cdot \sqrt{n}}. \quad [-1;3), \quad R=2.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3^n \cdot 2n}. \quad [-2;1), \quad R=1,5.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{4^n \cdot n}. \quad [-3;5), \quad R=4.$$

$$26. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}(3n+1)}{4^n \cdot n^2}. \quad [-3;1), \quad R=2.$$

**Завдання 14.** Знайти мажоранту ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  при умові  $x \in [a;b]$ .

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{3^n}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n \cdot 3^n}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n \cdot 2^n}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 \cdot 5^n}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n^2+3n)}.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n\sqrt{n}}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}.$$

$$27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 9^n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n \cdot 2^n}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \cdot 2^n}.$$

$$28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^2 \cdot 2^n}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n! \cdot 3^n}.$$

$$29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n \cdot 2^n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^3+1)}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^2+n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 \cdot \sqrt{n}}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 \cdot 2^n}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}.$$

**Завдання 15.** Розкласти функцію  $f(x)$  за степенями  $(x-x_0)$ , вказати область збіжності.

$$1. e^{2x} = e^4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} (x-2)^n, \text{ область збіжності } x \in R.$$

$$2. \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n \cdot n!} \cdot (x-1)^n, \text{ область збіжності } x \in (0;2).$$

3.  $\ln(3x-4) = \ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{2^n \cdot n} (x-2)^n$ , область збіжності  $x \in \left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right]$ .
4.  $\frac{1}{x+4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{6^{n+1}} (x-2)^n$ , область збіжності  $x \in (-4; 8)$ .
5.  $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{3} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n+1} \cdot (2n)!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^{2n} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n+2} \cdot (2n+1)!} \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^{2n+1}$ , область збіжності  $x \in R$ .
6.  $\sqrt{x+5} = 3 + 3 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{-1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2^n \cdot 9^n \cdot n!} \cdot (x-4)^n$ , область збіжності  $x \in (-5; 13)$ .
7.  $\frac{1}{2x+3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n}{11^{n+1}} (x-4)^n$ , область збіжності  $x \in \left(\frac{-3}{2}; \frac{19}{2}\right)$ .
8.  $\ln(5x+4) = 2 \ln 3 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{5^n}{9^n \cdot n} (x-1)^n$ , область збіжності  $x \in \left(-\frac{4}{5}; \frac{14}{5}\right]$ .
9.  $\frac{1}{3x+2} = -\sum_{n=0}^{\infty} 3^n (x+1)^n$ , область збіжності  $x \in \left(\frac{-4}{3}; \frac{-2}{3}\right)$ .
10.  $e^{2x-3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} (x+1)^n$ , область збіжності  $x \in R$ .
11.  $\sin \frac{\pi x}{3} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n+1}}{3^{2n+1} \cdot (2n+1)!} (x-1)^{2n+1} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n}}{3^{2n} \cdot (2n)!} (x-1)^{2n}$  область збіжності  $x \in R$ .
12.  $\frac{1}{\sqrt{3+x}} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n \cdot n!} \cdot (x+3)^n$ , область збіжності  $x \in (-3; -1)$ .
13.  $\ln(2x+1) = 2 \ln 3 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{9^n \cdot n} (x-4)^n$ , область збіжності  $x \in \left(\frac{-1}{2}; \frac{17}{2}\right]$ .
14.  $\ln(3x+2) = 3 \ln 2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{8^n \cdot n} (x-2)^n$ , область збіжності  $x \in \left(-\frac{2}{3}; \frac{14}{3}\right]$ .
15.  $\sin 2x = \cos 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n+1}}{(2n+1)!} (x+1)^{2n+1} - \sin 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n}}{(2n)!} (x+1)^{2n}$ ,  $x \in R$ .
16.  $\sqrt[3]{x+2} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{-1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-4)}{3^n \cdot n!} \cdot (x+1)^n$ , область збіжності  $x \in (-2; 0)$ .
17.  $2x \cdot \sqrt[3]{x+1} = 2 \cdot \sqrt[3]{2} \left( x-1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{-1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-4)}{6^n \cdot n!} \cdot (x+1)^{n+1} + 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{-1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-4)}{6^n \cdot n!} \cdot (x+1)^n \right)$ ,  $x \in (-1; 3)$ .
18.  $\ln(3x+4) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n}{n} (x+1)^n$ , область збіжності  $x \in \left(-\frac{4}{3}; \frac{-2}{3}\right]$ .
19.  $e^{5x+2} = e^{-8} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!} (x+2)^n$ , область збіжності  $x \in R$ .

$$20. \frac{1}{3x+4} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 3^n (x+1)^n, \text{ область збіжності } x \in \left( \frac{-4}{3}; \frac{-2}{3} \right).$$

$$21. \ln x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x-1)^n, \text{ область збіжності } x \in (0; 2].$$

$$22. \frac{1}{x+3} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} (x+1)^n, \text{ область збіжності } x \in (-3; 1).$$

$$23. \sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \left( \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n}}{(2n)!} \left( x - \frac{\pi}{6} \right)^{2n} - \sqrt{3} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n+1}}{(2n+1)!} \left( x - \frac{\pi}{6} \right)^{2n+1} \right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$24. e^{3x+1} = e^4 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n!} (x-1)^n, \text{ область збіжності } x \in \mathbb{R}.$$

$$25. \frac{1}{\sqrt{x+4}} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n \cdot n!} \cdot (x+3)^n, \text{ область збіжності } x \in (-4; -2).$$

$$26. \frac{1}{x-2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x-3)^n, \text{ область збіжності } x \in (2; 4).$$

$$27. \cos \frac{\pi x}{3} = - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\pi}{3} \right)^{2n} \cdot \frac{(x-3)^{2n}}{(2n)!}, \text{ область збіжності } x \in \mathbb{R}.$$

$$28. \sqrt[3]{x+4} = 2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{-1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-4)}{8^n \cdot n!} \cdot (x-4)^n, \text{ область збіжності } x \in (-4; 12).$$

$$29. \frac{2x-3}{x+1} = 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} (x-2)^n, \text{ область збіжності } x \in (-1; 5).$$

$$30. \frac{1}{2x+5} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{3^{n+1}} (x+1)^n, \text{ область збіжності } x \in \left( \frac{-5}{2}; \frac{1}{2} \right).$$

**Завдання 16. Розкласти функцію  $f(x)$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності.**

$$1. \sqrt[3]{x} \cdot \cos 2x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{4^n}{(2n)!} \cdot x^{2n+\frac{1}{3}}, \text{ область збіжності } x \in \mathbb{R}.$$

$$2. \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = \frac{2}{5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}, \text{ область збіжності } x \in (-1; 1).$$

$$3. \frac{\sin x^2}{x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{4n}}{(2n+1)!}, \text{ область збіжності } x \in \mathbb{R}, x \neq 0.$$

$$4. \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{2n+3}, \text{ область збіжності } x \in [-1; 1], x \neq 0.$$

$$5. \ln(1-25x^2) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n}}{n} \cdot x^{2n}, \text{ область збіжності } x \in \left( \frac{-1}{5}; \frac{1}{5} \right)$$

6.  $x(\operatorname{ch} 2x - 1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2n)!} \cdot x^{2n+1}$ , область збіжності  $x \in R$ .
7.  $\frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3^{2n}}{(2n)!} \cdot \left(\frac{3}{2n+1} - 1\right) \cdot x^{2n}$ , область збіжності  $x \in R$ ,  $x \neq 0$ .
8.  $\frac{1}{\sqrt[4]{1+x^3}} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}{4^n \cdot n!} \cdot x^{3n}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1)$ .
9.  $(\sin x - \cos x)^2 \cdot x = x - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2^{2n+1}}{(2n+1)!} \cdot x^{2n+2}$ , область збіжності  $x \in R$ .
10.  $\frac{\operatorname{arctg} x}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{2n+1}$ , область збіжності  $x \in [-1; 1]$ ,  $x \neq 0$ .
11.  $\frac{\ln(1+x^2)}{\sqrt[3]{x}} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{2n-\frac{1}{3}}}{n}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1]$ ,  $x \neq 0$ .
12.  $\frac{\operatorname{arctg} x^5}{x\sqrt{x}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{10n+3.5}}{2n+1}$  в ряд Маклорена та вказати область збіжності ряду.
13.  $\frac{\ln(1+x^2)}{x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{2n-2}}{n}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1)$ ,  $x \neq 0$ .
14.  $e^{-\sqrt{x}} - 1 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{\frac{n}{2}}}{n!}$ , область збіжності  $x \in R$ ,  $x \geq 0$ .
15.  $\frac{e^{x^2} - 1}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{n!}$ , область збіжності  $x \in R$ ,  $x \neq 0$ .
16.  $\ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1)$ .
17.  $\frac{\ln(1+x^2)}{x} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{2n-1}}{n}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1)$ ,  $x \neq 0$ .
18.  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n \cdot n!} \cdot x^{2n+1}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1)$ .
19.  $\frac{x}{\sqrt[3]{8-x}} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{3^n \cdot n! \cdot 2^{3n}} \cdot x^{n+1}$ , область збіжності ряду  $x \in (-8; 8)$ .
20.  $\operatorname{ch} 2x^3 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(2n)!} \cdot x^{6n}$ , область збіжності  $x \in R$ .
21.  $\ln(1-4x^2) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n} \cdot x^{2n}$ , область збіжності ряду  $x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .
22.  $\frac{x}{\sqrt{4+x^2}} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n \cdot n! \cdot 2^{2n}} \cdot x^{2n+1}$ , область збіжності ряду  $x \in (-2; 2)$ .
23.  $\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^n \cdot n! \cdot 4^n} \cdot x^{2n+1}$ , область збіжності ряду  $x \in (-2; 2)$ .

24.  $\sin^2 x = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{4^n}{(2n)!} \cdot x^{2n}$ , область збіжності  $x \in R$ .
25.  $\frac{e^x - 1}{x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-2}}{n!}$ , область збіжності  $x \in R, x \neq 0$ .
26.  $\cos^2 x = 1 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{4^n}{(2n)!} \cdot x^{2n}$ , область збіжності  $x \in R$ .
27.  $\sqrt[3]{16 - x^2} = 1 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-4)}{3^n \cdot n! \cdot 16^n} \cdot x^{2n}$ , область збіжності ряду  $x \in (-4; 4)$ .
28.  $\frac{\arctg x}{x\sqrt{x}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n-\frac{1}{2}}}{2n+1}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1], x \neq 0$ .
29.  $\frac{\ln(1+x^3)}{x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{3n-2}}{n}$ , область збіжності ряду  $x \in (-1; 1], x \neq 0$ .
30.  $\frac{(1+x)^2}{1+2x} = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot 2^n \cdot x^{n+2}$ , область збіжності ряду  $x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Завдання 17. Обчислити границю, використовуючи розклад відповідних функцій в ряд Маклорена.**

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{7x^2} = \frac{1}{7}$ .                  | 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin x} = 3$ .                       | 21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x} = 2$ .                     |
| 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \operatorname{ch} 2x}{e^x - 1} = -2$ .        | 12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^x - 1} = 5$ .                        | 22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg x}{1 - \cos 2x} = \frac{1}{2}$ .   |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \arcsin x}{2x + \arcsin x} = \frac{1}{3}$ .  | 13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin 3x} = \frac{4}{3}$ .           | 23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2} = -4$ .                    |
| 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arctg 3x}{7x} = \frac{6}{7}$ .                 | 14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1}{\sin 3x} = \frac{2}{9}$ .   | 24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} = 2$ .                      |
| 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg 3x}{\ln(1-9x^2)} = -\frac{1}{3}$ . | 15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \operatorname{ch} 2x} = -1$ .  | 25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x^2 - \cos x}{5x^2} = -\frac{1}{10}$ .        |
| 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^x + x - 3}{\sin 2x} = 2$ .                     | 16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\arctg x} = 2$ .                     | 26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} 2x}{e^x - 1} = 2$ .             |
| 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arctg 3x}{\ln(1-x^2)} = -3$ .            | 17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \cos x}{e^x - e^{-x}} = 1$ .           | 27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{(e^{3x} + 3x - 1)x} = \frac{4}{3}$ . |
| 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\arctg 2x} = \frac{1}{2}$ .              | 18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{sh} 2x} = \frac{3}{2}$ . | 28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^{x^2} - 1} = \frac{1}{2}$ .         |
| 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{e^{x^2} - 1} = -6$ .           | 19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 2x}{2x} = \frac{3}{2}$ .               | 29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\operatorname{sh} x} = 2$ .            |
| 10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\ln(1-x)} = -3$ .                     | 20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - x}{\ln(1-x)} = -2$ .                  | 30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+x} - 1}{e^{2x} - 1} = \frac{1}{10}$ .  |

**Завдання 18.** Обчислити значення  $f(x)$  з точністю до  $\varepsilon$ .

$$1. \sqrt[6]{65} \approx 2 \left( 1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{64} - \left| \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left( \frac{1}{64} \right)^2 + \dots \right. \right) \approx 2,0052 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$2. \ln 1,5 \approx 0,5 - \frac{(0,5)^2}{2} + \frac{(0,5)^3}{3} - \frac{(0,5)^4}{4} + \left| \frac{(0,5)^5}{5} - \dots \right. \approx 0,405 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$3. \sin 0,5 \approx 0,5 - \frac{(0,5)^3}{3!} + \left| \frac{(0,5)^5}{5!} - \frac{(0,5)^7}{7!} + \dots \right. \approx 0,4794 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$4. \cos 1 \approx 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6!} + \left| \frac{1}{8!} - \dots \right. \approx 0,5403 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$5. \sin 1 \approx 1 - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \left| \frac{1}{7!} + \dots \right. \approx 0,841 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$6. \cos 5^\circ = \cos \frac{\pi}{36} \approx 1 - \frac{\left( \frac{\pi}{36} \right)^2}{2!} + \frac{\left( \frac{\pi}{36} \right)^4}{4!} - \left| \frac{\left( \frac{\pi}{36} \right)^6}{6!} + \dots \right. \approx 0,9962 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$7. \sin 5^\circ = \sin \frac{\pi}{36} \approx \frac{\pi}{36} - \frac{\left( \frac{\pi}{36} \right)^3}{3!} + \left| \frac{\left( \frac{\pi}{36} \right)^5}{5!} - \dots \right. \approx 0,08715 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,00001.$$

$$8. \operatorname{arctg} \frac{1}{5} \approx \frac{1}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{5} \right)^5 - \frac{1}{7} \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^7 - \left| \frac{1}{9} \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^9 + \dots \right. \approx 0,19739 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,00001.$$

$$9. \frac{1}{e} \approx 1 - 1 + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} - \left| \frac{1}{7!} + \dots \right. \approx 0,3679 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$10. \sqrt[3]{65} \approx 4 \left( 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{64} - \left| \frac{1}{2! \cdot 3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{64} \right)^2 + \dots \right. \right) \approx 4,02073 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,00001.$$

$$11. \frac{1}{\sqrt[5]{e}} \approx 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{2!} \left( \frac{1}{5} \right)^2 - \frac{1}{3!} \left( \frac{1}{5} \right)^3 + \frac{1}{4!} \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^4 - \left| \frac{1}{5!} \cdot \left( \frac{1}{5} \right)^5 + \dots \right. \approx 0,8187 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$12. \operatorname{arctg} \frac{1}{10} \approx \frac{1}{10} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{10} \right)^3 + \left| \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{10} \right)^5 + \dots \right. \approx 0,09967 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,00001.$$

$$13. \sqrt[3]{28} \approx 3 \left( 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{27} - \frac{1}{2! \cdot 3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{27} \right)^2 + \left| \dots \right. \right) \approx 3,0366 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$14. \cos 10^\circ = \cos \frac{\pi}{18} \approx 1 - \frac{\left( \frac{\pi}{18} \right)^2}{2!} + \frac{\left( \frac{\pi}{18} \right)^4}{4!} - \left| \frac{\left( \frac{\pi}{18} \right)^6}{6!} - \dots \right. \approx 0,9848 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$15. \ln(1,1) \approx 0,1 - \frac{(0,1)^2}{2} + \left| \frac{(0,1)^3}{3} - \dots \right. \approx 0,095 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$16. \sin 0,2 \approx 0,2 - \frac{(0,2)^3}{3!} + \left| \frac{(0,2)^5}{5!} - \frac{(0,2)^7}{7!} + \dots \approx 0,1987 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$17. \sqrt[3]{66} \approx 4 \left( 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{32} - \frac{1}{2! \cdot 3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{32} \right)^2 + \left| + \dots \right. \right) \approx 4,0412 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$18. \operatorname{arctg} \frac{1}{4} \approx \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{4} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{4} \right)^5 - \left| \frac{1}{7} \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^7 + \dots \approx 0,2450 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$19. \operatorname{arctg} \frac{1}{6} \approx \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{6} \right)^3 + \left| \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{6} \right)^5 + \dots \approx 0,16515 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,00001.$$

$$20. \sqrt[10]{1027} \approx 2 \left( 1 + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{1024} - \left| \frac{1}{2! \cdot 10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \left( \frac{3}{1024} \right)^2 + \dots \right. \right) \approx 2,001 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$21. \ln(1,3) \approx 0,3 - \frac{(0,3)^2}{2} + \frac{(0,3)^3}{3} - \frac{(0,3)^4}{4} + \left| \frac{(0,3)^5}{5} - \dots \approx 0,262 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$22. \sqrt[4]{18} \approx 2 \left( 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{2! \cdot 4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \left( \frac{1}{8} \right)^2 + \frac{1}{3! \cdot 4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{4} \cdot \left( \frac{1}{8} \right)^3 - \left| - \dots \right. \right) \approx 2,0598 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$23. \ln \left( 1 + \frac{1}{8} \right) \approx \frac{1}{8} - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{8} \right)^2 + \left| \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{8} \right)^3 + \dots \approx 0,118 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$24. \sqrt[3]{130} \approx 5 \left( 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{25} - \frac{1}{2! \cdot 3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{1}{25} \right)^2 + \frac{1}{3! \cdot 3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} \cdot \left( \frac{1}{25} \right)^3 - \left| - \dots \right. \right) \approx 5,0658 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$25. \operatorname{arctg} \frac{1}{2} \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{2} \right)^5 - \frac{1}{7} \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^7 + \left| \frac{1}{9} \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^9 - \dots \approx 0,464 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$26. \operatorname{arctg} \frac{1}{3} \approx \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{3} \right)^5 - \left| \frac{1}{7} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^7 + \dots \approx 0,3216 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$27. \frac{1}{\sqrt[4]{e}} \approx 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2!} \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{1}{3!} \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^3 + \frac{1}{4!} \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^4 - \left| \frac{1}{5!} \cdot \left( \frac{1}{4} \right)^5 + \dots \approx 0,7788 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$28. \ln(1,2) \approx 0,2 - \frac{(0,2)^2}{2} + \frac{(0,2)^3}{3} - \frac{(0,2)^4}{4} + \left| \frac{(0,2)^5}{5} - \dots \approx 0,182 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,001.$$

$$29. \sin 1^\circ = \sin \frac{\pi}{180} \approx \frac{\pi}{180} - \frac{\left( \frac{\pi}{180} \right)^3}{3!} + \left| \frac{\left( \frac{\pi}{180} \right)^5}{5!} - \dots \approx 0,0175 \text{ з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

$$30. \sqrt[4]{630} \approx 5 \left( 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{125} - \frac{1}{2! \cdot 4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \left( \frac{1}{125} \right)^2 + \frac{1}{3! \cdot 4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{4} \cdot \left( \frac{1}{125} \right)^3 - \dots \right) \approx 5,0099 \quad \text{з точністю до } \varepsilon = 0,0001.$$

**Завдання 19.** Використовуючи розклад в ряд Маклорена підінтегральної функції,

обчислити інтеграл  $\int_a^b f(x) dx$  з точністю до  $\varepsilon$ .

$$1. \int_0^{\frac{1}{4}} e^{-2x^2} dx \approx \frac{1}{4} - \frac{1}{3 \cdot 2^5} + \left| \frac{1}{5 \cdot 2^8 \cdot 2!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$2. \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx \approx \frac{1}{1} - \frac{1}{3 \cdot 3!} + \frac{1}{5 \cdot 5!} - \left| \frac{1}{7 \cdot 7!} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$3. \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x} \cdot \cos 2x dx \approx \frac{3}{2 \cdot \sqrt[3]{2}} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{80} + \left| \frac{1}{2^4 \cdot 16 \cdot 4!} - \dots \right. \right) \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$4. \int_0^1 \sqrt[4]{x} \cdot e^{-x} dx \approx \frac{4}{5} - \frac{4}{9 \cdot 1!} + \frac{4}{13 \cdot 2!} - \frac{4}{17 \cdot 3!} + \frac{4}{21 \cdot 4!} - \frac{4}{25 \cdot 5!} + \left| \frac{4}{29 \cdot 6!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$5. \int_0^1 e^{-x^2} dx \approx \frac{1}{1} - \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 2!} - \frac{1}{7 \cdot 3!} + \frac{1}{9 \cdot 4!} - \left| \frac{1}{11 \cdot 5!} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$6. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}} \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{20 \cdot 2^5} + \left| \frac{5}{9 \cdot 2^{14}} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$7. \int_0^{0,5} \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{3}\right)}{x} dx \approx \frac{1}{6 \cdot 1} - \frac{1}{36 \cdot 4} + \left| \frac{1}{9 \cdot 6^3} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$8. \int_0^{\frac{1}{5}} e^{-1,5x^2} dx \approx \frac{1}{5} - \frac{1}{10 \cdot 5^2} + \left| \frac{3}{5^3 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 2!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$9. \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1+x^3} dx \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2^7} - \left| \frac{1}{56 \cdot 2^7} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$10. \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx \approx \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{5 \cdot 4^2} + \frac{1}{7 \cdot 4^3 \cdot 2!} - \frac{1}{9 \cdot 4^4 \cdot 3!} + \left| \frac{1}{11 \cdot 4^5 \cdot 4!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$11. \int_0^{0,4} \cos \frac{x^2}{4} dx \approx \frac{4}{10} - \frac{4}{2 \cdot 10^3 \cdot 5} + \left| \frac{4}{9 \cdot 10^5 \cdot 4!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$12. \int_0^{\frac{1}{2}} \ln(1 + \sqrt{x}) dx \approx \frac{1}{6 \cdot \sqrt{2}} - \frac{1}{2^6} + \frac{1}{15 \cdot 2^4 \cdot \sqrt{2}} - \frac{1}{2^8 \cdot 6} + \left| \frac{1}{35 \cdot 2^7 \sqrt{2}} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$



$$13. \int_0^1 x \cdot \cos x^3 dx \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{8 \cdot 2!} + \frac{1}{14 \cdot 4!} - \left| \frac{1}{20 \cdot 6!} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$14. \int_0^{0,2} \frac{dx}{1+x^4} \approx \frac{1}{5} - \left| \frac{1}{5^6} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$15. \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}} \approx \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} - \left| \frac{1}{3 \cdot 2^6 \cdot 4 \cdot 2^4} + \dots \right. \right) \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$16. \int_0^{0,1} \frac{\sin x}{x} dx \approx \frac{1}{10} - \left| \frac{1}{3 \cdot 10^3 \cdot 3!} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$17. \int_0^{1/10} \sqrt{x} \cdot e^{-x} dx \approx \frac{2}{3 \cdot 10 \cdot \sqrt{10}} - \frac{2}{5 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{10} \cdot 1!} + \left| \frac{2}{7 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{10} \cdot 2!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$18. \int_0^{0,2} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx \approx \frac{1}{5} - \frac{1}{25 \cdot 4} + \left| \frac{1}{125 \cdot 9} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$19. \int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx \approx \frac{3}{10} - \frac{2 \cdot 3^3}{1 \cdot 3 \cdot 10^3} + \left| \frac{2^2 \cdot (0,3)^5}{5 \cdot 2!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$20. \int_0^{0,1} \frac{dx}{1+x^3} \approx \frac{1}{10} - \left| \frac{1}{10^4 \cdot 4} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$21. \int_0^{0,3} \frac{\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)}{x} dx \approx \frac{1}{10} - \frac{1}{4 \cdot 10^2} + \left| \frac{1}{9 \cdot 10^3} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$22. \int_0^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x} dx \approx \frac{1}{5} - \frac{1}{10^2} + \left| \frac{1}{6 \cdot 3 \cdot 125} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$23. \int_0^{0,1} \frac{e^{-x}-1}{2x} dx \approx \frac{1}{2} \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{4 \cdot 10^2} + \left| \frac{1}{6 \cdot 3 \cdot 10^3} - \dots \right. \right) \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$24. \int_0^{0,2} \frac{1-e^{-\frac{x}{2}}}{x} dx \approx \frac{1}{10} - \frac{1}{4 \cdot 10^2} + \left| \frac{1}{9 \cdot 10^3 \cdot 2} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$25. \int_0^{0,2} x^2 \cdot e^{-x} dx \approx \frac{1}{3 \cdot 5^3} - \left| \frac{1}{4 \cdot 5^4} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$26. \int_0^{5/2} \frac{dx}{\sqrt[3]{125+x^3}} \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \cdot 2^4 \cdot 4} - \left| \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 2^7 \cdot 7} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$27. \int_0^{0,5} \frac{\cos 2x}{x} dx \approx \frac{1}{2 \cdot 2!} - \frac{1}{4 \cdot 4!} + \left| \frac{1}{6 \cdot 6!} - \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$28. \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx \approx \frac{2}{3} - \frac{2}{7 \cdot 3!} + \frac{2}{11 \cdot 5!} - \left| \frac{2}{15 \cdot 7!} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$29. \int_0^1 \sqrt[4]{x} \cdot \sin x \, dx \approx \frac{4}{9} - \frac{4}{17 \cdot 3!} + \frac{4}{25 \cdot 5!} - \left| \frac{4}{33 \cdot 7!} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

$$30. \int_0^{0.5} \frac{\arctg x}{x} \, dx \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{9 \cdot 2^3} + \frac{1}{25 \cdot 2^5} - \left| \frac{1}{7^2 \cdot 2^7} + \dots \right. \text{ з точністю до } \varepsilon = 10^{-3}.$$

**Завдання 20. Знайти п'ять перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд частинного розв'язку диференціального рівняння:**

$$1. \text{ а) } y' = x^2 \cdot y + y^3, \quad y(0) = -1, \quad y = -1 + \frac{-1}{1!}x + \frac{-3}{2!}x^2 + \frac{-17}{3!}x^3 + \frac{-117}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' + 2y' + y = e^y, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = -1,$$

$$y = 0 + \frac{-1}{1!}(x-1) + \frac{3}{2!}(x-1)^2 + \frac{-6}{3!}(x-1)^3 + \frac{13}{4!}(x-1)^4.$$

$$2. \text{ а) } y' = x^2 + 2y^2, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{2}{1!}x + \frac{8}{2!}x^2 + \frac{50}{3!}x^3 + \frac{392}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' = \sin(y') + e^y + x^2, \quad y(\pi) = 0, \quad y'(\pi) = 0,$$

$$y = 0 + \frac{0}{1!}(x-\pi) + \frac{1+\pi^2}{2!}(x-\pi)^2 + \frac{3+\pi^2}{3!}(x-\pi)^3 + \frac{6+2\pi^2}{4!}(x-\pi)^4.$$

$$3. \text{ а) } y + y' = -xe^{y-2}, \quad y(1) = 2; \quad y = 2 + \frac{-3}{1!}(x-1) + \frac{5}{2!}(x-1)^2 + \frac{-13}{3!}(x-1)^3 + \frac{61}{4!}(x-1)^4.$$

$$\text{б) } 4y^3 - y'' = y^4 - 16x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1, \quad y = 1 + \frac{-1}{1!}x + \frac{3}{2!}x^2 + \frac{8}{3!}x^3 + \frac{-12}{4!}x^4.$$

$$4. \text{ а) } xy' = y^2 \ln y - y, \quad y(1) = 1, \quad y = 1 + \frac{-1}{1!}(x-1) + \frac{-1}{2!}(x-1)^2 + \frac{3}{3!}(x-1)^3 + \frac{4}{4!}(x-1)^4;$$

$$\text{б) } (1+x)y'' = 6y' + y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y = 1 + \frac{0}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{5}{3!}x^3 + \frac{22}{4!}x^4.$$

$$5. \text{ а) } y' = 2x + e^y, \quad y(0) = 0, \quad y = 0 + \frac{1}{1!}x + \frac{3}{2!}x^2 + \frac{4}{3!}x^3 + \frac{14}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' = \cos(y') + e^x + xy, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0,$$

$$y = 1 + \frac{0}{1!}(x-1) + \frac{2+e}{2!}(x-1)^2 + \frac{1+e}{3!}(x-1)^3 + \frac{-e^2-3e-1}{4!}(x-1)^4.$$

$$6. \text{ а) } (x+1)y' + y = \operatorname{ch}x, \quad y(0) = 2, \quad y = 2 + \frac{-1}{1!}x + \frac{2}{2!}x^2 + \frac{-5}{3!}x^3 + \frac{20}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' = 2\sin^3 y \cdot \cos y + x, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 1,$$

$$y = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{1!}(x-1) + \frac{1}{2!}(x-1)^2 + \frac{-1}{3!}(x-1)^3 + \frac{-2}{4!}(x-1)^4.$$

7. a)  $y' = 2x \cdot \cos y + 3e^x + y^2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y = 0 + \frac{3}{1!}x + \frac{5}{2!}x^2 + \frac{21}{3!}x^3 + \frac{39}{4!}x^4$ ;

б)  $y'' = y^2 + x^2$ ,  $y(-1) = 2$ ,  $y'(-1) = 1$ ,  $y = -2 + \frac{1}{1!}(x+1) + \frac{5}{2!}(x+1)^2 + \frac{2}{3!}(x+1)^3 + \frac{24}{4!}(x+1)^4$ .

8. a)  $y' \cdot \operatorname{tg} x = 1 + y$ ,  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{2}{1!}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{0}{2!}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2 + \frac{-8}{3!}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^3 + \frac{8}{4!}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^4$ ;

б)  $y'' = x \cdot \sin y'$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = 1 + \frac{\pi}{2!}(x-1) + \frac{1}{2!}(x-1)^2 + \frac{1}{3!}(x-1)^3 + \frac{-1}{4!}(x-1)^4$ .

9. a)  $y' = e^{\sin x} + xy$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y = -1 + \frac{1}{1!}x + \frac{0}{2!}x^2 + \frac{3}{3!}x^3 + \frac{0}{4!}x^4$ ;

б)  $y'' - y^3 = y - x$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{1}{1!}(x-1) + \frac{1}{2!}(x-1)^2 + \frac{3}{3!}(x-1)^3 + \frac{15}{4!}(x-1)^4$ .

10. a)  $y' = x + 2y^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{2}{1!}x + \frac{9}{2!}x^2 + \frac{52}{3!}x^3 + \frac{424}{4!}x^4$ ;

б)  $y'' = y^2 - \sin 2x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ ,

$$y = 1 + \frac{-1}{1!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{0}{3!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3 + \frac{4}{4!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^4.$$

11. a)  $y' = 2x + y + x^2 - \cos x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y = 0 + \frac{-1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{4}{3!}x^3 + \frac{4}{4!}x^4$ ;

б)  $y'' = x^3 + 3y^2$ ,  $y(-1) = 1$ ,  $y'(-1) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{1}{1!}(x+1) + \frac{2}{2!}(x+1)^2 + \frac{9}{3!}(x+1)^3 + \frac{12}{4!}(x+1)^4$ .

12. a)  $y' = x + y^2 + 2e^x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{3}{1!}x + \frac{9}{2!}x^2 + \frac{38}{3!}x^3 + \frac{240}{4!}x^4$ ;

б)  $y'' \cdot y^3 = -3x$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 3$ ,

$$y = 1 + \frac{3}{1!}(x-1) + \frac{-3}{2!}(x-1)^2 + \frac{24}{3!}(x-1)^3 + \frac{-270}{4!}(x-1)^4.$$

13. a)  $y' = e^{2x} - 3xy$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{-1}{2!}x^2 + \frac{-2}{3!}x^3 + \frac{17}{4!}x^4$ ;

б)  $y'' = x \cdot y' + \cos y$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 1$ ,  $y = 0 + \frac{1}{1!}(x-1) + \frac{2}{2!}(x-1)^2 + \frac{1}{3!}(x-1)^3 + \frac{4}{4!}(x-1)^4$ .

14. a)  $y' = x^2 - 2y^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{-2}{1!}x + \frac{8}{2!}x^2 + \frac{-46}{3!}x^3 + \frac{376}{4!}x^4$ ;

б)  $y'' = \frac{1}{x} + y^2$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 1$ ,  $y = 1 + \frac{2}{1!}(x-1) + \frac{2+e}{2!}(x-1)^2 + \frac{1}{3!}(x-1)^3 + \frac{8}{4!}(x-1)^4$ .

15. a)  $8x + y' = 12y - (5x + 3)y$ ,  $y(1) = 2$ ,

$$y = 2 + \frac{0}{1!}(x-1) + \frac{-18}{2!}(x-1)^2 + \frac{-72}{3!}(x-1)^3 + \frac{-288}{4!}(x-1)^4;$$

$$\text{б) } y'' = 3y^2 + e^x + y', \quad y(0) = 1, y'(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{5}{2!}x^2 + \frac{12}{3!}x^3 + \frac{49}{4!}x^4$$

$$16. \text{ а) } (1 + e^x)y + y' = e^x, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{-1}{1!}x + \frac{2}{2!}x^2 + \frac{-2}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' - 3y' + 2y = x^2, \quad y(1) = 0, y'(1) = 1,$$

$$y = 0 + \frac{1}{1!}(x-1) + \frac{4}{2!}(x-1)^2 + \frac{12}{3!}(x-1)^3 + \frac{30}{4!}(x-1)^4.$$

$$17. \text{ а) } y' = x + y^2, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{3}{2!}x^2 + \frac{8}{3!}x^3 + \frac{34}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' = e^{2-x} + xy, \quad y(2) = 2, y'(2) = 1,$$

$$y = 2 + \frac{1}{1!}(x-2) + \frac{5}{2!}(x-2)^2 + \frac{3}{3!}(x-2)^3 + \frac{13}{4!}(x-2)^4$$

$$18. \text{ а) } y' = y \cdot x^2 + y^2, \quad y(0) = 2, \quad y = 2 + \frac{4}{1!}x + \frac{16}{2!}x^2 + \frac{100}{3!}x^3 + \frac{808}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' - xy + e^y = 2, \quad y(1) = 0, y'(1) = 2,$$

$$y = 0 + \frac{2}{1!}(x-1) + \frac{1}{2!}(x-1)^2 + \frac{2}{3!}(x-1)^3 + \frac{0}{4!}(x-1)^4.$$

$$19. \text{ а) } y' \cdot x^2 = xy + 1, \quad y(1) = 1, \quad y = 1 + \frac{2}{1!}(x-1) + \frac{-1}{2!}(x-1)^2 + \frac{3}{3!}(x-1)^3 + \frac{-13}{4!}(x-1)^4;$$

$$\text{б) } y \cdot y'' = x + (y')^2, \quad y(0) = 1, y'(0) = -1, \quad y = 1 + \frac{-1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{0}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4.$$

$$20. \text{ а) } y' = y \sin x + y^2, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y = 1 + \frac{2}{1!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{4}{2!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{19}{3!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3 + \frac{99}{4!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^4;$$

$$\text{б) } y'' = (y')^2 + xy + 3x, \quad y(0) = 0, y'(0) = -1, \quad y = 0 + \frac{-1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \frac{-2}{4!}x^4.$$

$$21. \text{ а) } x \cdot y' = y + x^2 \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi,$$

$$y = \pi + \frac{2 + \frac{\pi}{2}}{1!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{2}{2!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{-\frac{\pi}{2}}{3!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3 + \frac{-4}{4!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^4;$$

$$\text{б) } y'' = y + xy' + 1, \quad y(0) = 1, y'(0) = 2, \quad y = 1 + \frac{2}{1!}x + \frac{2}{2!}x^2 + \frac{4}{3!}x^3 + \frac{6}{4!}x^4.$$

$$22. \text{ а) } y' = 1 + xy + e^x, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{2}{1!}x + \frac{2}{2!}x^2 + \frac{5}{3!}x^3 + \frac{7}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' = 2y^3 + x^2, \quad y(-1) = 1, y'(-1) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}(x+1) + \frac{3}{2!}(x+1)^2 + \frac{4}{3!}(x+1)^3 + \frac{32}{4!}(x+1)^4.$$

$$23. \text{ а) } y' = y + e^x, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{2}{1!}x + \frac{3}{2!}x^2 + \frac{4}{3!}x^3 + \frac{5}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y \cdot y'' = (y')^2 - (y')^3, \quad y(1) = 1, y'(1) = -1,$$

$$y = 1 + \frac{-1}{1!}(x-1) + \frac{2}{2!}(x-1)^2 + \frac{-8}{3!}(x-1)^3 + \frac{52}{4!}(x-1)^4.$$

$$24. \text{ а) } y' = x - y^2, \quad y(1) = 2, \quad y = 2 + \frac{-3}{1!}(x-1) + \frac{13}{2!}(x-1)^2 + \frac{-70}{3!}(x-1)^3 + \frac{514}{4!}(x-1)^4;$$

$$\text{б) } y''(x^2 + 1) = 2xy', \quad y(0) = 1, y'(0) = 3, \quad y = 1 + \frac{3}{1!}x + \frac{0}{2!}x^2 + \frac{6}{3!}x^3 + \frac{0}{4!}x^4.$$

$$25. \text{ а) } (1-x)y' + 2xy = 2x^3y + y, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{0}{2!}x^2 + \frac{-4}{3!}x^3 + \frac{-4}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } y'' = -2x^2y + 3, \quad y(1) = 1, y'(1) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}(x-1) + \frac{1}{2!}(x-1)^2 + \frac{-6}{3!}(x-1)^3 + \frac{-14}{4!}(x-1)^4.$$

$$26. \text{ а) } y' = x^2 + y^3, \quad y(1) = 1, \quad y = 1 + \frac{2}{1!}(x-1) + \frac{8}{2!}(x-1)^2 + \frac{32}{3!}(x-1)^3 + \frac{384}{4!}(x-1)^4;$$

$$\text{б) } (1+x^2)y'' + xy' - y = 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{0}{3!}x^3 + \frac{-3}{4!}x^4.$$

$$27. \text{ а) } y' + 12y = (5x^2 + 1) + y^2, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{-10}{1!}x + \frac{100}{2!}x^2 + \frac{-790}{3!}x^3 + \frac{1900}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } xy'' + y' = \frac{1}{x} + y, \quad y(1) = 1, y'(1) = -1, \quad y = 1 + \frac{-1}{1!}(x-1) + \frac{3}{2!}(x-1)^2 + \frac{-8}{3!}(x-1)^3 + \frac{29}{4!}(x-1)^4.$$

$$28. \text{ а) } xy' + y = xy + 2, \quad y(1) = -1, \quad y = -1 + \frac{2}{1!}(x-1) + \frac{-3}{2!}(x-1)^2 + \frac{10}{3!}(x-1)^3 + \frac{-39}{4!}(x-1)^4;$$

$$\text{б) } y''' = y'' + xy - 2x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = -1, \quad y = 0 + \frac{1}{1!}x + \frac{-1}{2!}x^2 + \frac{-1}{3!}x^3 + \frac{-3}{4!}x^4.$$

$$29. \text{ а) } x \cdot y' + y = y \ln x, \quad y(1) = 1, \quad y = 1 + \frac{-1}{1!}(x-1) + \frac{3}{2!}(x-1)^2 + \frac{-12}{3!}(x-1)^3 + \frac{62}{4!}(x-1)^4;$$

$$\text{б) } y'' = y \cdot y' - x^2, \quad y(0) = 1, y'(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \frac{3}{4!}x^4.$$

$$30. \text{ а) } y' = x + x^2 + y^2, \quad y(0) = 1, \quad y = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{3}{2!}x^2 + \frac{10}{3!}x^3 + \frac{38}{4!}x^4;$$

$$\text{б) } 2y \cdot y'' + (y')^2 = 0, \quad y(1) = 1, y'(1) = 1,$$

$$y = 1 + \frac{1}{1!}(x-1) + \frac{-0,5}{2!}(x-1)^2 + \frac{1}{3!}(x-1)^3 + \frac{-3,5}{4!}(x-1)^4.$$

**Завдання 21. Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є**

1.  $f(x) = x - 3 \succ \frac{-6}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -3.$
2.  $f(x) = 2x - 4 \succ \frac{-8}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -4.$
3.  $f(x) = \frac{x}{2} + 1 \succ \frac{2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 1.$
4.  $f(x) = 3x + 4 \succ \frac{8}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 4.$
5.  $f(x) = \frac{x}{2} - 3 \succ \frac{-6}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -3.$
6.  $f(x) = 2x - 3 \succ \frac{-6}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -3.$
7.  $f(x) = x - 4 \succ \frac{-8}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -4.$
8.  $f(x) = 3x - 1 \succ \frac{-2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -1.$
9.  $f(x) = 3x - 2 \succ \frac{-4}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -2.$
10.  $f(x) = 3x + 1 \succ \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 1.$
11.  $f(x) = \frac{x}{2} - 2 \succ \frac{-4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -2.$
12.  $f(x) = \frac{x}{2} + 2 \succ \frac{4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 2.$
13.  $f(x) = 3x + 2 \succ \frac{4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 2.$
14.  $f(x) = \frac{x}{2} - 4 \succ \frac{-8}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -4.$
15.  $f(x) = 3x - 3 \succ \frac{-6}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -3.$
16.  $f(x) = \frac{x}{2} + 3 \succ \frac{6}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 3.$
17.  $f(x) = x - 1 \succ \frac{-2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -1.$

18.  $f(x) = x + 2 \succ \frac{4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 2.$
19.  $f(x) = 3x + 3 \succ \frac{6}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 3.$
20.  $f(x) = 2x - 2 \succ \frac{-4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 4}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -2.$
21.  $f(x) = \frac{x}{2} + 4 \succ \frac{8}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 4.$
22.  $f(x) = 3x - 4 \succ \frac{-8}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 6}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -4.$
23.  $f(x) = \frac{x}{2} - 1 \succ \frac{-2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -1.$
24.  $f(x) = 2x - 1 \succ \frac{-2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -1.$
25.  $f(x) = x - 2 \succ \frac{-4}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = -2.$
26.  $f(x) = 2x + 4 \succ \frac{8}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 4.$
27.  $f(x) = 2x + 3 \succ \frac{6}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 3.$
28.  $f(x) = 2x + 2 \succ \frac{4}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 2.$
29.  $f(x) = x + 4 \succ \frac{8}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 4.$
30.  $f(x) = x + 3 \succ \frac{6}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2}{n} \sin nx, S(-\pi) = S(\pi) = 3.$

**Завдання 22. Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є за синусами:**

1.  $f(x) = 2 - 3x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(-4(-1)^n - 2)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{l}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
2.  $f(x) = \frac{x}{3} + 3 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(4(-1)^n - 3)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = S(0) = S(3) = 0.$
3.  $f(x) = 1 - 3x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(-5(-1)^n - 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
4.  $f(x) = 2 - \frac{x}{2} \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{4}, x \in (0; 4), S(-4) = S(0) = S(4) = 0.$

5.  $f(x) = 2x - 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(3(-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
6.  $f(x) = 1 - \frac{x}{2} \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{4}, x \in (0; 4), S(-4) = S(0) = S(4) = 0.$
7.  $f(x) = \frac{x}{3} + 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(2(-1)^n - 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = S(0) = S(3) = 0.$
8.  $f(x) = \frac{x}{2} + 2 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(3(-1)^n - 2)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
9.  $f(x) = 3 - x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2((-1)^n - 3)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
10.  $f(x) = \frac{x}{2} - 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2((-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{4}, x \in (0; 4), S(-4) = S(0) = S(4) = 0.$
11.  $f(x) = 3x - 2 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-4(2(-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
12.  $f(x) = \frac{x}{2} + 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(3(-1)^n - 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{4}, x \in (0; 4), S(-4) = S(0) = S(4) = 0.$
13.  $f(x) = 4 - 3x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4((-1)^n + 2)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
14.  $f(x) = 2 - 2x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4((-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
15.  $f(x) = 2 - x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n + 2)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = S(0) = S(3) = 0.$
16.  $f(x) = 3x - 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(5(-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
17.  $f(x) = 1 - 2x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(3(-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
18.  $f(x) = \frac{x}{3} - 2 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n - 2)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = S(0) = S(3) = 0.$
19.  $f(x) = 2x - 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(3(-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
20.  $f(x) = x - 4 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(-2(-1)^n + 4)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
21.  $f(x) = 3x - 4 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(2(-1)^n + 4)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$
22.  $f(x) = x + 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(4(-1)^n - 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = S(0) = S(3) = 0.$



$$23. f(x) = x - 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2((-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (0; 2), \quad S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$$

$$24. f(x) = 1 - \frac{2x}{3} \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{3}, \quad x \in (0; 3), \quad S(-3) = S(0) = S(3) = 0.$$

$$25. f(x) = \pi - 2x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n + 1)}{n} \sin n x, \quad x \in (0; \pi), \quad S(-\pi) = S(0) = S(\pi) = 0.$$

$$26. f(x) = 2x + 3 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(7(-1)^n - 3)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (0; 2), \quad S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$$

$$27. f(x) = x + 2 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(4(-1)^n - 2)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (0; 2), \quad S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$$

$$28. f(x) = x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-6(-1)^n}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{3}, \quad x \in (0; 3), \quad S(-3) = S(0) = S(3) = 0.$$

$$29. f(x) = 3x + 2 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(5(-1)^n - 2)}{\pi n} \sin \pi n x, \quad x \in (0; 1), \quad S(-1) = S(0) = S(1) = 0.$$

$$30. f(x) = 2 - 3x \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(4(-1)^n + 2)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (0; 2), \quad S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$$

$$31. f(x) = 2x - 1 \succ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2(3(-1)^n + 1)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (0; 2), \quad S(-2) = S(0) = S(2) = 0.$$

**Завдання 23.** Розвинути функцію  $f(x)$  в ряд Фур'є за косинусами на інтервалі  $x \in (0; l)$

$$1. f(x) = 2x + \pi \succ \frac{4\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 4}{\pi \cdot n^2} \cos n x, \quad x \in (0; \pi) \quad S(-\pi) = 3\pi, \quad S(0) = \pi, \quad S(\pi) = 3\pi.$$

$$2. f(x) = \pi - x \succ \frac{\pi}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi \cdot n^2} \cos n x, \quad x \in (0; \pi), \quad S(-\pi) = 0, \quad S(0) = \pi, \quad S(\pi) = 0.$$

$$3. f(x) = |x| \succ \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 4}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (-2; 2), \quad S(-2) = 2, \quad S(0) = 0, \quad S(2) = 2.$$

$$4. f(x) = 3|x| - 1 \succ \frac{4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 12}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (-2; 2), \quad S(-2) = 5, \quad S(0) = -1, \quad S(2) = 5.$$

$$5. f(x) = x - \pi \succ \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 4}{\pi \cdot n^2} \cos \frac{n x}{2}, \quad x \in (0; 2\pi), \quad S(-2\pi) = S(2\pi) = \pi, \quad S(0) = -\pi.$$

$$6. f(x) = \frac{\pi}{4} - x \succ \frac{-\pi}{4} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos n x, \quad x \in (0; \pi), \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{3\pi}{4}, \quad S(0) = \frac{\pi}{4}.$$

$$7. f(x) = x - 2 \succ \frac{-1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 6}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{3}, \quad x \in (0; 3), \quad S(-3) = 1, \quad S(0) = -2, \quad S(3) = 1.$$

$$8. f(x) = 2 - 2x \succ \frac{0}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 8}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2}, \quad x \in (0; 2), \quad S(-2) = -2, \quad S(0) = 2, \quad S(\pi) = -2.$$

9.  $f(x) = 2 - x > \frac{1}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 6}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = -1, S(0) = 2, S(3) = -1.$
10.  $f(x) = |x| + 2 > \frac{5}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \pi n x, x \in (-1; 1), S(-1) = 3, S(0) = 2, S(1) = 3.$
11.  $f(x) = \frac{\pi}{2} - x > \frac{0}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi \cdot n^2} \cos n x, x \in (0; \pi), S(-\pi) = \frac{-\pi}{2}, S(0) = \frac{\pi}{2}, S(\pi) = \frac{-\pi}{2}.$
12.  $f(x) = 1 - |x| > \frac{0}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 4}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2}, x \in (-2; 2), S(-2) = -1, S(0) = 1, S(\pi) = -1.$
13.  $f(x) = 1 - 2x > \frac{-2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 8}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-\pi) = -3, S(0) = 1, S(\pi) = -3.$
14.  $f(x) = x + \frac{\pi}{4} > \frac{3\pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi \cdot n^2} \cos n x, x \in (0; \pi), S(-\pi) = \frac{5\pi}{4}, S(0) = \frac{\pi}{4}, S(\pi) = \frac{5\pi}{4}.$
15.  $f(x) = x - \frac{\pi}{2} > \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 4}{\pi \cdot n^2} \cos \frac{n x}{2}, x \in (0; 2\pi), S(-2\pi) = S(2\pi) = \frac{3\pi}{2}, S(0) = \frac{-\pi}{2}.$
16.  $f(x) = \frac{\pi}{2} - 2x > \frac{0}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi \cdot n^2} \cos 2n x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), S\left(\frac{-\pi}{2}\right) = S\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-\pi}{2}, S(0) = \frac{\pi}{2}.$
17.  $f(x) = \frac{x}{2} - 1 > \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 4}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{4}, x \in (0; 4), S(-4) = 1, S(0) = -1, S(4) = 1.$
18.  $f(x) = 3 - x > \frac{5}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \pi n x, x \in (0; 1), S(-1) = S(1) = 2, S(0) = 3.$
19.  $f(x) = \frac{x}{3} + 3 > \frac{7}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = S(3) = 4, S(0) = 3.$
20.  $f(x) = \frac{x}{2} + 2 > \frac{5}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1) \cdot 2}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2}, x \in (0; 2), S(-2) = S(2) = 3, S(0) = 2.$
21.  $f(x) = 1 - 2|x| > \frac{-2}{2} - 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2}, x \in (-2; 2), S(-2) = S(2) = -3, S(0) = 1.$
22.  $f(x) = \frac{2\pi}{3} - 2x > \frac{\pi}{6} - 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos 2n x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), S\left(-\frac{\pi}{2}\right) = S\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}, S(0) = \frac{2\pi}{3}.$
23.  $f(x) = \frac{x}{3} - 2 > \frac{-3}{2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{3}, x \in (0; 3), S(-3) = S(3) = -1, S(0) = -2.$
24.  $f(x) = x + \pi > \frac{3\pi}{2} + 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos n x, x \in (0; \pi), S(-\pi) = S(\pi) = 2\pi, S(0) = \pi.$
25.  $f(x) = \frac{\pi}{3} - x > \frac{-\pi}{6} - 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos n x, x \in (0; \pi), S(-\pi) = S(\pi) = \frac{-2\pi}{3}, S(0) = \frac{\pi}{3}.$
26.  $f(x) = \frac{\pi}{3} - 2x > \frac{-\pi}{3} - 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos 2n x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), S\left(\frac{-\pi}{2}\right) = S\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-2\pi}{3}, S(0) = \frac{\pi}{3}.$

$$27. f(x) = \frac{2\pi}{3} - 2x > \frac{\pi}{3} - 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos nx, \quad x \in (0; \pi), \quad S(-\pi) = \frac{-4\pi}{3} = S(\pi), \quad S(0) = \frac{2\pi}{3}.$$

$$28. f(x) = 1 - x > \frac{0}{2} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi nx}{2}, \quad x \in (0; 2), \quad S(-2) = S(2) = -1, \quad S(0) = 1.$$

$$29. f(x) = \frac{x}{2} + 1 > \frac{4}{2} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi nx}{4}, \quad x \in (0; 4), \quad S(-4) = S(4) = 3, \quad S(0) = 1.$$

$$30. f(x) = \frac{x}{3} + 1 > \frac{3}{2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi nx}{3}, \quad x \in (0; 3), \quad S(-3) = S(3) = 2, \quad S(0) = 1.$$

#### Завдання 24. Розвинути функцію $f(x)$ в ряд Фур'є

$$1. f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-2\pi; 0), \\ x - \pi, & x \in (0; 2\pi] \end{cases} \quad S(-2\pi) = S(2\pi) = \frac{\pi + 2}{2}, \quad S(0) = \frac{2 - \pi}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos \frac{nx}{2} + \frac{(2(-1)^n - 1) - 2 - \pi((-1)^n + 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{nx}{2}.$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 2x + \pi, & x \in (-\pi; 0), \\ -1, & x \in (0; \pi] \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{-\pi - 1}{2}, \quad S(0) = \frac{\pi - 1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{(1 - (-1)^n) + \pi((-1)^n + 1)}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$3. f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi; 0), \\ 2x - \pi, & x \in (0; \pi] \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{\pi - 2}{2}, \quad S(0) = \frac{-\pi - 2}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{\pi - 2 + (-1)^n(2 + \pi)}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \in (-2; 0) \\ -2, & x \in (0; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{5}{2}, \quad S(0) = \frac{-1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6(1 - (-1)^n)}{\pi \cdot n^2} \cos \frac{\pi nx}{2} - \frac{3((-1)^n + 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi nx}{2}.$$

$$5. f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [-3; -1), \\ 2x, & x \in (-1; 3] \end{cases} \quad S(-3) = S(3) = \frac{5}{2}, \quad S(-1) = \frac{-3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{3} + \frac{6((-1)^n - \cos \frac{\pi n}{3})}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi nx}{3} + \left( \frac{3 \cos \frac{\pi n}{3} - 7(-1)^n}{\pi n} + \frac{6 \sin \frac{\pi n}{3}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi nx}{3}.$$

$$6. f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & x \in (-2; 1] \\ 1, & x \in (1; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-6}{2}, \quad S(1) = \frac{3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-13}{8} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{6 \left( -(-1)^n + \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( -\frac{\cos \frac{\pi n}{2} + 8(-1)^n}{\pi n} + \frac{6 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$7. \quad f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \in (-2; 0), \\ 1, & x \in (0; 2] \end{cases}, \quad S(-2) = S(2) = 0, \quad S(0) = 2,$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(1 - (-1)^n)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} - \frac{2((-1)^n + 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$8. \quad f(x) = \begin{cases} -2, & x \in [-2; 0), \\ 2x, & x \in (0; 2). \end{cases}, \quad S(-2) = S(2) = 1, \quad S(0) = -1,$$

$$f(x) \approx \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} - \frac{2(3(-1)^n - 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$9. \quad f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \in (-2; -1], \\ -2, & x \in (-1; 2] \end{cases}, \quad S(-2) = S(2) = \frac{-3}{2}, \quad S(-1) = \frac{-1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( -(-1)^n + \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{-3 \cos \frac{\pi n}{2} + (-1)^n}{\pi n} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$10. \quad f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-3; 0) \\ 1, & x \in (0; 3] \end{cases}, \quad S(-3) = S(3) = \frac{7}{2}, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6(1 - (-1)^n)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{3} - \frac{(7(-1)^n - 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi n x}{3}.$$

$$11. \quad f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \in (-2; 1], \\ 2, & x \in (1; 2] \end{cases}, \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(-1) = \frac{5}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( -(-1)^n + \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{\cos \frac{\pi n}{2} - 5(-1)^n}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$12. \quad f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-2; 0) \\ 3x-1, & x \in [0; 2). \end{cases}, \quad S(-2) = S(2) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = -\frac{3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} - \frac{(7(-1)^n - 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$13. \quad f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & x \in (-\pi; 0), \\ 2, & x \in (0; \pi] \end{cases}, \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{3\pi+4}{4}, \quad S(0) = \frac{\pi+4}{4},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{\left( \frac{\pi}{2} - 2 + (-1)^n \left( 2 + \frac{\pi}{2} \right) \right)}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$14. f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-2; -1), \\ 2x, & x \in (-1; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 3, \quad S(-1) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{5}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-4}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( (-1)^n - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{-4 \cos \frac{\pi n}{2} - 2(-1)^n}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$15. f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-1; 0), \\ 2, & x \in (0; 1). \end{cases} \quad S(-1) = S(1) = 0, \quad S(0) = 1,$$

$$f(x) \approx \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \pi n - \frac{(4(-1)^n - 2)}{\pi \cdot n} \sin \pi n.$$

$$16. f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in (-2; 1], \\ 3, & x \in (1; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(-1) = \frac{5}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( -(-1)^n + \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{\cos \frac{\pi n}{2} - 7(-1)^n}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$17. f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 1), \\ 3x+1, & x \in (1; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 3, \quad S(1) = \frac{3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{5}{8} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-3}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{6 \left( (-1)^n - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{3 \cos \frac{\pi n}{2} - 6(-1)^n}{\pi n} - \frac{6 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$18. f(x) = \begin{cases} 3, & x \in (-\pi; 0), \\ 2x - \pi, & x \in (0; \pi]. \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{3 + \pi}{2}, \quad S(0) = \frac{3 - \pi}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{((-1)^n (\pi - 3) + 3 + \pi 1)}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$19. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \in (-1; 0), \\ 1, & x \in (0; 1]. \end{cases} \quad S(-1) = S(1) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \pi n x + \frac{((-1)^n + 1)}{\pi \cdot n} \sin \pi n x.$$

$$20. f(x) = \begin{cases} x + \pi, & x \in (-\pi; 0), \\ -2, & x \in (0; \pi]. \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = -1, \quad S(0) = \frac{\pi - 2}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{\pi - 4}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{(\pi + 2 - 2(-1)^n)}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$21. f(x) = \begin{cases} -3, & x \in (-3; 0), \\ 2x, & x \in [0; 3). \end{cases} \quad S(-3) = S(3) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = -\frac{3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{3} - \frac{(9(-1)^n - 3)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi n x}{3}.$$

$$22. f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \in [-2; 0) \\ -3, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = -4, \quad S(0) = -2,$$

$$f(x) \approx \frac{-6}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(1 - (-1)^n)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} - \frac{2((-1)^n + 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$23. f(x) = \begin{cases} 2x + \pi, & x \in (-\pi; 0), \\ 3, & x \in (0; \pi]. \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{\pi + 1}{2}, \quad S(0) = \frac{\pi + 3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{\pi + 2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos nx - \frac{(\pi - 3 + (-1)^n(1 - \pi))}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$24. f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-1; 0], \\ 3x + 2, & x \in (0; 1]. \end{cases} \quad S(-1) = S(1) = 2, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{5}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3((-1)^n - 1)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \pi n x - \frac{(6(-1)^n - 3)}{\pi \cdot n} \sin \pi n x.$$

$$25. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \in (-2; 1), \\ 2, & x \in (1; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 3, \quad S(-1) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{5}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-4}{\pi} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4((-1)^n - \cos \frac{\pi n}{2})}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{4 \cos \frac{\pi n}{2} + 2(-1)^n}{\pi} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$26. f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \in (-2; 0], \\ -3, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-7}{2}, \quad S(0) = \frac{-1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6(1 - (-1)^n)}{\pi^2 \cdot n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} - \frac{((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n} \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

$$27. f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-\pi; 0), \\ 3x - 2\pi, & x \in (0; \pi). \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{\pi + 2}{2}, \quad S(0) = \frac{2 - 2\pi}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{4 - \pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{(2 + \pi + (-1)^n(\pi - 2))}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$28. f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi; 0), \\ x - \frac{\pi}{2}, & x \in (0; \pi]. \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{\pi - 4}{4}, \quad S(0) = \frac{-4 - \pi}{4},$$

$$f(x) \approx \frac{-2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{(\pi - 4 + (-1)^n(\pi + 4))}{2\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$29. f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\pi; 0), \\ 2x - \frac{\pi}{2}, & x \in (0; \pi]. \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{3\pi + 2}{4}, \quad S(0) = \frac{2 - \pi}{4},$$

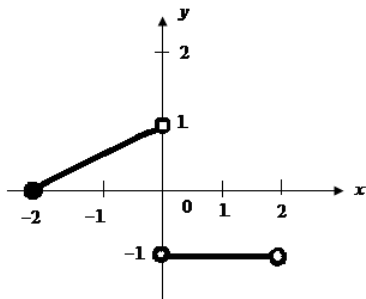
$$f(x) \approx \frac{\pi + 2}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{(2 + \pi + (-1)^n(3\pi - 2))}{2\pi \cdot n} \sin nx.$$

$$30. f(x) = \begin{cases} 3x + 2\pi, & x \in (-\pi; 0), \\ -2, & x \in (0; \pi). \end{cases} \quad S(-\pi) = S(\pi) = \frac{\pi - 2}{2}, \quad S(0) = \pi - 1,$$

$$f(x) \approx \frac{\pi - 4}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3((-1)^n - 1)}{\pi \cdot n^2} \cos nx - \frac{(2\pi + 2 + (-1)^n(\pi - 2))}{\pi \cdot n} \sin nx.$$

**Завдання 25.** Розвинути в ряд Фур'є функцію  $y = f(x)$ , задану графічно на інтервалі  $(a; b)$

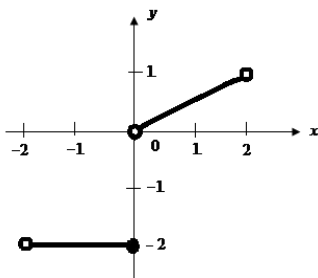
1.



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1, & x \in [-2; 0), \\ -1, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(0) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \frac{(-2 + (-1)^n)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

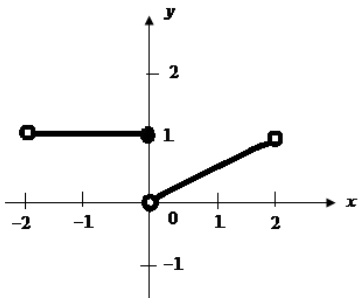
2.



$$f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-2; 0], \\ \frac{x}{2}, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(0) = -1,$$

$$f(x) \approx \frac{-3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{2 - 3(-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

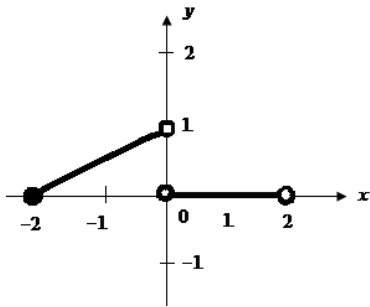
3.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-2; 0], \\ \frac{x}{2}, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 1, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{-1}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

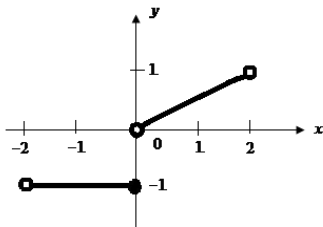
4.



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1, & x \in [-2; 0), \\ 0, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 0, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{-1}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

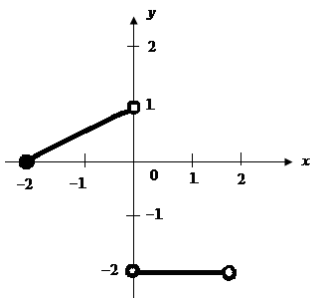
5.



$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 0], \\ \frac{x}{2}, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 0, \quad S(0) = \frac{-1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 - 2(-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

6.

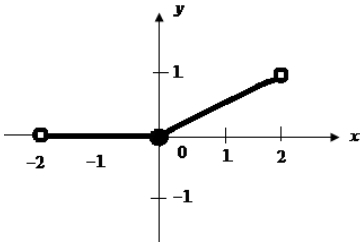


$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1, & x \in [-2; 0), \\ -2, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = -1, \quad S(0) = \frac{-1}{2},$$



$$f(x) \approx \frac{-3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{-3 + 2(-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

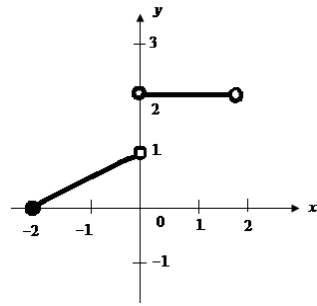
7.



$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-2; 0), \\ \frac{x}{2}, & x \in [0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{1}{2}, \quad S(0) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 - (-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

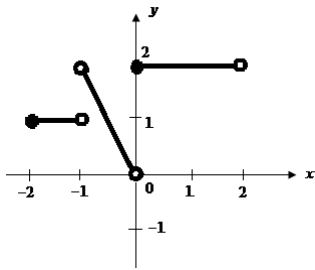
8.



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1, & x \in [-2; 0), \\ 2, & x \in [0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 1, \quad S(0) = \frac{3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{5}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 - 2(-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

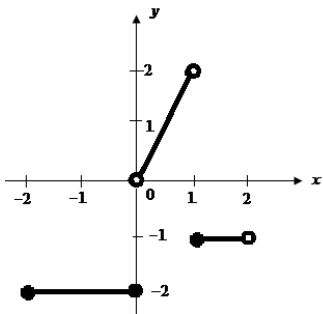
9.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-2; -1), \\ -2x, & x \in (-1; 0), \\ 2, & x \in [0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = S(-1) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = 1,$$

$$f(x) \approx \frac{3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} - \frac{4 \left( 1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{\cos \frac{\pi n}{2} + 2 - (-1)^n}{\pi n} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

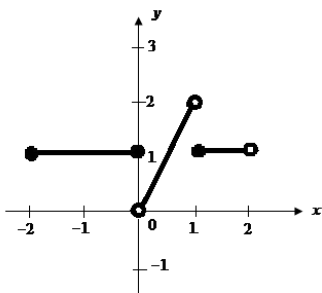
10.



$$f(x) = \begin{cases} -2, & x \in [-2; 0], \\ 2x, & x \in (0; 1), \\ -1, & x \in [1; 2]. \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-3}{2}, \quad S(1) = \frac{1}{2}, \quad S(0) = -1,$$

$$f(x) \approx \frac{-2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( \cos \frac{\pi n}{2} - 1 \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{2 - 3 \cos \frac{\pi n}{2} - (-1)^n}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

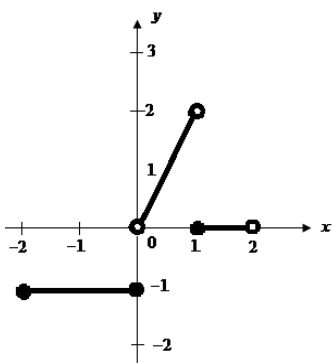
11.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-2; 0], \\ 2x, & x \in (0; 1), \\ 1, & x \in [1; 2]. \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 1, \quad S(1) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( \cos \frac{\pi n}{2} - 1 \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{-\cos \frac{\pi n}{2} - 1}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

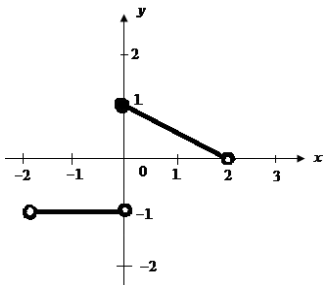
12.



$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [-2; 0], \\ 2x, & x \in (0; 1), \\ 0, & x \in [1; 2]. \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(1) = 1, \quad S(0) = \frac{-1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( \cos \frac{\pi n}{2} - 1 \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{2 \cos \frac{\pi n}{2}}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

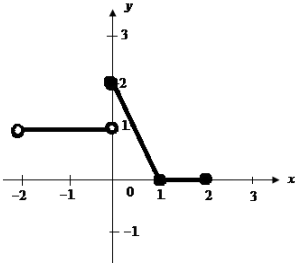
13.



$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 0), \\ 1 - \frac{x}{2}, & x \in [0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(0) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{2 - (-1)^n}{\pi} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

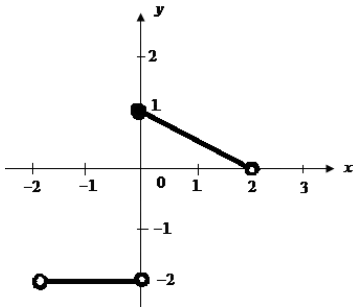
14.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-2; 0), \\ 2 - 2x, & x \in [0; 1], \\ 0, & x \in (1; 2]. \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{1}{2}, \quad S(0) = \frac{3}{2}, \quad S(1) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \left( 1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 + (-1)^n}{\pi} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

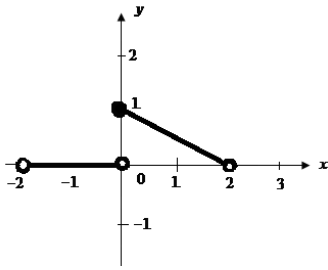
15.



$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & x \in [0; 2), \\ -2, & x \in (-2; 0). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = -1, \quad S(0) = \frac{-1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{-3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{3 - 2(-1)^n}{\pi} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

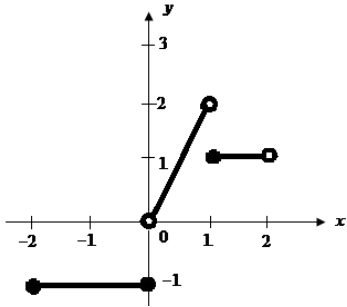
16.



$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & x \in [0; 2), \\ 0, & x \in (-2; 0). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 0, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

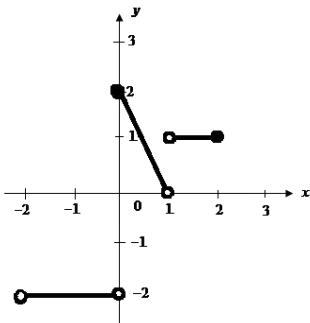
17.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [1; 2), \\ -1, & x \in [-2; 0], \\ 2x, & x \in (0; 1). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 0, \quad S(0) = \frac{-1}{2}, \quad S(1) = \frac{3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( \cos \frac{\pi n}{2} - 1 \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 - \cos \frac{\pi n}{2} - 2(-1)^n}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

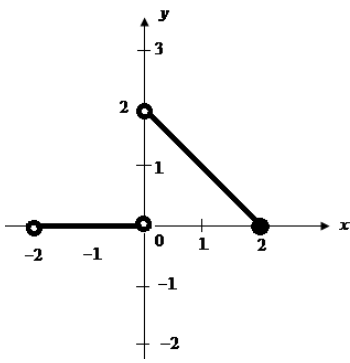
18.



$$f(x) = \begin{cases} 2 - 2x, & x \in [0; 1), \\ 1, & x \in (1; 2], \\ -2, & x \in (-2; 0). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(1) = \frac{1}{2}, \quad S(0) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( 1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{4 + \cos \frac{\pi n}{2} - 3(-1)^n}{\pi n} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

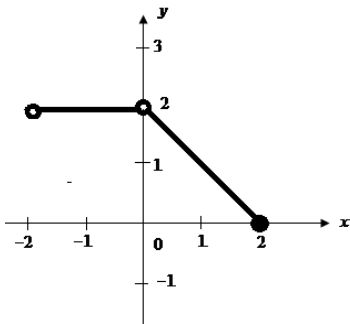
19.



$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-2; 0), \\ 2-x, & x \in (0; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 0, \quad S(0) = 1,$$

$$f(x) \approx \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1-(-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{2}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

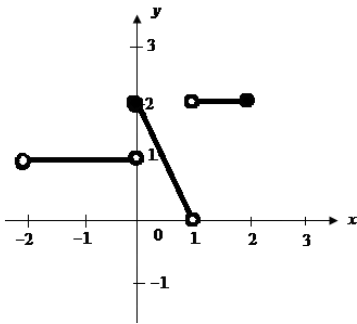
20.



$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-2; 0), \\ 2-x, & x \in (0; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 1, \quad S(0) = 2,$$

$$f(x) \approx \frac{3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1-(-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{2(-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

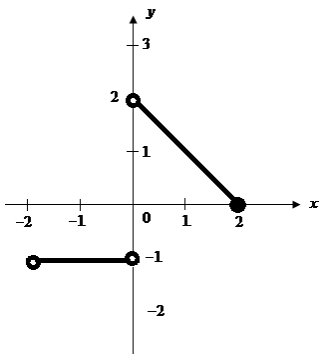
21.



$$f(x) = \begin{cases} 2-2x, & x \in [0; 1), \\ 1, & x \in (-2; 0), \\ 2, & x \in (1; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = \frac{3}{2}, \quad S(1) = 1,$$

$$f(x) \approx \frac{5}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-2}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( 1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 + 2 \cos \frac{\pi n}{2} - (-1)^n}{\pi n} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

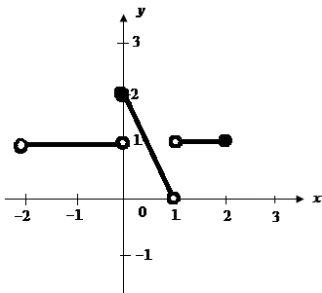
22. Розвинути в ряд Фур'є на інтервалі  $(-2; 2)$  функцію  $y = f(x)$ , задану графічно:



$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 0), \\ 2-x, & x \in (0; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1-(-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{3-(-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

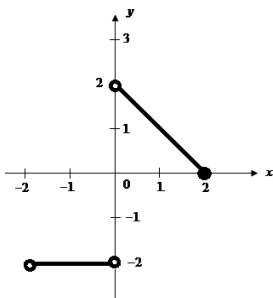
23.



$$f(x) = \begin{cases} 2-2x, & x \in [0; 1), \\ 1, & x \in (-2; 0), \\ 1, & x \in (1; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = 1, \quad S(0) = \frac{3}{2}, \quad S(1) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-1}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( 1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 + \cos \frac{\pi n}{2}}{\pi n} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

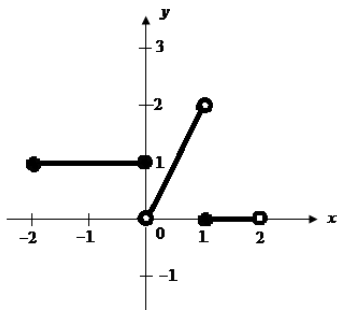
24.



$$f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-2; 0), \\ 2-x, & x \in (0; 2] \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = -1, \quad S(0) = 0,$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1-(-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{6-4(-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

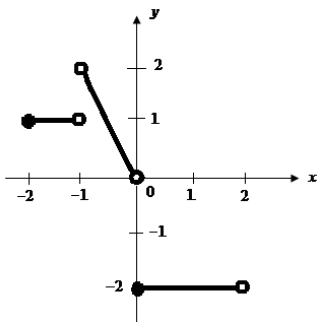
25.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-2; 0], \\ 2x, & x \in (0; 1), \\ 0, & x \in [1; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = S(0) = \frac{1}{2}, \quad S(1) = 1,$$

$$f(x) \approx \frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( \cos \frac{\pi n}{2} - 1 \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{-1 - 2 \cos \frac{\pi n}{2} + (-1)^n}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

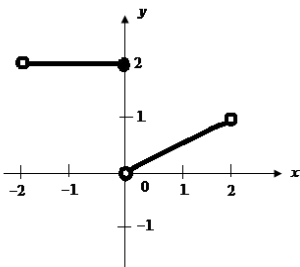
26.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [-2; -1), \\ -2, & x \in [0; 2), \\ -2x, & x \in (-1; 0). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{-1}{2}, \quad S(-1) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = -1,$$

$$f(x) \approx \frac{-1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-3}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \left( 1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{\cos \frac{\pi n}{2} + 3(-1)^n - 2}{\pi n} + \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

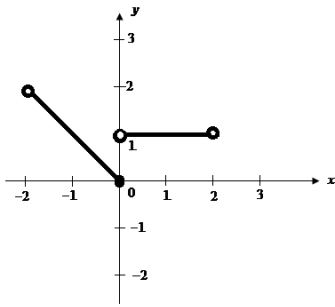
27.



$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-2; 0], \\ \frac{x}{2}, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = 1,$$

$$f(x) \approx \frac{5}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n - 1)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{(-1)^n - 2}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

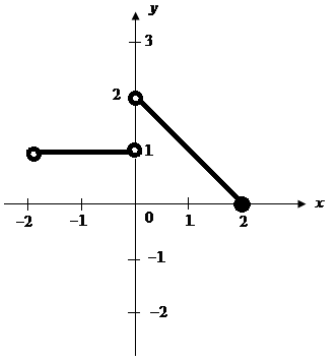
28.



$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \in (-2; 0], \\ 1, & x \in (0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{3}{2}, \quad S(0) = \frac{1}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2((-1)^n - 1)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{1 + (-1)^n}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

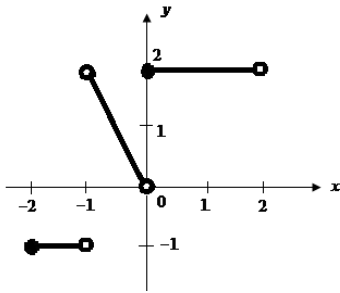
29.



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-2; 0), \\ 2 - x, & x \in (0; 2]. \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{1}{2}, \quad S(0) = \frac{3}{2},$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(1 - (-1)^n)}{\pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{(-1)^n + 1}{\pi n} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$

30.



$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [-2; -1), \\ -2x, & x \in (-1; 0), \\ 2, & x \in [0; 2). \end{cases} \quad S(-2) = S(2) = \frac{1}{2}, \quad S(-1) = \frac{1}{2}, \quad S(0) = 1,$$

$$f(x) \approx \frac{2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} - \frac{4 \left( 1 - \cos \frac{\pi n}{2} \right)}{\pi^2 n^2} \right) \cos \frac{\pi n x}{2} + \left( \frac{3 \cos \frac{\pi n}{2} - 3(-1)^n + 2}{\pi n} - \frac{4 \sin \frac{\pi n}{2}}{\pi^2 n^2} \right) \sin \frac{\pi n x}{2}.$$



## Кондратова Вікторія група ЛА-62 (відповіді)

По горизонталі: По вертикалі:

- |                    |                |
|--------------------|----------------|
| 1. поверхневий     | 3. лишок       |
| 2. градієнт        | 4. Муавр       |
| 5. тригонометрична | 7. Даламбера   |
| 6. комплексне      | 9. Тейлора     |
| 8. полярна         | 10. еталонні   |
| 12. потік          | 11. Коші       |
| 15. ряд            | 13. скалярне   |
| 16. адитивність    | 14. ротор      |
| 18. степеневий     | 17. лінійність |
| 20. радикальна     | 19. інтеграл   |

						<sup>2</sup> Г	р	а	д	і	є	н	<sup>9</sup> т						
														е	<sup>11</sup> к				
			<sup>1</sup> п	о	в	е	р	х	н	е	в	и	й	о					
														л	ш				<sup>17</sup> л
			<sup>4</sup> м							<sup>7</sup> д				<sup>12</sup> п	о	т	і	к	і
			у							а				р					н
<sup>3</sup> л			а				<sup>8</sup> п	о	л	я	<sup>14</sup> р	н	а						і
и			в							а	о								й
ш		<sup>5</sup> т	р	и	г	о	н	о	м	е	т	р	и	ч	н	а			н
о										б	о								і
<sup>6</sup> к	о	м	п	л	<sup>10</sup> е	к	<sup>13</sup> с	н	е		<sup>15</sup> р	я	д						с
					т	к	р								<sup>19</sup> і				т
					а	а		<sup>16</sup> а	д	и	т	и	в	н	і	с	т	ь	
					л	л									т				
					о	я		<sup>18</sup> с	т	е	п	е	н	е	в	и	й		
					н	р									г				
					н	н									р				
					і	е			<sup>20</sup> р	а	д	и	к	а	л	ь	н	а	
															л				



## Література

1. **Виноградов О.Л.** Ряды Фур'є и приближение функций в курсе математического анализа. СПб.: Изд-во С.-Петербур. Ун-та, 2003, 60 с.
2. **Герасимчук В.С.** Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. Ч.3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі / В.С. Герасимчук, Г.С. Васильченко, В.І. Кравцов. – К.: Книги України ЛТД, 2009. – 400 с.
3. **Горячев А.П.** Специальные главы функционального анализа. Числовые и функциональные ряды: Учебное *пособие*. М.: МИФИ, 2013.– 272 с.
4. **Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.** Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: – М.: Оникс, 2006. – 416 с.
5. **Дубовик В.П., Юрик І.І.** Вища математика / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2006. – 648 с.
6. **Дубовик В.П., Юрик І.І.** Вища математика: Збірник задач: навч. посібник. – К.: Видавництво А.С.К., 2003.-480 с.
7. **Дюженкова Л.І. та ін.** Математичний аналіз у задачах і прикладах: навч. посібник. – К.: Вища школа, 2003.- Ч 2.- 470 с.
8. **Зигмунд, А.** Тригонометрические ряды [Текст]: в 2 т./ А. Зигмунд. М. : Мир, 1965. Т.1. \_ М. : Мир, 1965. \_ 616 с., Т.2. \_ М. : Мир, 1965. \_ 537 с.
9. **Овчинников П.П. та ін.** Вища математика: підручник. – К.: Техніка, 2003.-Ч 2.-600 с.
10. **Пискунов Н.С.** Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для вузов. В 2-х т.: Т. 2: – М: – Интеграл-Пресс, 2004. – 544 с.
11. **Письменный Д.** Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Письменный. – М.: Айрис-Пресс, 2007. – 608 с.
12. **Письменный Д. Т.** Конспект лекций по высшей математике. -М.: Айрис-Пресс, 2000.-Ч. 2.-252 с. 3.
13. **Фихтенгольц Г.М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х т. Т. 2: М: – ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 810 с.
14. **Шмелев П.А.** Теория рядов в задачах и упражнениях. – М.: Высш. шк., 1983. – 174 с.

**Авдєєва Т.В., Качаєнко О.Б.** Ряди Фур'є. Практикум. – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 88 с. – Бібліогр.: с. 88. Доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/16839>

**Авдєєва Т.В., Качаєнко О.Б.** Числові та функціональні ряди. Практикум. – К.: НТУУ «КПІ», 2017. – 190 с. – Бібліогр.: с. 190. Доступ: <https://e-campus.kpi.ua>