

**Операційне числення.**  
**Контрольна робота.**  
Варіант № 0-12.

1. Теоретичне питання:

- Основні властивості перетворення Лапласа: Теорема про диференціювання оригінала.
- Основні властивості перетворення Лапласа: Теорема про диференціювання зображення.
- Основні властивості перетворення Лапласа: Теорема про інтегрування оригінала.
- Основні властивості перетворення Лапласа: Теорема про інтегрування зображення.
- Властивість лінійності оригіналу.
- Властивість зміщення зображення.
- Властивість подібності оригіналу та зображення.
- Основні властивості перетворення Лапласа: Теорема запізнення оригінала.
- Інтеграл Дюамеля.
- Обернене перетворення Лапласа.
- Граничні теореми операційного числення.
- Знаходження оригінала за зображенням.
- Розв'язування диференціальних рівнянь операційним методом (задача Коші).
- Розв'язування систем диференціальних рівнянь операційним методом (задача Коші).

2. За допомогою операційного числення розв'язати задачу Коші:

- ✓  $y'' - y' - 2y = 1, y(0) = 0, y'(0) = -1.$
- ✓  $y'' + 2y' + 2y = 1, y(0) = y'(0) = 0.$
- ✓  $y'' + 2y' + 5y = 3, y(0) = 1, y'(0) = 0.$
- ✓  $y'' - 2y' + 5y = 1 - t, y(0) = y'(0) = 0.$
- ✓  $y'' + 2y' + 10y = 2e^{-t} \cos 3t, y(0) = 5, y'(0) = 1.$
- ✓  $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3t}, y(0) = 0, y'(0) = 0.$
- ✓  $y'' + y' = \cos t, y(0) = 0, y'(0) = 1.$
- ✓  $y'' - 5y' + 6y = e^{-t}, y(0) = 5, y'(0) = 1.$
- ✓  $y'' + 4y' + 4y = t^2 e^{-2t}, y(0) = 1, y'(0) = 2.$
- ✓  $y'' - 4y' + 4y = t^2 e^{2t}, y(0) = -1, y'(0) = 2.$
- ✓  $x'' - x' - 6x = t + 2, y(0) = 3, y'(0) = -1.$
- ✓  $y'' + y' = 2e^{-t} + 1, y(0) = 0, y'(0) = 1.$
- ✓  $y'' - 4y = 2 \cos 3t, y(0) = 1, y'(0) = 1.$
- ✓  $y'' + y = 4te^t, y(0) = -1, y'(0) = 0.$

3. За допомогою операційного числення розв'язати систему диференціальних рівнянь (задачу Коші):

- ✓  $\begin{cases} x' - 2x - 4y = \cos t, & x(0) = 0, \\ y' + x + 2y = \sin t, & y(0) = 0. \end{cases}$
- ✓  $\begin{cases} x' + x - y = 2, & x(0) = 0, \\ y' + x + y = 2t, & y(0) = -1. \end{cases}$
- ✓  $\begin{cases} x' + x - 3y = 0, & x(0) = 1, \\ y' - x - y = e^t, & y(0) = 1. \end{cases}$
- ✓  $\begin{cases} x' + y = 0, & x(0) = 0, \\ x' - y' = 3x + y, & y(0) = -1. \end{cases}$
- ✓  $\begin{cases} x' + 2x + y = \sin t, & x(0) = 0, \\ y' - 4x - 2y = \cos t, & y(0) = 1. \end{cases}$
- ✓  $\begin{cases} x' + 2x + 2y = 10e^{2t}, & x(0) = 1, \\ y' - 2x + y = 7e^{2t}, & y(0) = 3. \end{cases}$

$$\begin{aligned} &\checkmark \begin{cases} x' - x - 3y = 2, & x(0) = -1, \\ y' - x + y = 1, & y(0) = 2. \end{cases} \\ &\checkmark \begin{cases} x' - 3x - y = 0, & x(0) = 2, \\ y' + 5x + 3y = 2, & y(0) = 0. \end{cases} \\ &\checkmark \begin{cases} x' - 2x - 2y = 2, & x(0) = 0, \\ y' - 4y = 1, & y(0) = 1. \end{cases} \\ &\checkmark \begin{cases} x' + x - 3y = 2, & x(0) = 0, \\ y' - x - y = 1, & y(0) = 1. \end{cases} \\ &\checkmark \begin{cases} x' - 2x + 3y = 1, & x(0) = -1, \\ y' - 4x + y = 0, & y(0) = 0. \end{cases} \\ &\checkmark \begin{cases} x' + 2x + 2y = e^{2t}, & x(0) = 1, \\ y' - 2x + y = 0, & y(0) = 3. \end{cases} \\ &\checkmark \begin{cases} x' - 2x + 2y = 4t, & x(0) = 1, \\ y' - 2x - y = 0, & y(0) = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

4. За допомогою інтеграла Дюамеля розв'язати задачу Коші:

$$\begin{aligned} &\diamond y'' + y' = \frac{e^t}{e^t + 1}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' + y' = \frac{1}{e^t + 1}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y' - y = \frac{1}{e^t + 3}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - y' = \frac{1}{e^t + 1}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' + y = \frac{1}{2 + \cos t}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' + y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 t + 4}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - y' = \frac{1}{e^t + 1}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - y = tht, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - 2y' + y = \frac{e^t}{t^2 + 1}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - 2y' + y = \frac{e^t}{t + 1}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - y = \frac{1}{cht}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - 2y' = \frac{e^t}{cht}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \\ &\diamond y'' - y = \frac{1}{cht + 1}, \quad y(0) = y'(0) = 0. \end{aligned}$$